

Construction of Unique Buildings and Structures



journal homepage: www.unistroy.spb.ru

Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы

М.Н. Кирсанов¹

*Национальный исследовательский университет "МЭИ", 111250, Россия, Москва,
ул. Красноказарменная, д. 14.*

Информация о статье

УДК 624.072.32

История

Подана в редакцию 3 июня 2015

Ключевые слова

ферма,
аналитическое решение,
индукция,
прогиб;
арка;
сравнение;

АННОТАЦИЯ

Получены точные выражения для прогиба двух типов плоских упругих безраспорных ферм под действием равномерной узловой нагрузки в зависимости от размеров ферм и числа панелей. Использован векторный способ задания конфигурации фермы и матричная форма метода вырезания узлов для определения усилий в стержнях фермы. Зависимость прогиба от числа панелей, геометрических размеров и нагрузки найдена в аналитической форме методом индукции с помощью специального пакета системы компьютерной математики Maple, предназначенного для составления и решения линейных рекуррентных уравнений, которым удовлетворяют коэффициенты решения. Решение получено для различных жесткостей стержней поясов и решетки фермы. Приведены кривые сравнения прогибов и некоторые асимптотические свойства решений, показывающие принципиально разный характер изменения прогиба при увеличении числа панелей.

Содержание

1.	Введение	45
2.	Две схемы фермы	45
3.	Сравнение и анализ	49
4.	Заключение	50

Контактный автор:

¹ +7 (495) 362 7314, mpei2004@yandex.ru (Кирсанов Михаил Николаевич, д-р физ.-мат. наук, профессор)

1. Введение

Основные задачи в статике стержневых систем – это задачи о прочности и жесткости. Особую роль в исследованиях ферм играют точные аналитические решения, служащие с одной стороны тестовыми оценками численных методов, с другой – позволяющие провести анализ конструкции с целью выявить ее особенности и оптимизировать размеры фермы. Современные системы компьютерной математики (Maple, Mathematica, Maxima и др.) позволяют выполнить решение в символьной форме и получить, например, значение прогиба как функцию параметров конструкции, куда входят геометрические размеры, характеристики материала, нагрузка. Однако ввести в параметры задачи число панелей или число стержней фермы значительно сложнее. Единственный путь в этом случае – применить метод индукции, состоящий в решении последовательности ферм с различным числом панелей и выявлении закономерности образования коэффициентов в соответствующих формулах. Метод индукции совместно с возможностями системы Maple [1-3] применим как в расчетах плоских [4-8], так и пространственных [9-14] регулярных стержневых систем.

Аналитические решения для прогиба плоской статически определимой арочной фермы, являющейся аналогом широко применяемой в покрытиях портовых сооружений схемы стропильной фермы «Молодечно», получено в [4]. На кривой зависимости прогиба от числа панелей обнаружен минимум и точка перегиба. Рассмотренная в этой работе схема фермы отличается большим подъемом, что заметно увеличивает высоту рабочего помещения. Размеры фермы определяются двумя геометрическими параметрами и числом панелей. В [5] исследованы усилия в стержнях плоской один раз статически неопределимой решетчатой ферме. Показано, что ферма с четным числом панелей геометрически изменяема, даже при наличии лишнего стержня. Найдена и проанализирована формула для прогиба. Примененный в [4,5] метод индукции оказался работоспособным и в анализе стержневой системы крепления микромеханического гироскопа [6]. Более простые схемы фермы, нагруженные одной сосредоточенной в середине пролета силой, исследованы в аналитической форме в [7,8]. Получение аналитических формул для прогиба пространственных ферм сложнее, и такие решения встречаются реже [9,10]. В основном в этом случае используются численные методы [11-14]. В последнее время стали применяться и методы искусственного интеллекта [15-17]. Поиск простых решений для регулярных статически определимых (плоских и пространственных) стержневых систем, вероятно, впервые начал Hutchinson R. G. [18-19]. Именно он, предложив новые и исследовав некоторые существующие фермы, объявил «охоту» на схемы статически определимых регулярных ферм. Охота продолжается! Одна из таких ферм предлагается в настоящей работе. Для сравнения в аналитическом виде рассчитывается известная схема фермы.

