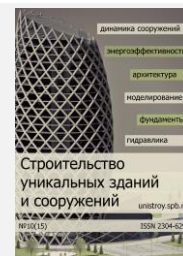


## Construction of Unique Buildings and Structures



journal homepage: [www.unistroy.spb.ru](http://www.unistroy.spb.ru)



### Предельная задача для неустановившегося движения флюида в вертикальной скважине

М. Р. Петриченко<sup>1</sup>, А.В. Шипулин<sup>2</sup>, Д.В. Немова<sup>3</sup>, Д.Н. Цейтин<sup>4</sup>

ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 195251, Россия, Санкт-Петербург, Политехническая, 29.

#### ИНФОРМАЦИЯ О СТАТЬЕ

УДК 532

#### История

Подана в редакцию 23 ноября 2013

#### Ключевые слова

ударно-волновой метод  
нефтяной пласт  
нефтяной коллектор  
физико-математическая модель  
высокопарафинистая нефть  
песчаный коллектор  
Фурье-анализ  
повышение нефтеотдачи  
флюид  
мультипликация давления

#### АННОТАЦИЯ

Представлен альтернативный метод повышения нефтеотдачи нефтяного коллектора - метод ударно-волнового воздействия на пласт. Этот метод заключается в создании ударной волны в устье скважины.

Ударная волна, добежав до дна скважины, отражается и создает ударный импульс. Интенсивность давления на дне скважины определяется формой и частотой изменения давления в устье. В отличие от традиционного гидроразрыва пласта, не приводящего к увеличению непроницаемости коллектора, ударно-волновое воздействие увеличивает сеть микротрещин и, тем самым, увеличивает проницаемость коллектора. Разработана технология, показано преимущество данного метода по сравнению с гидроразрывом пласта и технической точки зрения и перспективность с экономической. Представлены результаты натурного эксперимента в НГДУ БашНефть (Башкирия). Представлена разработанная физико-математическая модель ударно-волнового воздействия.

#### Содержание

1.1. Введение. Обзор проблемы	26
1.1.1. Исходные допущения. Система уравнений сен-венана для скорости и упругой энтальпии	27
1.1.2. Линеаризация системы	27
1.1.3. Диффеоморфизмы (гладкие точечные преобразования) уравнений сен-венана	28
2.1. Решение предельной задачи коши	29
2.1.1. Общее решение для случая равномерного движения волны давления по насосно-компрессионной трубе	29
2.2. Примеры	29
2.3. Ускоренное движение флюида в ударной волне: полный и особый интегралы	32
2.3.1. Экстремальные свойства неустановившихся движений	32
Выводы	35

4

Контактный автор:

+7 (921) 909 5171, [dm.inco@gmail.com](mailto:dm.inco@gmail.com) (Цейтин Дмитрий Николаевич, ведущий инженер)

1

+7 (921) 330 0429, [fonpetrich@mail.ru](mailto:fonpetrich@mail.ru) (Петриченко Михаил Романович, д.т.н., профессор)

2

+7 (921) 932 3351, [avshipulin@mail.ru](mailto:avshipulin@mail.ru) (Шипулин Александр Владимирович, доцент)

3

+7 (921) 890 0267, [darya.nemova@gmail.com](mailto:darya.nemova@gmail.com) (Немова Дарья Викторовна, инженер)

## 1.1. Введение. Обзор проблемы

Передача мощности от флюида к пласту осуществляется волнами давления, создаваемыми на свободной поверхности флюида в насосно-компрессионной трубе [9, 10], см. рисунок 1. При такой передаче мощности флюид, заполняющий скважину, играет роль проводника волн давления (волновода) [11, 16].

Интенсивность воздействия на пласт определяется не только амплитудой давления, но частотой изменения давления по времени и формой импульса давления (законом изменения давления по времени). При некоторых условиях прохождение волны давления по флюиду создает удар («резкое» увеличение давления) в нижней, призабойной, части насосно-компрессионной трубы.

Пусть  $T > 0$  – период изменения давления  $p_0(t)$  на свободной поверхности флюида:  $p_0(t \pm T) - p_0(t) = 0$ . Можно доказать, что гидродинамическое давление обладает периодом  $T$  в любом сечении  $x > 0$  скважины:  $p(x, t \pm T) - p(x, t) = 0, 0 < x < L$ .

Импульс поверхностного давления за период определяется как  $i = \int_t^{t+T} p_0 dt$ . Для любого сечения

$0 < x < L$  скважины физический смысл имеет осредненное по времени значение давления:  $\bar{p} := \frac{i}{T} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} p(t) dt$

(среднее арифметическое значение давления за период изменения давления в устье).

Пусть  $T_0 := L/c$ ,  $L$  – длина скважины,  $c$  – скорость ударной или акустической волны. Если  $T \gg T_0$ , то изменение давления происходит медленно по сравнению с акустическим масштабом времени  $T_0$ . Имеет место квазистатическое изменение давления (например, применяемое при гидравлическом разрыве пласта). Для динамического (ударного) воздействия на пласт необходимо, чтобы период  $T$  изменения давления в устье скважины (тем самым, в любом сечении столба флюида  $0 < x < L$ ) был бы сопоставим с  $T_0$ .

Пусть  $T_0 = \mathcal{G}T$ . Число  $\mathcal{G}$  показывает, сколько периодов давления содержится в акустическом масштабе времени. Для медленного (квазистатического) изменения давления  $\mathcal{G} \ll 1$ . Наоборот, для ударного воздействия на пласт необходимо  $\mathcal{G} = O(1)$ . Далее, если

$$T \rightarrow +0, \bar{p}(x, t) \rightarrow \frac{1}{2}(p(x, t+0) + p(x, t-0)), \forall x \in (0, L), \forall t > 0.$$

Наоборот, при  $T \gg T_0$  осредненное давление мало отличается от гидростатического.

