

Напряженно-деформированное состояние подземных трубопроводов Stress-strain state of buried pipelines

аспирант Яваров Александр Валерьевич
ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
+7 (911) 024 1012; yavarov_av@mail.ru
Санкт-Петербург
Российская Федерация

Post-graduate student Alexandr Valerjevich Yavarov
Saint-Petersburg State Polytechnical University
+7 (911) 024 1012; yavarov_av@mail.ru
Saint-Petersburg
Russian Federation

к.т.н., доцент Колосова Галина Сергеевна
ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
Санкт-Петербург
Российская Федерация

Ph. D, Associate professor Galina Sergeevna Kolosova
Saint-Petersburg State Polytechnical University
Saint-Petersburg
Russian Federation

к.т.н., доцент Куроедов Владимир Васильевич
ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
Санкт-Петербург
Российская Федерация

Ph. D, Associate professor Vladimir Vladimirovich Kuroedov
Saint-Petersburg State Polytechnical University
Saint-Petersburg
Russian Federation

Ключевые слова: методы расчета подземных трубопроводов на прочность, модели подземных трубопроводов, модели массива грунтов, напряженно-деформированное состояние, субмоделирование.

В работе выполнен обзор работ, посвященных анализу напряженно-деформированного состояния подземных трубопроводов. Излагается принцип последовательного усложнения моделей подземного трубопровода. Описываются модели трубопроводов, массива грунта.

Key words: strength calculation methods of buried pipelines, buried pipeline's models, models of soils, the stress-strain state, submodeling.

Authors reviewed the article about the stress-strain state of buried pipelines in this paper. The principle of sequential complexity model of the buried pipelines was presented. Models of pipelines, soil models were given an account.

Одна из первых работ по расчету подземных трубопроводов на прочность принадлежит Галеркину Б. Г. [9]. Расчетам на прочность подземных трубопроводов также посвящены труды Айнбиндера А. Б., Камерштейна А. Г. [1], Айнбиндера А. Б. [2], Аксельрада Э. А., Ильина В. П. [3] Алешина В.В. и др. [4], Бородавкина П. П., Синюкова А. М. [5], Виноградова С. В. [7], Вислобицкого П. А., Гайдука В. Ф. [8], Зарипова Р. М. [17], Ильина В. П. [19, 20], Камерштейна А. Г. и др. [22], Клейна Г. К. [24], Наумовой Г. А. и др. [35], Селезнева В. Е. и др. [50-52], Шаммазова А. М. и др. [56] и других исследователей. Весьма широкий обзор литературы, посвященной развитию методов расчета подземных трубопроводов, также представлен в работе Чичелова В. А. и др. [55].

1. Введение

Актуальность совершенствования методов расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) подземных трубопроводов на протяжении столь длительного времени объясняется тем, что из-за

большой протяженности увеличение толщины стенки трубопровода хотя бы на 1 мм приводит к значительному перерасходу материала.

Фактически имеет место коллизия между обеспечением прочности сооружения и минимальными затратами на строительство. Для решения данной проблемы необходимо использование методов расчета наиболее полно отражающих условия работы сооружения на стадиях строительства, эксплуатации и ремонта.

Особенностью подземных трубопроводов является то, что массив грунта для них представляет собой не только нагрузку, но и среду, в которой развиваются деформации сооружения. Как результат, задача расчета напряженно-деформированного состояния подземного трубопровода переходит в задачу расчета НДС системы «Подземный трубопровод - массив грунта» (далее - система).

Целью настоящей статьи является обзор работ, посвященных статическому анализу НДС подземных напорных трубопроводов, к числу которых относятся, например, подземные магистральные и промышленные трубопроводы.

Ввиду того, что аналитические решения ограничиваются задачами с простой геометрией, простыми граничными условиями и простыми моделями поведения материалов, для задачи расчета НДС системы используются численные методы: метод конечных элементов (МКЭ), метод граничных элементов (МГЭ), метод дискретных элементов (МДЭ) и т.д. В настоящее время самым распространенным методом численного решения задач строительной механики является МКЭ.