2. Две схемы фермы

Схема 1. Рассмотрим арочную статически определимую ферму с крестообразной решеткой, нагруженную равномерно по верхнему поясу (рис.1). Одна опора фермы – неподвижный шарнир, другая – подвижный. Фактически эта ферма состоит из двух простых ферм с крестообразной решеткой, соединенных шарниром и горизонтальным стержнем в середине пролета. Подъем фермы определяется длиной этого стержня. Ферма принадлежит к безраспорному типу. Конструкция узлов фермы предполагает, что стержни крестообразной решетки лежат в разных плоскостях, а плоская идеализация незначительно искажает картину напряженного состояния в стержнях.

В ферме, состоящей из $2n$ панелей, содержится $4n+1$ шарниров и $8n+2$ стержней, включая три стержня, которые моделируют опоры. Эти стержни в расчете будем полагать жесткими. Усилия в стержнях определяем методом вырезания узлов.

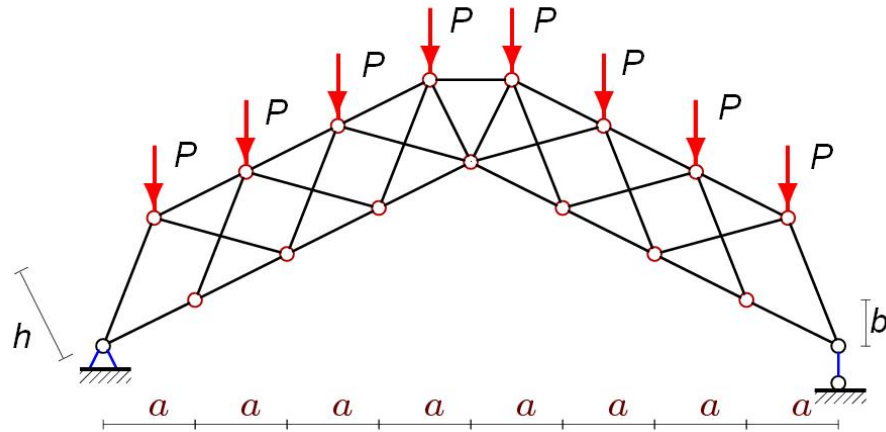


Рисунок 1. Схема 1 фермы, $n=4$, $a=h=2b$

Для ввода информации о геометрии фермы в программу системы Maple [1] пронумеруем шарниры сначала по нижнему, затем по верхнему поясу. Начало координат выберем в левой неподвижной опоре. Имеем следующие координаты узлов:

$$x_i = ai - a, i = 1, \dots, 2n + 1,$$

$$y_i = (i - 1)b, i = 1, \dots, n + 1, y_i = (2n + 1 - i)b, i = n + 2, \dots, 2n + 1,$$

$$x_{i+2n+1} = ai - d, y_{i+2n+1} = f + bi,$$

$$x_{i+3n+1} = a(n - 1 + i) + d,$$

$$y_{i+3n+1} = y_{3n+2-i}, i = 1, \dots, n,$$

$$\text{где } d = bh / c, f = ah / c, c = \sqrt{a^2 + b^2}, \text{ (рис. 2).}$$

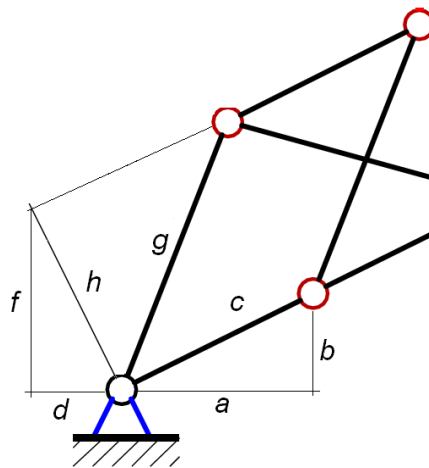


Рисунок 2. К выводу геометрических соотношений

Структуру соединения стержней и шарниров введем условными векторами $\vec{V}_i, i = 1, \dots, m$. В этих векторах первая компонента – номер шарнира фермы в начале вектора, вторая – номер шарнира в его конце. Направление вектора-стержня не связано с усилием в этом стержне и служит лишь для определения схемы соединений в ферме, что необходимо для записи уравнений равновесия узлов в проекции на оси координат.