Давление в устье скважины как функция времени представима рядом Фурье:

$$p_0(t) = 2 \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^1 p_0(\varphi) \cos m\pi(\tau - \varphi) d\varphi, \tau := \frac{t}{T}.$$

При одном и том же импульсе давления воздействие на пласт [1, 8, 15] определяется гладкостью изменения давления. Доказывается: для возникновения удара достаточно, чтобы разрывы давления  $p_0(t)$  и его производной  $dp_0/dt$  заполняли конечное или счетное множество точек. Тогда скачки давления (конечные изменения давления на множестве меры 0 или разрывы непрерывности первого рода) периодически повторяются при периодическом изменении давления на поверхности флюида. Такие мгновенные изменения давления называются ударами. Терминология понятна: известно, что удар – мгновенное наложение неосвобождаемых связей на материальную систему [12, 23, 25, 26]. Возникновение же скачка давления обусловлено отражением волны давления от твердого дна скважины или от свободной поверхности в устье скважины, т.е. мгновенным наложением неосвобождаемой связи на волну давления.

Несмотря на относительно небольшую амплитуду ударов (порядка десятков бар, несопоставимо с давлениями флюида, применяемыми при ГР пласта), их периодичность (повторяемость) и кратковременность приводит к «быстрой» передаче кинетической энергии ударной волны пласту коллектора.

Следовательно, ставится тауберовская задача: по заданной форме диаграммы давления или по величине среднего за период давления восстановить F-коэффициенты давления.

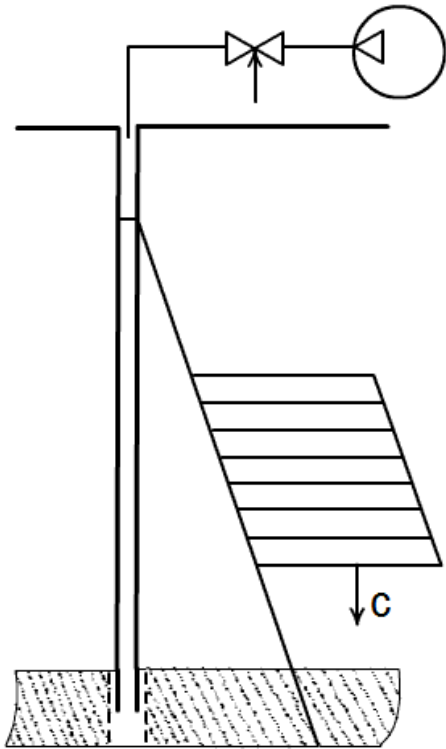


Рисунок 1. Передача мощности от флюида к пласту волнами давления в насосно-компрессионной трубе

### 1.1.1. Исходные допущения. Система уравнений Сен-Венана для скорости и упругой энтальпии

Пусть  $u$  – скорость движения флюида,  $u = u(x, t)$ ,  $c$  – скорость звука,  $A$  – площадь сечения.

Тогда:

$$dp^* = K \frac{dA}{A} = -K \frac{du}{c} = -K \frac{dV}{V},$$

– уравнение состояния флюида:

$K$  – модуль объемного сжатия флюида; не определен. Ориентировочно  $K=2 \cdot 10^9$  Па, как для воды;  $\rho := \rho_0 g x$ ; координата  $x$  направлена вниз, см. рисунок 2;

– вязкость флюида не учитывается;

– флюид несжимаем (коэффициент Пуассона для воды

$$\nu=1/2).$$

Уравнения Сен-Венана (импульсов и неразрывности) образуют гиперболическую систему второго порядка:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + c^2 \frac{\partial \omega}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

Где  $0 < x < L$ ,  $t > 0$ ,  $d\omega := d \ln A$  – «упругая энтальпия». Это уравнения газовой [25] гидравлики для вырожденного газа,  $k=2$ .

### 1.1.2. Линеаризация системы

Описана в известных источниках и составляет основу т.н. теории Аллиевии-Жуковского в теории удара. Пусть  $z=u$ ,  $\omega$ . Тогда линеаризованная система (1) приводится к уравнению колебаний струны:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, 0 < x < L, t \in T,$$

с аperiодическими или периодическими предельными условиями. В первом случае множество  $T=(t: 0 < t < \infty)$ , во втором случае  $T=(t: -\infty < t < \infty)$ . Предельные линейные задачи для линейного уравнения колебаний не представляют интереса. В тоже время, наибольшее количество иллюстративных примеров известно именно для линеаризованной предельной задачи.

### 1.1.3. Диффеоморфизмы (гладкие точечные преобразования) уравнений Сен-Венана

(i). Диффеоморфизм:

$$u, \omega \rightarrow u, x; u = u(t, \omega), x = x(t, \omega), \frac{\partial(u, \omega)}{\partial(u, x)} = \frac{\partial \omega}{\partial x} \neq 0, \frac{\partial(x, t)}{\partial(t, \omega)} = -\frac{\partial \omega}{\partial x} \neq 0,$$

насколько известно, применен Христиановичем С.А. Тогда система уравнений Сен-Венана принимает вид:

$$\begin{aligned} u_t - \frac{x_t}{x_\omega} u_\omega + u \frac{u_\omega}{x_\omega} + \frac{c^2}{x_\omega} &= 0, \\ x_t - u - u_\omega &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

(ii). Диффеоморфизм:

$$u, \omega \rightarrow t, x; \left| \frac{\partial(u, \omega)}{\partial(t, x)} \right| \in (0, \infty).$$

Тогда исходная система уравнений (1) приводится к системе линейных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \omega} - u \frac{\partial t}{\partial \omega} + c^2 \frac{\partial t}{\partial u} &= 0, \\ \frac{\partial x}{\partial u} - u \frac{\partial t}{\partial u} + \frac{\partial t}{\partial \omega} &= 0. \end{aligned} \quad (1_2)$$

Предельные условия Коши для системы (1):

$$\begin{aligned} u(x, 0) = \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)_{t=0} &= 0, \\ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=0} + \frac{d\varepsilon}{dt} = u(L, t) &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\varepsilon := \frac{p(0, t)}{\rho c^2}$ . Этот диффеоморфизм используется в известных работах Станюковича К.П.