В задачах расчета подземных магистральных трубопроводов МКЭ нашел применение в работах Айнбиндера А. Б., Камерштейна А. Б. [1], Айнбиндера А. Б. [2], Алешина В. В. и др. [4], Лалина В. В. [26-27, 59-61], Наумовой Г. А. и др. [35], Селезнева В. Е. и др. [50-52], Самыгина А. Н. [44], Altaee A., Fellenius B. H. [64], Goltabar A. M., Shekarchi M. [70], Nobahar A. [75], Phillips R. и др. [80], Popescu R., Nobahar A. [81], Shakib H., Zia-Tohidi R. [86] и других работах.

В перечисленных работах модели системы являются комплексными, то есть они образованы сочетанием нескольких частных моделей: геометрической моделью стенки трубы и массива грунта, моделями материала трубопровода и массива грунта, моделью контакта трубопровода и грунта, моделями нагрузок и воздействий [35].

Общий алгоритм построения модели сводится к следующей последовательности:

1. Исследуемый участок трассы трубопровода разбивается на участки с одинаковыми инженерно-геологическими условиями и одинаковыми геометрическими и жесткостными характеристиками трубопровода.

2. Последовательно задаются стержневая, оболочечная и объемная конечно-элементные модели трубопровода. Название моделям дано по размерности конечных элементов, с помощью которых моделируется трубопровод. Каждая последующая модель включает меньший участок трассы, давая более детальную картину напряженно-деформированного состояния. Применяется процедура субмоделирования.

Стержневые конечно-элементные модели используются для общей оценки НДС системы, выявления участков для дальнейшего расчета с помощью оболочечных и объемных элементов. Также стержневые модели эффективны в расчетах параметров укладки трубопровода с учетом конструктивной нелинейности.

Оболочечные модели позволяют моделировать нарушения круговой формы поперечного сечения (овализация, смятие, гофрообразование). Преимуществом оболочечных моделей является возможность моделирования природного напряженного состояния грунта [62, 72, 76, 87], экскавации траншеи [62,88], автоматическая передача давления обратной засыпки грунта [52], учет контактного взаимодействия на поверхности труба/грунт [52, 62].

Объемные модели используются для учета резкого изменения геометрической формы конструкции в местах жесткого крепления трубопроводов, тройниковых соединениях. Также данные модели позволяют решать задачи получения детальной картины НДС с учетом реальной геометрии дефектов стенок трубопровода.

При построении объемных и оболочечных моделей следует иметь в виду наличие аналогии между моделями трубопроводов и тоннелей. Как результат, отдельные приемы можно заимствовать из методик расчета тоннелей [14].

2. Моделирование трубопровода в расчетных моделях системы

В расчетных моделях системы трубопровод возможно задать: стержнем, нитью, оболочкой, сплошной средой.

Модели нити

Механика нитей излагается в работах Меркина Д. Р. [33], Светлицкого В. А. [45], Щербакова В. П. [58] и в других работах.

В основе модели жесткой нити лежит предположение о большой величине прогиба оси. В этом случае напряжения изгиба $\sigma_{изг}$ сопоставимы с напряжениями растяжения σ_n , возникающими за счет провисания нити. При оценке применимости модели нити используется отношение [35]:

$$\Psi = \frac{\sigma_{изг}}{\sigma_n}. \quad (1.1)$$

При $\Psi < 0,05$ применяется модель гибкой нити, и жесткость на изгиб не учитывается, при $\Psi > 0,05$ применяется модель жесткой нити, где наряду с напряжениями изгиба учитывается напряжение растяжения. При очень больших значениях Ψ применяется модель балки (стержня, работающего на изгиб).