Имеем следующие векторы:

- нижний пояс $\vec{V}_i = [i, i + 1], i = 1, \dots, 2n,$

- верхний пояс $\bar{V}_{i+2n} = [i + 1 + 2n, i + 2 + 2n]$, $i = 1, \dots, 2n - 1$,
- решетка $\bar{V}_{i+4n-1} = [i, i + 2n + 1]$, $\bar{V}_{i+5n-1} = [i + n + 1, i + 3n + 1]$, $i = 1, \dots, n$,
 $\bar{V}_{i+6n-1} = [i + 2, i + 2n + 1]$, $\bar{V}_{i+7n-2} = [i + n, i + 3n + 2]$, $i = 1, \dots, n - 1$.

$$\bar{V}_{8n-2} = [1 + n, 1 + 3n], \bar{V}_{8n-1} = [1 + n, 2 + 3n].$$

Косинусы углов усилий в уравнениях равновесия узлов фермы вычисляются через длины стержней и проекции условных векторов стержней на оси координат

$$l_i = \sqrt{l_{1,i}^2 + l_{2,i}^2}, \quad l_{1,i} = x_{V_{2,i}} - x_{V_{1,i}}, \quad l_{2,i} = y_{V_{2,i}} - y_{V_{1,i}}, \quad i = 1, \dots, m,$$

где $m = 8n + 2$ – число стержней фермы. Первый индекс (1 или 2) в номере $V_{j,i}$ соответствует номеру компоненты вектора \bar{V}_i , второй – номер стержня. Матрица \mathbf{G} направляющих косинусов имеет следующие элементы:

$$G_{k,i} = -l_{j,i} / l_i, \quad k = 2V_{i,2} - 2 + j, \quad k \leq m, \quad j = 1, 2, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$G_{k,i} = l_{j,i} / l_i, \quad k = 2V_{i,1} - 2 + j, \quad k \leq m, \quad j = 1, 2, \quad i = 1, \dots, m.$$

Заметим, что предложенный способ задания геометрии и структуры фермы не единственный. Известен также метод матрицы инцидентности [21], однако этот способ (ранее широко применявшийся в расчетах ферм) значительно более трудоемкий и менее наглядный. Эти два способа сравнимы между собой также как в теории графов сравнимы способ задания графа списком ребер и с помощью матрицы инцидентности. Известно, что список ребер (аналог использованному здесь векторному способу с векторами \bar{V}_i) задает граф проще.

Усилия в стержнях фермы определяются из решения системы линейных уравнений в матричной форме

$$\mathbf{G}\bar{S} = \bar{B},$$

где \bar{S} – вектор неизвестных усилий, \bar{B} – вектор нагрузок длиной m . Значения горизонтальных нагрузок, приложенных к узлу i , находятся в нечетных элементах B_{2i-1} , значения вертикальных нагрузок – в четных B_{2i} . Решение находим с помощью обратной матрицы $\bar{S} = \mathbf{G}^{-1}\bar{B}$. Этот метод особенно удобен в том случае, когда одну и ту же систему приходится решать несколько раз. Здесь система решается дважды – один раз с внешней нагрузкой, другой – с единичной силой, приложенной в середине пролета. Метод обратной матрицы хорошо реализуется в системе Maple.

Прогиб определим по формуле Максвелла-Мора, разделив сумму на три части:

$$\Delta^{(1)} = \sum_{i=1}^{8n+1} \frac{S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i}{EF_i} = \sum_{i=1}^{2n} \frac{S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i}{EF_1} + \sum_{i=2n+1}^{4n-1} \frac{S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i}{EF_2} + \sum_{i=4n}^{8n+1} \frac{S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i}{EF_3}. \quad (1)$$

В первую сумму входят усилия в нижнем поясе, во второй – в верхнем, в третьей – в решетке. Используются обозначения: $S_i^{(P)}$ для усилия в стержне с номером i от действия внешней нагрузки, $S_i^{(1)}$ – для усилия в этом же стержне от действия единичной вертикальной нагрузки в середине пролета (узел с номером $n+1$). Принято, что жесткость всех стержней нижнего пояса равна EF_1 , верхнего – EF_2 , решетки – EF_3 . Разделение суммы на три части вызвано не только желанием получить более универсальную формулу для ферм, выполненных из стержней различной площади сечения, но и в силу математических трудностей, вызванных сложностью конечных формул. Методом индукции на основе обобщения аналитических расчетов в символьной форме ферм с числом панелей от 1 до 16 для стержней нижнего пояса было получено следующее выражение