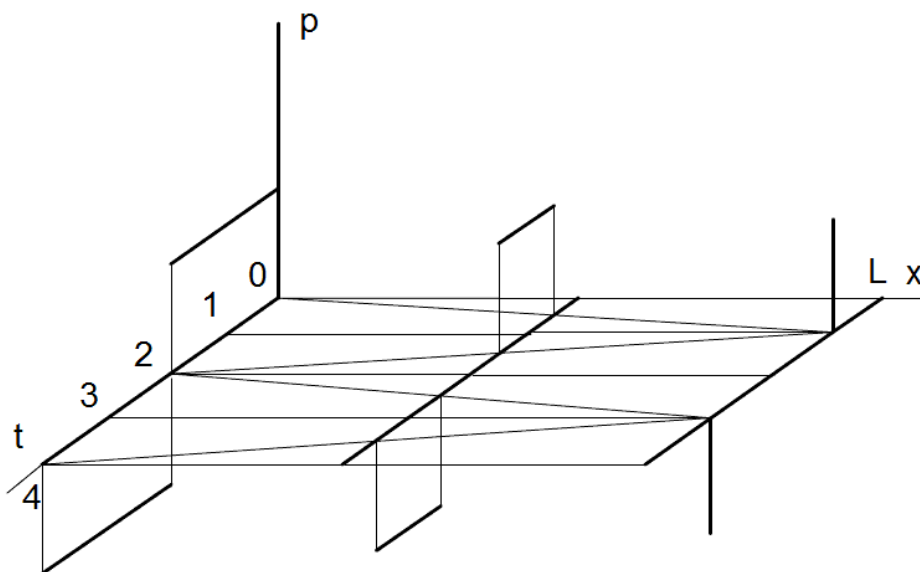


Рисунок 2.

## 2.1. Решение предельной задачи Коши

### 2.1.1. Общее решение для случая равномерного движения волны давления по насосно-компрессионной трубе

**Известно:** общее решение (1<sub>1</sub>) при условии  $u_t = 0, \frac{\partial(u, \omega)}{\partial(t, \omega)} = 0$  (возмущения с одной и той же упругой энтальпией распространяются с постоянной скоростью) имеет вид:

$$x = (u \pm c)t + f(\omega), \quad (3)$$

где  $f(\omega)$  – произвольный диффеоморфизм (однозначное дифференцируемое отображение).

**Следствие.** Пусть  $x=0$ . Тогда из предельного условия следует:  $f(\omega) = \mp \frac{c\omega}{\varepsilon}$  и, в силу (3):

$$x = (u \pm c)t \mp \frac{c\omega}{\varepsilon}. \quad (4)$$

Пусть в (4)  $x=L$ . Тогда  $u=0$ . В силу (4),

$$\omega = \frac{d\varepsilon}{dt}(T-t), \quad (5)$$

где  $T:=L/c$ . Значит, для давления на дне скважины  $p(L, t)$  получается:

$$p(L, t) = K\omega = K \frac{d\varepsilon}{dt}(T-t). \quad (5_1)$$

## 2.2. Примеры

**Пример 1.** Пусть  $\varepsilon(t) = E \left| \sin \frac{2n\pi t}{T} \right| = \begin{cases} E \sin \frac{2n\pi t}{T}, & 0 < t < \frac{T}{2n}, \\ -E \sin \frac{2n\pi t}{T}, & \frac{T}{2n} < t < \frac{T}{n} \end{cases}$  и т.д.,  $E$  – амплитуда колебания числа

Эйлера (давления) на поверхности флюида. В силу (5<sub>1</sub>), величина давления на дне скважины меняется так:

$$p(L, t) = \begin{cases} 2\pi n E K (1-\tau) \cos 2n\pi\tau, & 0 < \tau < \frac{1}{2n}, \\ -2\pi n E K (1-\tau) \cos 2n\pi\tau, & \frac{1}{2n} < \tau < \frac{1}{n} \end{cases}, \quad (6)$$

$\tau:=t/T$ . В моменты времени, кратные  $(2n)^{-1}$  величина скачка давления, в силу (6), составит:

$$\Delta p = \pm 4n\pi E K \frac{2n-1}{2n} = 2\pi P_0 (2n-1). \quad (7)$$

Здесь  $P_0$  – амплитудное значение давления на свободной поверхности флюида. Например, если  $P_0=1$  МПа,  $n=1$ , то скачок давления на дне скважины составит величину 6,3 МПа. При удвоении частоты давление на дне скважины вырастает вдвое и т.д.

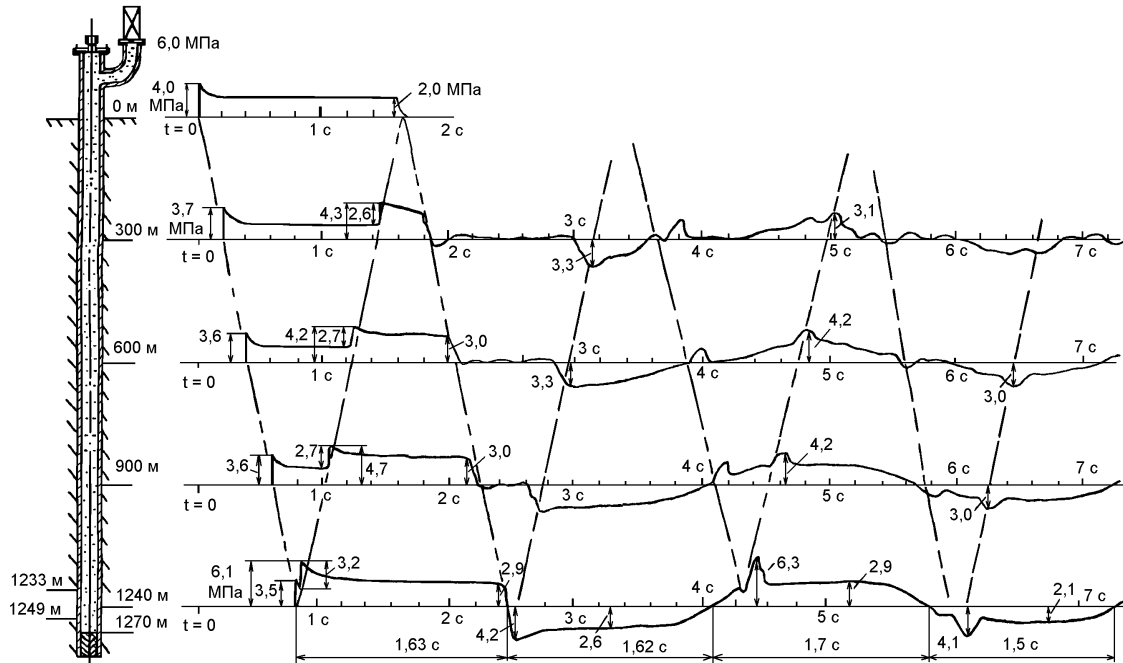


Рисунок 3.