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{2n} \frac{S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i}{EF_1} = \frac{P}{EF_1} \left(C_1 \frac{a^2 c}{h^2} + C_2 \frac{ab}{2h} + C_3 \frac{b^2}{c} \right),$$

где

$$C_1 = \frac{1}{48} (10n^4 + 8n^3 + 14n^2 - 8n + 3 - 3(6n^2 + 1)(-1)^n),$$

$$C_2 = -\frac{1}{12} (20n^3 + 6n^2 + 16n - 3 + 3(1 - 4n)(-1)^n),$$

$$C_3 = n^2.$$

Аналогично, для верхнего пояса имеем:

$$C_4 = (10n^4 + 8n^3 + 2n^2 - 8n + 3 + 3(6n^2 - 1)(-1)^n) / 96,$$

$$C_5 = (8n^3 - 6n^2 - 2n + 3 + 3(2n - 1)(-1)^n) / 48,$$

$$C_6 = n^2(n + 1) / 2,$$

$$\Delta_2 = \sum_{i=2n+1}^{4n-1} \frac{S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i}{EF_2} = 2 \frac{P}{EF_2} \left(C_4 \frac{a^2 c}{h^2} - C_5 \frac{ab}{h} + C_6 \frac{cb}{h} - C_3 \frac{b^2}{a} \right).$$

Для стержней решетки:

$$C_7 = (6n^2 + 1 - (-1)^n) / 8,$$

$$C_8 = (2n(-1)^n - (-1)^n + 1) / 4,$$

$$C_9 = -n(n + 1) / 2,$$

$$S_{8n-2}^{(P)} = P \left(C_8 \frac{a}{c} + C_9 \frac{b}{h} + n \frac{b^2}{ac} \right),$$

$$S_{8n-2}^{(1)} = -n \frac{b}{2h} + \frac{a}{4c} ((-1)^n - 1),$$

$$\Delta_3 = \sum_{i=4n}^{8n-1} \frac{S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i}{EF_3} = \frac{P}{EF_3} \frac{C_7 g^3 a^2}{c^2 h^2} + \frac{S_{8n-2}^{(P)} S_{8n-2}^{(1)} h}{EF_3},$$

где $g = \sqrt{c^2 + h^2}$ – длина раскосов (рис. 2). В последнем случае отдельно выделены два стержня-стойки длиной h , так как выражения усилий в них отличались по форме от остальных усилий в решетке, что затрудняло нахождение закономерностей в коэффициентах решения.

Алгоритм определения коэффициентов C_k , $k = 1, \dots, 9$, разделялся на три этапа. Сначала в результате решения задачи получались последовательности коэффициентов, затем с помощью команды **rgf_findrecur** пакета **genfunc** системы Maple определялось рекуррентное уравнение, которому удовлетворяют эти коэффициенты. Решение же уравнения находил оператор **rsolve**. Символьные преобразования в системе Maple при значительном числе панелей занимают большое время. Численные вычисления в этой же системе выполняются почти мгновенно, поэтому проверка индукции была проведена численно с большими числами панелей. При этом было также обнаружено, что численные методы часто накапливают ошибки округления, что делает еще более ценными символьные результаты.

Схема 2. Ферма с прямоугольной решеткой (рис. 3) имеет более простую конструкцию, содержит только два геометрических параметра и значительно проще для расчета [8]. Как и в схеме 1, здесь две опоры – подвижная и неподвижная. Подъем фермы определяется соотношением длин стержней. Независимо друг от друга выбираются длины вертикальных (h) и горизонтальных (a) стержней (в схеме 1 – три независимых размера). Наклонные стержни нижнего и верхнего пояса имеют длину $\sqrt{a^2 + h^2}$. При $a = h$ наклон поясов составляет 45° . В ферме с $2n$ панелями содержится $4n+2$ шарниров и $8n+4$ стержней, включая три опорных стержня.

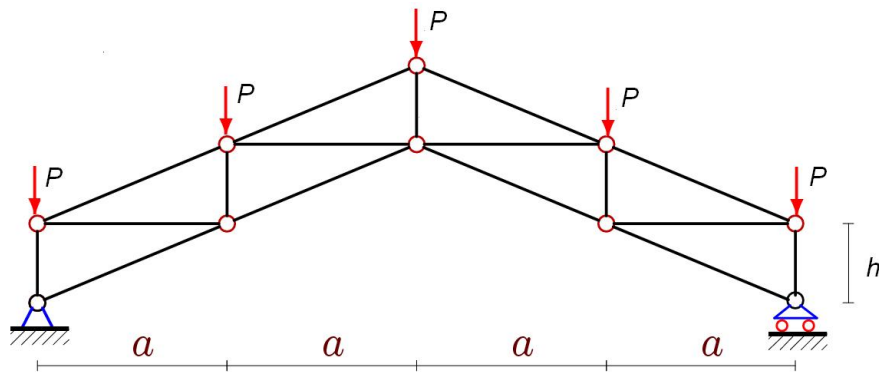


Рисунок 3. Схема 2 фермы, $n=2$, $a=2h$

Опуская выкладки (они значительно проще, чем в схеме 1), запишем выражение для прогиба середины пролета фермы (жесткость стержней принята одинаковой):

$$\Delta^{(2)} = \sum_{i=1}^{8n+1} \frac{S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i}{EF} = \frac{P}{EF} \frac{n^2(a^3 + (2n+1)h^3 + c^3(1+5n^2)/6)}{2h^2}. \quad (2)$$

Как и для схемы 1, суммирование производится здесь по деформируемым стержням.

3. Сравнение и анализ

Пусть задана фиксированная длина пролета фермы, ее высота и суммарная нагрузка. Таким образом, длина панели a (как для схемы 1, так и для схемы 2) выражается по формуле $a = L / (2n)$. Размер в схеме 1: $b = H / n$, аналогично, в схеме 2: $h = H / n$. Таким образом, обе фермы имеют одинаковый пролет L и одинаковую высоту H , которая вычисляется по средней точке нижнего пояса. Нагрузка на узел имеет вид $P = P_{sum} / (n + 1)$. Введем обозначение для относительного прогиба $\tilde{\Delta} = \Delta EF / P_{sum}$. Предположим, что жесткости стержней в схеме 1 одинаковые $EF_1 = EF_2 = EF_3$ и совпадают с жесткостью стержней фермы 2. Вычисления по формулам (1) и (2) дают кривые, представленные на рисунке 4. При этом оказывается, что для большого числа панелей предлагаемая схема 1 более жесткая.

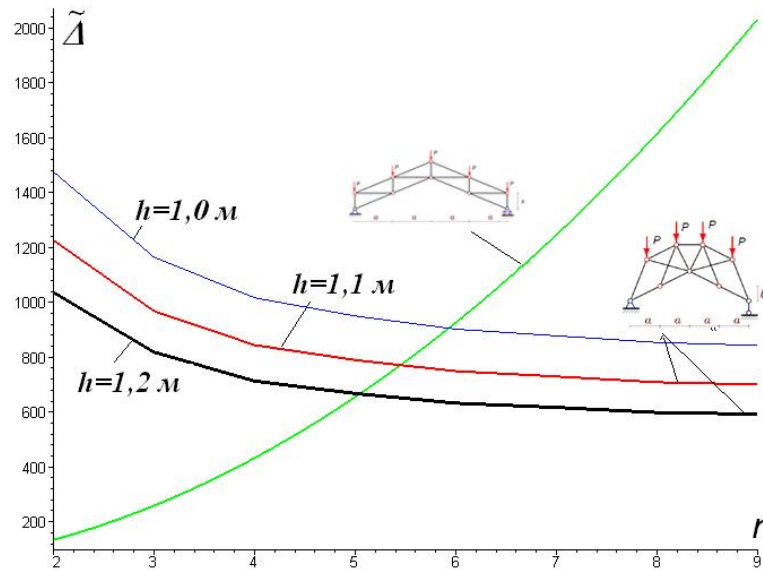


Рис. 4. Зависимость прогиба от числа панелей. $L = 30 \text{ м}$, $H = 6 \text{ м}$

Прогиб фермы 1 падает с увеличением числа панелей, фермы 2 – растет. Принципиально различное поведение кривых прогиба ферм 1 и 2 можно проверить из предельного анализа:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{\Delta}_1 = 0,$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\tilde{\Delta}_2}{n^2} = \frac{5(L^2 + 4H^2)^{3/2}}{192H^2}.$$

Прогиб фермы 2 растет по квадратичному закону. Увеличение параметра h закономерно приводит к уменьшению прогиба фермы 1.