**Пример 2.** Пилообразное изменения давления на поверхности флюида по закону равнобедренного треугольника (непрерывное изменение давления):

$$\varepsilon(\tau) = \begin{cases} 2nE\tau, & 0 \leq \tau < \frac{1}{2n}, \\ 2nE\left(\frac{1}{n} - \tau\right), & \frac{1}{2n} < \tau < \frac{1}{n} \end{cases}$$

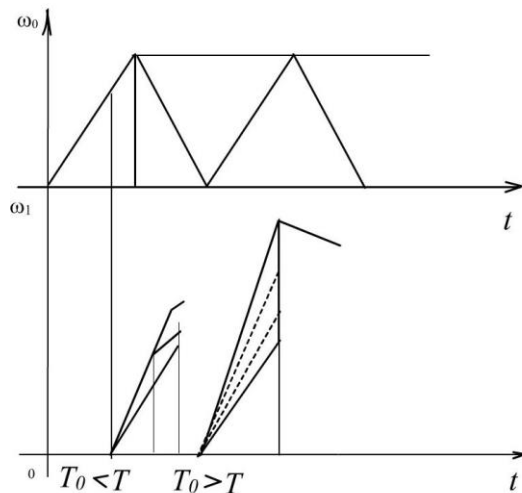


Рисунок 4.

Тогда интенсивность удара на дне скважины в момент времени  $\tau = (2n)^{-1}$  оценивается скачком давления:

$$\Delta p = 2P_0(2n - 1).$$

Пусть частота  $n=1$  Гц. Тогда давление на дне скважины составляет  $2P_0$ . Удвоение частоты увеличивает ударное давление до  $6P_0$  и т.д.

**Пример 3. Пилообразное** изменение давления по закону прямоугольного треугольника (с разрывом непрерывности первого рода):

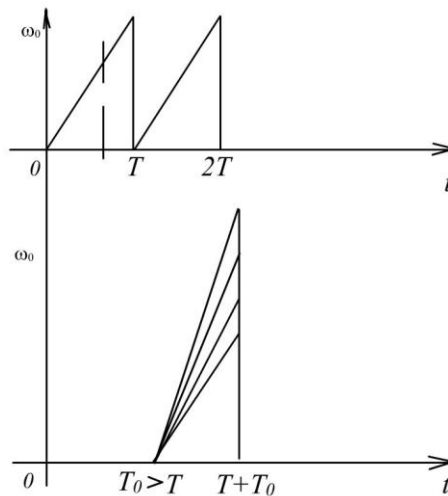


Рисунок 5.

$$\varepsilon(\tau) = \left\{ \begin{array}{l} 2nE\tau, 0 \leq \tau < \frac{1}{2n}, \\ 2nE\left(\tau - \frac{1}{2n}\right), \frac{1}{2n} < \tau < \frac{1}{n}, \end{array} \right\}$$

и т.д., с периодом  $(2n)^{-1}$ . Колебание упругой энтальпии на дне скважины составляет:  $\Delta\omega = 2(2n-1)E$ , соответственно, колебание давления на дне скважины:  $\Delta p = 2K(2n-1)E = 2P_0(2n-1)$ .

Несложные оценки показывают, что при скорости распространения акустической волны  $c=1000$  м/с, давлении  $P_0$  порядка  $1...10$  Мпа [4 - 7], деформация  $\omega$  не больше составит  $10^2...10^3$ , т.е. в допустимых пределах упругой деформации стенок.

В силу (4), скорость поступательного перемещения свободной поверхности флюида:

$$u(0,t) = \mp c \left( 1 - \frac{\omega d \ln t}{d\varepsilon} \right) = \pm c \left( \frac{\omega}{t\varepsilon} - 1 \right).$$

Для пилообразного изменения давления из последнего примера:

$$u(0,t) = O\left(\frac{c}{2n}\right)_{n \rightarrow \infty} \rightarrow 0.$$

Очевидный результат: при периодическом изменении давления, с увеличением частоты колебаний сказывается инерция столба флюида.

Подробный анализ показывает:

$$u(0,t) = \frac{2P_0}{\rho c} - \frac{16P_0}{\pi^2 \rho c} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{(2m+1)\pi ct}{2L}\right)}{(2m+1)^2} = \frac{2P_0}{\rho c} \frac{ct}{L} = \frac{2P_0 \tau}{\rho c}. \quad (4_1)$$

Итак, скорость на свободной поверхности флюида невелика и изменяется от 0 до  $\frac{2P_0}{\rho c}$ . В среднем за период – вдвое меньше, т.е.  $\frac{P_0}{\rho c}$ . Например, если  $P_0=1$  Мпа,  $c=1000$  м/с,  $\rho=1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $u_0=1$  м/с.

## 2.3. Ускоренное движение флюида в ударной волне: полный и особый интегралы

### 2.3.1. Экстремальные свойства неустановившихся движений

Пусть  $u_t = \frac{\partial(u, \omega)}{\partial(t, \omega)} \neq 0$ ,  $x_\omega = \frac{\partial(x, t)}{\partial(\omega, t)} = \frac{L}{\Omega(t)}$ ,  $\omega(t, x) = \omega_0(t) + \Omega(t) \frac{x}{L}$ . Тогда упругая энтальпия на дне скважины  $x=L$ :  $\omega_1(t) = \omega_0(t) + \Omega(t)$ . Система уравнений Сен-Венана сводится к уравнению:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + L \left( c^2 - \left( \frac{\partial u}{\partial \omega} \right)^2 \right) = 0, \quad d\tau := \Omega(t) dt. \quad (5)$$

**Теорема.** В действительном неустановившемся движении за период времени  $T_0 = \frac{L}{c}$  выполняется условие:

$$\mathfrak{I}(u) := \int_0^{T_0} \left( \frac{L}{2} \left( \frac{d\omega}{dt} \right)^2 - \frac{c^2}{L} \right) dt \rightarrow \inf.$$

Иначе: в действительном неустановившемся движении ускорение частиц жидкости не больше, чем в любом движении, совместимом со связями. Если, например,  $\frac{d\omega}{dt} = \pm \frac{\sqrt{2}c}{L}$ ,  $\omega = \pm \frac{\sqrt{2}}{T_0}$ , то ускорение частиц жидкости с одинаковой упругой энтальпией равно 0.