4. Заключение

Методом индукции выведены формулы для прогиба арочных ферм. Первая схема – трехпараметрическая (независимые размеры a , b , h), вторая содержит только два параметра. В первом случае решение заметно более сложное, хотя как и решение для второй схемы, выражается полиномами по числу панелей. Кроме того, рассмотренные схемы фермы показали принципиально разные зависимости прогиба от числа панелей. На этом примере особенно четко выявилось преимущество аналитических решений перед численными. Не умаляя роль численных методов, позволяющих учесть все возможные особенности конструкции, отметим роль символической математики для теоретической оценки проектируемых конструкций. Именно аналитические методы позволяют выявить существенные особенности конструкций и предупредить возможные ошибки проектирования, найти способы оптимизации, получить оценочные значения решений. Особую роль здесь играет индуктивный метод, разработанный как для пространственных, так и для плоских стержневых конструкций.

Литература

- [1]. Голоскоков Д. П. Практический курс математической физики в системе Maple. СПб.: Изд-во ПаркКом, 2010. 644 с.
- [2]. Матросов А. В. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики. СПб: БХВ-Петербург, 2001. 528 с.
- [3]. Кирсанов М.Н. Практика программирования в системе Maple. М.: Издательский дом МЭИ, 2011. 208 с.
- [4]. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова. 2015. № 3 (31). С. 42-48.
- [5]. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 6 (257). С. 2-6.
- [6]. Кирсанов М.Н. Жесткость торсионной подвески микромеханического волнового твердотельного гироскопа // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2015. № 3. С. 18-22.
- [7]. Реутов Д.О. Индуктивный анализ прогиба фермы регулярной структуры в системе Maple// Международная научно-практическая конференция ИТОН-2014. IV-й международный семинар и международная школа "Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системах компьютерной математики" // Материалы конференции и труды семинара. Казань: Изд-во ООО "Фолиант", 2014. с. 256-261.
- [8]. Кужелев П.А. Оптимизация прогиба плоской балочной фермы// Вопросы образования и науки: теоретический и методический аспекты: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 31 мая 2014 г.: в 11 частях. Часть 11. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. с. 109-110.
- [9]. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 32-38.
- [10]. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 2 (259). С. 2-6.
- [11]. Галишникова В.В. Численный анализ устойчивости равновесия пространственных ферм в геометрически нелинейной постановке // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2010. № 1. С. 42—50.
- [12]. Галишникова В.В. Вывод разрешающих уравнений задачи геометрически нелинейного деформирования пространственных ферм на основе унифицированного подхода. Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. сер.: Строительство и архитектура. 2009. вып.14(33). С. 39—49.
- [13]. Galishnikova V. V. Stability Analysis of Space Trusses // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2009. Vol. 5, Issue 1,2. Pp. 35—44.
- [14]. Galishnikova V.V., Dunaiski P., Pahl P.J. Geometrically Nonlinear Analysis of Plane Trusses and Frames. SUN MeDIA, Stellenbosch. Republic of South Africa. 2009. P. 382.
- [15]. Finotto V.C., Silva W.R.L., Valášek M., Štemberk P. Hybrid fuzzy-genetic system for optimising cabled-truss structures// Advances in Engineering Software. 2013. Vol. 62–63. Pp. 85-96.
- [16]. Kociecki M., Adeli H. Two-phase genetic algorithm for topology optimization of free-form steel space-frame roof structures with complex curvatures // Engineering Applications of Artificial Intelligence. 2014. Vol. 32. No. 6. Pp. 218-227.
- [17]. Кирсанов М.Н. Генетический алгоритм оптимизации стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2010. № 2. С.60-63.
- [18]. Hutchinson R. G., Fleck N. A. Microarchitected cellular solids – the hunt for statically determinate periodic trusses // ZAMM Z. Angew. Math. Mech. 2005. 85, No. 9. Pp. 607 – 617.
- [19]. Hutchinson R. G., Fleck N.A. The structural performance of the periodic truss // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2006. Vol. 54. No. 4. Pp. 756-782.
- [20]. Heyman J. Design of a simple steel truss // Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings. 2010. Vol. 163. No. 1. pp. 53-56.
- [21]. Доев В.С., Доронин Ф.А. Сборник задач по теоретической механике на базе Mathcad. СПб.: Лань, 2010. 592 с.

- [22]. Kaveh A, Shahrouzi M, Farshi B., Alinia-ziazi A. Sizing optimization of truss structures by method of centers and force formulation // *International Journal of Solids and Structures*. 2010. Vol. 47. Pp. 2508–2524.
- [23]. Lei H., Zhu X., Chen H., Fan H., Chen M., Fang D. Macroscopic response of carbon-fiber pyramidal truss core panel taking account of local defect // *Composites Part B: Engineering*. 2015. Vol. 79. No. 15. Pp. 311-321.
- [24]. Biegus A. Trapezoidal sheet as a bracing preventing flat trusses from out-of-plane buckling // *Archives of Civil and Mechanical Engineering*. Vol. 15. No. 3. 2015. Pp. 735-741.
- [25]. Pholdee N., Bureerat S. Comparative performance of meta-heuristic algorithms for mass minimisation of trusses with dynamic constraints // *Advances in Engineering Software*. 2014. Vol. 75. Pp. 1–13.
- [26]. Grant A., Hinze J. Construction worker fatalities related to trusses: An analysis of the OSHA fatality and catastrophic incident database// *Safety Science*. 2014. Vol. 65. Pp. 54-62.

A comparative stiffness analysis of two schemes arched truss

M.N. Kirsanov¹

National Research University "Moscow Power Engineering Institute", 14 Krasnokazarmennaya st., Moscow, 111250, Russia.

ARTICLE INFO

scientific article

doi:

Article history

Received 3 June 2015

Keywords

truss,
analytical solution,
induction,
deflection,
arch,
comparison

ABSTRACT

We have obtained the exact expressions for the deflection of the two types of flat elastic thrustless trusses under uniform nodal loads depending on truss size and number of panels. Used vector method set the configuration of the truss and the matrix form of the method of cutting nodes to determine forces in the rods of the truss. The dependence of the deflection on the number of panels, the geometric dimensions and the load was found in an analytical form by induction using a special package for the computer algebra system Maple, intended for the preparation and solution of linear recurrence equations, which satisfy the coefficients of the solution. The solution obtained for different stiffness of the belts and rods of the lattice truss. The curves comparison of deflections and some asymptotic properties of the solutions, showing the fundamentally different nature of the change in deflection with increase in the number of panels.

Corresponding author:

¹ +7 (495) 362 7314, mpei2004@yandex.ru (Kirsanov Mikhail Nikolaevich, D.Sc., professor)