*\*Доказательство.* Действительно, (5) – уравнение Гамильтона на скорость,  $E(y) = L(c^2 - y^2)$  – энергия системы (обобщенное ускорение),  $y := \partial u / \partial \omega$ . В действительном движении  $E = \text{const}$ .

Полный интеграл уравнения (5):

$$u = -\alpha t \pm \sqrt{c^2 - \alpha L \omega} + \beta \quad (6)$$

Здесь  $\alpha, \beta$  – интеграционные постоянные. Каустика (ударная волна) получается из полного интеграла (6) с помощью фокусировки:  $\frac{\partial u}{\partial \alpha} = 0$ . Тогда скорость движения частиц жидкости в волне:

$$u(\tau, \omega) = \frac{\omega^2 L}{4\tau} - \frac{c^2 \tau}{L} \pm \frac{\omega^2 L}{2\tau}, \quad (7)$$

и скорость перемещения фронта ударной волны:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = u + u_\omega = \frac{\omega^2 L}{4\tau} - \frac{c^2 \tau}{L} \pm \frac{\omega^2 L}{2\tau} + \frac{\omega L}{2\tau} \pm \frac{\omega L}{\tau}. \quad (7_1)$$

Грубо говоря,  $\tau = O(\alpha t)$ . Тогда, в силу (7<sub>1</sub>):

$$\frac{\partial x}{\partial t} = O \left( \frac{\omega L}{4t} - \frac{c^2 \alpha t}{L} \pm \frac{\omega L}{2t} + \frac{L}{2t} \pm \frac{L}{t} \right) = O \left( \frac{\alpha c}{4} - \alpha c \pm \alpha c + \frac{c}{2} \pm c \right). \quad (7_2)$$

Следовательно: скорость распространения ударной волны [17 – 19] допускает оценку:

$$\left| \frac{\partial x}{\partial t} \right| \leq \frac{3}{2} c + O(\alpha c), \text{ т.е. возрастает пропорционально упругой энтропии.}$$



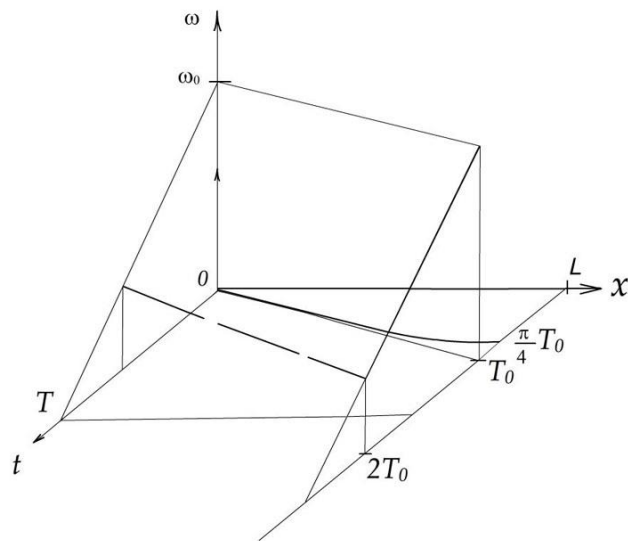


Рисунок 6.

Пусть в (7)  $u=0$ ,  $x=L$  (дно скважины). Тогда  $\omega=\omega_1(t)=\omega_0(t)+\Omega(t)$ , и, в зависимости от чередования знаков возможны решения:

(i). Аперриодическая волна:

$$\tau = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} T_0 (\Omega(t) + \omega_0(t)), \quad (8)$$

где  $T_0 := L/c$  – масштаб времени.

Особое решение (8) приводится к уравнению на  $\Omega(t)$ :

$$\frac{d\Omega}{dt} \mp \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\Omega}{T_0} = -\frac{d\omega_0}{dt}. \quad (8_1)$$

Начальные условия ставятся так:

- неустановившийся режим:  $\Omega(0) = 0$ ;
- установившийся режим:  $\Omega(-\infty) = 0$ .

Тогда:

$$\begin{aligned} \Omega(t) &= -\int_0^t \frac{d\omega_0}{d\varphi} \exp\left(\pm \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{t-\varphi}{T_0}\right) d\varphi = \\ &= -\omega_0(t) \mp \frac{2}{\sqrt{3}T_0} \int_0^t \omega_0(\varphi) \exp\left(\pm \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{t-\varphi}{T_0}\right) d\varphi \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{- для неустановившегося режима} \\ \text{- для установившегося режима.} \end{array} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Omega(t) &= -\int_{-\infty}^t \frac{d\omega_0}{d\varphi} \exp\left(\pm \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{t-\varphi}{T_0}\right) d\varphi = \\ &= -\omega_0(t) \mp \frac{2}{\sqrt{3}T_0} \int_{-\infty}^t \omega_0(\varphi) \exp\left(\pm \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{t-\varphi}{T_0}\right) d\varphi \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{- для неустановившегося режима} \\ \text{- для установившегося режима.} \end{array} \quad (9_1)$$

Стало быть, упругая энтальпия на дне скважины:  $\omega_1(t) = \mp \frac{2}{\sqrt{3}T_0} \int_{\alpha}^t \omega_0(\varphi) \exp\left(\pm \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{t-\varphi}{T_0}\right) d\varphi$ , где  $\alpha=0$  для

неустановившегося режима и  $\alpha=-\infty$  для установившегося режима. Знак плюс – прямая ударная волна,

проходящая вниз, знак минус – ударная волна, отраженная от дна скважины. Период ударной волны  $T_x = T_0 \cos(\pi/6) < T_0$ .

Время пробега ударной волны до дна скважины меньше времени пробега акустической ударной волны. Иначе, скорость сильной ударной волны больше скорости акустической ударной волны:  $\partial x / \partial t > c$ .

### 2.3.2. Дальнейшие примеры

**Пример 4.** Пусть  $\omega_0(t) = A > 0, t > 0$ . В силу (9) для прямой волны:

$$\omega_1(t) = A \left( \exp\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{t}{T_0}\right) - 1 \right).$$

Пусть  $\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{t}{T_0} = \ln 2$ , т.е.  $t/T_0 = 0,6$ . В этот момент времени давление на дне скважины совпадает с максимальным давлением на устье. Это время меньше акустического прогноза на 0,4 периода за счет ускорения прямой волны.

**Пример 5.** Пусть  $\omega_0(t) = A \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right), t > 0, T$  – период воздействия на устье скважины,  $A$  – амплитуда.

В силу (9):

$$\omega_1(t) = \frac{2A}{\sqrt{3}T_0} \frac{\frac{2\pi}{T} \exp\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{t}{T_0}\right) \cos \frac{4\pi}{T} - \frac{2}{\sqrt{3}T_0} \sin\left(\frac{2\pi}{T}\right) - \frac{2\pi}{T} \cos\left(\frac{2\pi}{T}\right)}{\frac{4}{3T_0^2} + \frac{4\pi^2}{T^2}}. \quad (9)$$

В моменты времени  $t = nT, n > 0$  – целое число, давление на устье скважины исчезает. В тоже время, в силу (9), упругая энthalпия на дне скважины отделена от нуля:

$$\omega_1(nT) = \frac{2A}{\sqrt{3}T_0} \frac{\frac{2\pi}{T} (\exp\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{nT}{T_0}\right) - 1)}{\left(\frac{2}{\sqrt{3}T_0}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty \quad (9_1)$$

Получается, что при достаточном числе непрерывных воздействий на устье [2, 3], в нижней части скважины «складываются» отдельные импульсы давления. При  $nT \ll T_0$  упругая энthalпия на дне скважины составит, в силу (9<sub>1</sub>):

$$\omega_1(nT) = \frac{2An}{3\pi} \left(\frac{T}{T_0}\right)^2.$$

Если  $T/T_0 \ll 1$ , то необходимо набрать  $n = O\left(\sqrt{\frac{T_0}{T}}\right)$  синусоидальных воздействий на устье, чтобы интерференция ударных волн привела к заметному увеличению давления на дне скважины.

Итак, для интенсивного силового воздействия на дно [13, 14] желательно, чтобы период  $T$  изменения давления на устье скважины был бы сопоставим с периодом  $T_0$  акустической волны. Высокочастотное ( $T \ll T_0$ ) воздействие неспособно создать интенсивную ударную волну на дне скважины за малое число повторяемых воздействий.

**Квазитеорема 1.** Для увеличения гидродинамического давления на дне скважины необходимо:

$$\int_0^T p_0(t) dt \rightarrow \sup \geq 0, \forall T \leq T_0.$$

**Квазитеорема 2.** Для существования ударов на дне скважины необходимо дополнить условие  $KT1$  существованием конечного множества точек разрыва  $p_0(t)$  и (или) производной  $dp_0/dt, t \in [0, T]$ .

Достаточность условий КТ1, 2 неизвестна.

(ii). Периодическое воздействие на устье скважины начинается в момент времени  $t=-\infty$ . Тогда:

$$\Omega(t) = - \int_{-\infty}^t \frac{d\omega_0}{d\varphi} \exp\left(\pm \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{t-\varphi}{T_0}\right) d\varphi = -\omega_0(t) \mp \frac{2}{\sqrt{3}T_0} \int_{-\infty}^t \omega_0(\varphi) \exp\left(\pm \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{t-\varphi}{T_0}\right) d\varphi.$$

На дне скважины упругая энтальпия:

$$\omega_1(t) = \mp \frac{2}{\sqrt{3}T_0} \int_{-\infty}^t \omega_0(\varphi) \exp\left(\pm \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{t-\varphi}{T_0}\right) d\varphi. \quad (9_3)$$

Если в (9<sub>3</sub>)  $\omega_0$ -постоянная, то  $\omega_1=\omega_0$  – за бесконечный промежуток времени давление на дне скважины сравнивается с давлением в устье.

Формулу (9<sub>3</sub>) можно записать так:

$$\omega_1(t) = \mp \int_0^{\infty} \omega_0\left(t - \frac{\sqrt{3}}{2} zT_0\right) \exp(\pm z) dz. \quad (9_4)$$

Справедливо разложение:

$$\omega_0\left(t - \frac{\sqrt{3}}{2} zT_0\right) = \exp\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} zT_0 \frac{d}{dt}\right) \omega_0(t) = \omega_0(t) - \frac{\sqrt{3}}{2} zT_0 \frac{d\omega_0}{dt} + \frac{3}{4} \frac{(zT_0)^2}{2} \frac{d^2\omega_0}{dt^2} + \dots$$

и тогда:

$$\omega_1(t) = \left( I + \frac{\sqrt{3}}{2} T_0 \frac{d}{dt} \right)^{-1} \omega_0(t), \quad \left\| \frac{d}{dt} \right\| < \frac{2}{\sqrt{3}T_0},$$

причем символ  $\|a\|$  относится к норме в  $L_1(0, \infty)$ .

## Выводы

1. Интенсивность ударно-волнового воздействия на дно скважины определяется:

- величиной среднего импульсивного давления;
- частотой изменения давления на устье скважины и ее отношением к «собственной частоте» столба флюида;
- быстротой убывания «левого фланга» F-коэффициентов давления (тауберовой теоремой на давление в устье скважины).

2. Акустическая теория позволяет оценить повышение давления в одиночной волне и оценить порядок давления при отражении от дна скважины одиночной волны [20 - 22]. Увеличение давления по акустической теории составляет  $\Delta p = \rho u$  Точные решения уравнений Сен-Венана учитывают ускорение ударной волны давления в прямом и в отраженном движении и эффект суперпозиции ударных волн при периодическом воздействии на устье скважины. При этом повышение давления на дне скважины составляет

$$\Delta p = K \omega_1(t) = \rho u \frac{\partial x}{\partial t}.$$

Эта оценка тем больше прогноза по акустической теории, чем больше  $\omega$ .