References

- [1]. Goloskokov D. P. *Prakticheskiy kurs matematicheskoy fiziki v sisteme Maple*. SPb.: Izd-vo ParkKom, 2010. 644 s.
- [2]. Matrosov A. V. *Maple 6. Resheniye zadach vysshey matematiki i mekhaniki*. SPb: BKhV-Peterburg, 2001. 528 s.
- [3]. Kirsanov M.N. *Praktika programmirovaniya v sisteme Maple*. M.: Izdatelskiy dom MEI, 2011. 208 s.
- [4]. Kirsanov M.N. *Analiticheskoye issledovaniye deformatsiy ploskoy fermy arochnogo tipa // Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admirala S. O. Makarova*. 2015. № 3 (31). Pp. 42-48.
- [5]. Kirsanov M.N. *Analiticheskiy raschet mnogoreshetchatoy fermy // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2014. № 6 (257). S. 2-6.
- [6]. Kirsanov M.N. *Zhestkost torsionnoy podveski mikromekhanicheskogo volnovogo tverdotelnogo giroskopa // Pribory i sistemy. Upravleniye, kontrol, diagnostika*. 2015. № 3. S. 18-22.
- [7]. Reutov D.O. *Induktivnyy analiz progiba fermy regul'yarnoy struktury v sisteme Maple // Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya ITON-2014. IV-y mezhdunarodnyy seminar i mezhdunarodnaya shkola "Matematicheskoye i kompyuternoye modelirovaniye fundamentalnykh obyektov i yavleniy v sistemakh kompyuternoy matematiki" // Materialy konferentsii i trudy seminar. Kazan: Izd-vo OOO "Foliant", 2014. s. 256-261.*
- [8]. Kuzhelev P.A. *Optimizatsiya progiba ploskoy balochnoy fermy // Voprosy obrazovaniya i nauki: teoreticheskiy i metodicheskiy aspekty: sbornik nauchnykh trudov po materialam Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii 31 maya 2014 g.: v 11 chastyakh. Chast 11. Tambov: OOO «Konsaltingovaya kompaniya Yukom», 2014. s. 109-110.*
- [9]. Kirsanov M.N. *Analiz progiba fermy pryamougol'nogo prostranstvennogo pokrytiya // Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal*. 2015. № 1 (53). S. 32-38.
- [10]. Kirsanov M.N. *Analiticheskiy raschet prostranstvennoy sterzhnevoy regul'yarnoy struktury s ploskoy granyu // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2015. № 2 (259). S. 2-6.
- [11]. Galishnikova V.V. *Chislennyy analiz ustoychivosti ravnovesiya prostranstvennykh ferm v geometricheski nelineynoy postanovke // Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy*. 2010. № 1. S. 42—50.
- [12]. Galishnikova V.V. *Vyvod razreshayushchikh uravneniy zadachi geometricheski nelineynogo deformirovaniya prostranstvennykh ferm na osnove unifitsirovannogo podkhoda. Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta. ser.: Stroitel'stvo i arkhitektura*. 2009. vyp. 14(33). S. 39—49.
- [13]. Galishnikova V. V. *Stability Analysis of Space Trusses // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2009. Vol. 5, Issue 1,2. Pp. 35—44.
- [14]. Galishnikova V.V., Dunaiski P., Pahl P.J. *Geometrically Nonlinear Analysis of Plane Trusses and Frames*. SUN MeDIA, Stellenbosch. Republic of South Africa. 2009. P. 382.
- [15]. Finotto V.C., Silva W.R.L., Valášek M., Štemberk P. *Hybrid fuzzy-genetic system for optimising cabled-truss structures // Advances in Engineering Software*. 2013. Vol. 62–63. Pp. 85-96.
- [16]. Kociecki M., Adeli H. *Two-phase genetic algorithm for topology optimization of free-form steel space-frame roof structures with complex curvatures // Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2014. Vol. 32. No. 6. Pp. 218-227.
- [17]. Kirsanov M.N. *Geneticheskiy algoritm optimizatsii sterzhnevyykh sistem // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2010. № 2. S. 60-63.
- [18]. Hutchinson R. G., Fleck N. A. *Microarchitected cellular solids – the hunt for statically determinate periodic trusses // ZAMM Z. Angew. Math. Mech*. 2005. 85, No. 9. Pp. 607 – 617.
- [19]. Hutchinson R. G., Fleck N.A. *The structural performance of the periodic truss // Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2006. Vol. 54. No. 4. Pp. 756-782.
- [20]. Heyman J. *Design of a simple steel truss // Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings*. 2010. Vol. 163. No. 1. pp. 53-56.
- [21]. Doyev V.S., Doronin F.A. *Sbornik zadach po teoreticheskoy mekhanike na baze Mathcad*. SPb.: Lan, 2010. 592 s.
- [22]. Kaveh A, Shahrouzi M. Farshi B., Alinia-ziazi A. *Sizing optimization of truss structures by method of centers and force formulation // International Journal of Solids and Structures*. 2010. Vol. 47. Pp. 2508–2524.

- [23]. Lei H., Zhu X., Chen H., Fan H., Chen M., Fang D. *Macroscopic response of carbon-fiber pyramidal truss core panel taking account of local defect* // Composites Part B: Engineering. 2015. Vol. 79. No. 15. Pp. 311-321.
- [24]. Biegus A. *Trapezoidal sheet as a bracing preventing flat trusses from out-of-plane buckling* // Archives of Civil and Mechanical Engineering. Vol. 15. No. 3. 2015. Pp. 735-741.
- [25]. Pholdee N., Bureerat S. *Comparative performance of meta-heuristic algorithms for mass minimisation of trusses with dynamic constraints* // Advances in Engineering Software. 2014. Vol. 75. Pp. 1-13.
- [26]. Grant A., Hinze J. *Construction worker fatalities related to trusses: An analysis of the OSHA fatality and catastrophic incident database* // Safety Science. 2014. Vol. 65. Pp. 54-62.

Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. №9(36). С.44-55.

Kirsanov M.N. A comparative stiffness analysis of two schemes arched truss. Construction of Unique Buildings and Structures, 2015, 9(36), Pp. 44-55. (rus)