## Литература

1. Бурьян Ю.А., Сорокин В.Н. Способ интенсификации нефтеотдачи пласта и устройство для его осуществления / патент на изобретение RUS 2379488 08.08.2007
2. Способ эксплуатации скважины, снабженной штанговым насосом / Хисамов Р.С., Ащепков Ю.С., Ханнанов М.Т., Ащепков М.Ю., Сухов А.А. / патент на изобретение RUS 2387813 19.06.2009
3. Способ эксплуатации скважины, снабженной штанговым насосом / Хисамов Р.С., Ащепков Ю.С., Ханнанов М.Т., Ащепков М.Ю., Сухов А.А. / патент на изобретение RUS 2387813 19.06.2009
4. Способ разработки нефтяной залежи / Хисамов Р.С., Салихов М.М., Рафиков Р.Б., Ащепков Ю.С., Ащепков М.Ю., Сухов А.А. / патент на изобретение RUS 2406816 18.02.2010
5. Способ разработки нефтяного месторождения / Хисамов Р.С., Файзуллин И.Н., Галимов И.Ф., Ащепков Ю.С., Ащепков М.Ю., Сухов А.А. / патент на изобретение RUS 2406817 18.02.2010
6. Сердюк Н.И. Устройство для автоматической декольматации эксплуатационной многопластовой гидрогеологической скважины / патент на изобретение RUS 2297517 16.12.2004
7. Способ возбуждения колебаний скважинной жидкости / Шипулин А.В., Петриченко М.Р. / патент на изобретение RUS 2265718 12.05.2004
8. Способ возбуждения колебаний скважинного флюида / Шипулин А.В., Петриченко М.Р., Валеев М.Х., Хуррямов А.М. / патент на изобретение RUS 2266395 17.05.2004
9. Способ возбуждения колебаний скважинной жидкости / Шипулин А.В., Петриченко М.Р., Валеев М.Х., Хуррямов А.М. / патент на изобретение RUS 2266402 17.11.2003
10. Уиттекер Е.Т., Ватсон Дж.Н. Современный анализ. Ч.2. М.: ГИФ-МЛ, 1963. С. 233-256
11. Леонов М.Я., Панасюк В.В. Развитие мельчайших трещин в твердом теле // Прикладная математика и механика. №5. 1959. С. 391-401
12. Христианович С.А., Баренблатт Г.И. О модуле сцепления в теории трещин // Известия АН СССР, Механика твердого тела. №2. 1968. С. 70-75
13. Христианович С.А., Желтов Ю.П. О гидравлическом разрыве нефтеносного пласта // Известия АН СССР, Отделение техн. наук. №5. 1956. С.3-41.
14. Юстер С.Т., Калун Д.С. Расслоение пород при флудинге, М., ГОСТОПТЕХИЗДАТ, 1947. 126 с.
15. Ханукаев А.Н., Миркин В.Г. О распространении волн напряжения при взрыве в твердых породах // Записки Горного института им. Плеханова. Том 14. 1962. №1, с.3-12;
16. Duval G.E., Shock waves in the study of solids // Applied Mechanics Review. 1962. №4. 16 p.
17. Nichols H.R., Duval G.E. Effect of characteristics impedance on explosion-generated strain pulses in rock. – Into: Rock Mech., Pergamon, L-NJ-Toronto, 1979. Pp. 879-882.
18. Scott P.P., Bearden W.G., Howard G.C. Rock rupture as affected by fluid properties // Journal of Petroleum. Technology. 1953. April, 17 p.
19. Oppenheim A.M., Kuhl A.L., Kamel M.M. On self-similar blast waves headed by the Chapman-Jouget detonation // Journal of Fluid Mechanics. 1972. Vol. 55. №2. Pp. 257-270.
20. A systematic explosion of the conservation equations for blast waves / Oppenheim A.M., Kuhl A.L., Lundstrom E.A., Kamel M.M. // Journal Applied Mechanics. 1971. Vol. 38. №4. Pp. 783-794.
21. Oppenheim A.M., Kuhl A.L., Kamel M.M. A parametric study of self-similar blast-waves // Journal Fluid Mechanics. 1974. Vol. 52. №4. Pp. 657-684.
22. Баренблатт Г.И., Зельдович Я.Б. Промежуточные асимптотики в математической физике // Успехи математических наук. 1971. Том. 26. №2. С.115-130.
23. Райзер Ю.П. Высокочастотный разряд высокого давления в потоке газа как процесс медленного горения // Журнал прикладной механики и технической физики. 1968. № 3. С.3-10.
24. Уиттекер Е.Т. Аналитическая динамика, Ижевск, Нелинейная и хаотическая динамика, 1999. 582 с.
25. Ватин Н.И., Гиргидов А.А., Стрелец К.И. Численное моделирование трехмерного поля скорости в циклоне // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 5. С. 5-9.

## Effective way of creation of microcracks wave impact on layer

M.R. Petrichenko<sup>5</sup>, A.V. Shipulin<sup>6</sup>, D.N. Tseytin<sup>7</sup>, D.V. Nemova<sup>8</sup>

*Saint-Petersburg State Polytechnical University, 29 Polytechnicheskaya st., St.Petersburg, 195251, Russia.*

### ARTICLE INFO

### Article history

Received 12 November 2013

### Keywords

shock-wave method  
oil reservoir  
oil reservoir  
physical-mathematical model  
sand collector high paraffin inundated  
fluids  
Fourier analysis  
increasing productivity  
fluid animation pressure  
pulse pressure

### ABSTRACT

An alternate method of enhanced oil recovery oil reservoir is a method of shock-wave stimulation. This method consists in creating a shock wave in the well. Shock wave before reaching the bottom of the well-recognized and creates shock pulse. The intensity of the bottom hole pressure is determined by the shape and frequency of the pressure change in the mouth. Unlike traditional fracturing is not leading to increased permeability collector shock- wave action increases the network of microcracks and, thus, increases the permeability of the reservoir. A technology that shows the advantage of this method compared with hydraulic fracturing and technical point of view and from an economic prospects. The results of a natural experiment in NGDU Bashneft (Bashkiria) are given. The physical-mathematical model of shock-wave is developed.

8

*Corresponding author:*

+7 (921) 909 5171, dm.inco@gmail.com (Dmitry Nikolayevich Tseytin, chief engineer)

5

+7 (921) 330 0429, fonpetrich@mail.ru (Mikhail Romanovich Petrichenko, D. Sc., professor)

6

+7 (921) 932 3351, avshipulin@mail.ru (Alexander Vladimirovich Shipulin, associate professor)

7

+7 (921) 890 0267, darya.nemova@gmail.com (Darya Viktorovna Nemova, engineer)

## References

1. Buryan Yu.A., Sorokin V.N. *Sposob intensivifikatsii nefteotdachi plasta i ustroystvo dlya yego osushchestvleniya* [Intensification of oil recovery method and device for its implementation. Patent] / *patent na izobreteniyе RUS 2379488 08.08.2007 (rus)*
2. Khisamov R.S., Ashchepkov Yu.S., Khannanov M.T., Ashchepkov M.Yu., Sukhov A.A. *Sposob ekspluatatsii skvazhiny, snabzhennoy shtangovym nasosom* [A method of operating wells equipped with a sucker rod pump. Patent] / *patent na izobreteniyе RUS 2387813 19.06.2009 (rus)*
3. Khisamov R.S., Ashchepkov Yu.S., Khannanov M.T., Ashchepkov M.Yu., Sukhov A.A. *Sposob ekspluatatsii skvazhiny, snabzhennoy shtangovym nasosom* [A method of operating wells equipped with a sucker rod pump. Patent] / *patent na izobreteniyе RUS 2387813 19.06.2009 (rus)*
4. Khisamov R.S., Salikhov M.M., Rafikov R.B., Ashchepkov Yu.S., Ashchepkov M.Yu., Sukhov A.A. *Sposob razrabotki neftyanoy zalezhi* [The method of developing oil deposits. Patent] / *patent na izobreteniyе RUS 2406816 18.02.2010 (rus)*
5. *Sposob razrabotki neftyanogo mestorozhdeniya* / Khisamov R.S., Fayzullin I.N., Galimov I.F., Ashchepkov Yu.S., Ashchepkov M.Yu., Sukhov A.A. [The method of oil extraction. Patent] / *patent na izobreteniyе RUS 2406817 18.02.2010 (rus)*
6. Serdyuk N.I. *Ustroystvo dlya avtomaticheskoy dekolmatatsii ekspluatatsionnoy mnogoplastovoy gidrogeologicheskoy skvazhiny* [Device for automatic decolmatation of operational multilayer hydrogeological wells. Patent] / *patent na izobreteniyе RUS 2297517 16.12.2004 (rus)*
7. Shipulin A.V., Petrichenko M.R. *Sposob vzbuzhdeniya kolebaniy skvazhinnoy zhidkosti* [Method of vibrational excitation borehole fluid. Patent] / *patent na izobreteniyе RUS 2265718 12.05.2004 (rus)*
8. *Sposob vzbuzhdeniya kolebaniy skvazhinnoy flyuida* / Shipulin A.V., Petrichenko M.R., Valeyev M.Kh., Khurramov A.M. [Method of vibrational excitation borehole fluid. Patent] / *patent na izobreteniyе RUS 2266395 17.05.2004 (rus)*
9. *Sposob vzbuzhdeniya kolebaniy skvazhinnoy zhidkosti* [Method of vibrational excitation borehole fluid. Patent] / Shipulin A.V., Petrichenko M.R., Valeyev M.Kh., Khurramov A.M. / *patent na izobreteniyе RUS 2266402 17.11.2003 (rus)*
10. Uitteker Ye.T., Vatson Dzh.N., *Sovremennyy analiz*. [Modern analysis] Part 2, M.: GIF-ML, 1963. Pp. 233-256 (rus)
11. Leonov M.Ya., Panasyuk V.V., *Razvitiye melchayshikh treshchin v tverdom tele* [Development of tiny cracks in the solid] // *Prikladnaya matematika i mekhanika*. №5. 1959. Pp. 391-401. (rus)
12. Khristianovich S.A., Barenblatt G.I. *O module stsepleniya v teorii treshchin* [Modulus clutch crack theory] // *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika tverdogo tela*. №2. 1968. Pp. 70-75. (rus)
13. Khristianovich S.A., Zheltov Yu.P. *O gidravlicheskom razryve neftenosnogo plasta* [About fracturing oil reservoir] // *Izvestiya AN SSSR, Otdeleniye tekhn. nauk*. №5. 1956. Pp. 3-41. (rus)
14. Yuster S.T., Kalun D.S. *Rassloyeniye porod pri fludinge* [Bundle rocks at Flooding]. M., GOSTOPTEKHIZDAT, 1947 126 p. (rus)
15. Khanukayev A.N., Mirkin V.G. *O rasprostraneni voln napryazheniya pri vzryve v tverdykh porodakh* [On the propagation of stress waves in the explosion in hard rock] // *Zapiski Gornogo instituta im. Plekhanova*, Vol. 14. 1962. №1. Pp. 3-12. (rus)
16. Duval G.E. Shock waves in the study of solids // *Applied Mechanics Review*. 1962. №4. 16 p.
17. Nichols H.R., Duval G.E. Effect of characteristics impedance on explosion-generated strain pulses in rock. – *Into: Rock Mech.*, Pergamon, L-NJ-Toronto, 1979. Pp. 879-882.
18. Scott P.P., Bearden W.G., Howard G.C. Rock rupture as affected by fluid properties // *Journal of Petroleum Technology*. 1953. April, 17 p.
19. Oppenheim A.M., Kuhl A.L., Kamel M.M. On self-similar blast waves headed by the Chapman-Jouget detonation // *Journal of Fluid Mechanics*. 1972. Vol. 55. №2. Pp. 257-270.
20. A systematic explosion of the conservation equations for blast waves / Oppenheim A.M., Kuhl A.L., Lundstrom E.A., Kamel M.M. // *Journal Applied Mechanics*. 1971. Vol. 38. №4. Pp. 783-794.
21. Oppenheim A.M., Kuhl A.L., Kamel M.M. A parametric study of self-similar blast-waves // *Journal Fluid Mechanics*. 1974. Vol. 52. №4. Pp. 657-684.

22. Barenblatt G.I., Zeldovich Ya.B. *Promezhutochnyye asimptotiki v matematicheskoy fizike* [Intermediate asymptotics in mathematical physics] // *Uspekhi matem. nauk.* Vol. 26. 1971. №2. Pp.115-130. (rus)
23. Rayzer Yu.P., *Vysokochastotnyy razryad vysokogo davleniya v potoke gaza kak protsess medlennogo goreniya* [High-frequency discharge of high pressure in the gas stream as a process of slow burning] // *Zhurnal prikl. mekhaniki i tekhn. fiziki*, Vol.3. 1968. Pp.3-10. (rus)
24. Uitteker Ye.T. *Analiticheskaya dinamika* [Analytical dynamics]. Izhevsk, *Nelineynaya i khaoticheskaya dinamika*, 1999. 582 p. (rus)
25. Vatin N.I., Girgidov A.A., Strelets K.I. Numerical modelling the three-dimensional velocity field in the cyclone // *Magazine of Civil Engineering*. 2011. № 5. Pp. 5-9. (rus)