Стержневые элементы – элементы, у которых один линейный размер (длина) значительно превосходит два других (толщину и ширину). Механика стержней изложена в работах Елисеева В. В. [10], Жилина П. А. [16], Лалина В. В. [25], Масленникова А. М. [32], Попова Е. П. [38, 39], Светлицкого В. А. [46, 47] и других исследованиях.

Стержневые элементы, моделирующие протяженные магистральные трубопроводы, относят к типу тонких стержней, то есть соблюдается гипотеза плоских сечений. В общем случае стержень – криволинейный.

Оболочки – тела, у которых два линейных размера (длина и ширина) значительно превосходят толщину.

Теории оболочек посвящены работы Жилина П. А. [15], Карпова В. В. [23], Лурье А. И. [29], Муштари Х. М., Галимова К. З. [34], Новожилова В. В. и др. [36], Тимошенко С. П., Войновского-Кригера С. [53], Филина А. П. [54] и другие работы.

Геометрически трубопровод является оболочкой вращения. Оценка применимости оболочек для расчета подземных трубопроводов приведена в работе Наумовой Г. А. и др. [35].

При построении модели тонких оболочек используются следующие гипотезы:

1. Гипотеза малости толщины по сравнению с другими размерами. Теория тонких оболочек применима при условии:

$$\frac{R}{h} \geq 30 \quad (1.2)$$

где h – толщина оболочки; R – наименьший радиус кривизны. Практически все типоразмеры труб, используемых при строительстве трубопроводов, этому условию удовлетворяют;

2. Гипотезы Кирхгофа - Лява, сводящие задачу деформации оболочки к задаче деформации ее срединной поверхности. Эти гипотезы для трубопроводных конструкций выполняются в большинстве случаев при соответствии фактического и проектного положения трубопровода.

Дополнительно могут использоваться следующие гипотезы:

3. Гипотеза замкнутости оболочки. Для трубопровода выполняется всегда, за исключением случаев моделирования аварийного разрушения.

4. Гипотеза круговой (осесимметричной) формы оболочки. Для трубопроводной конструкции в проектном состоянии выполняется всегда за счет обеспечения малых допусков на овализацию поперечного сечения.

Безмоментная теория цилиндрических оболочек

Безмоментная теория позволяет вывести знаменитую «котельную» формулу:

$$\sigma_{кц} = \frac{pR}{\delta}, \quad (1.3)$$

где $\sigma_{кц}$ - величина кольцевых напряжений, kH/m^2 , R - радиус трубы, м, δ - толщина стенки, м.

Модель сплошной среды

Более совершенной с точки зрения физического смысла является теория, основанная на представлении трубопровода, как сплошной среды, то есть среды, заполняющей геометрический объем тела. Модели сплошной среды позволяют учитывать реальную геометрию дефектов стенок трубопровода, выявляемую с помощью внутритрубной диагностики и анализировать износ, несквозное растрескивание стенки трубы.

Недостатком модели сплошной среды является отсутствие учета структуры материала. Компенсируется данный недостаток тем, что используемые соотношения и уравнения подтверждаются многочисленными эмпирическими данными и интегрально учитывают внутренние процессы структурного изменения в материалах и являются их количественным следствием [18].

Механика сплошной среды изложена во множестве работ, включая Елисеева В. В. [11], Ильюшина А. А. [21], Лурье А. И. [30,31], Партона В. З., Перлина П. И. [37], Работнова Ю. П. [40], Розина Л. А. [41-43], Седова Л. И. [48, 49].

Моделирование массива грунта в расчетных моделях системы

При задании трубопровода нитью и стержнем массив грунта задается нелинейными связями конечной жесткости, при построении оболочечных и объемных моделей массив строится объемными конечными элементами. В противном случае, возникает вопрос связи объемных конечных элементов с одномерным стержнем или установки связей в каждом узле по периметру оболочки или сплошного тела. В случае решения плоской задачи модель сплошной среды применяется как для трубопровода, так и массива грунта.

Связи конечной жесткости устанавливаются в каждом узле схемы по трем взаимно перпендикулярным направлениям – рисунок 1.1.

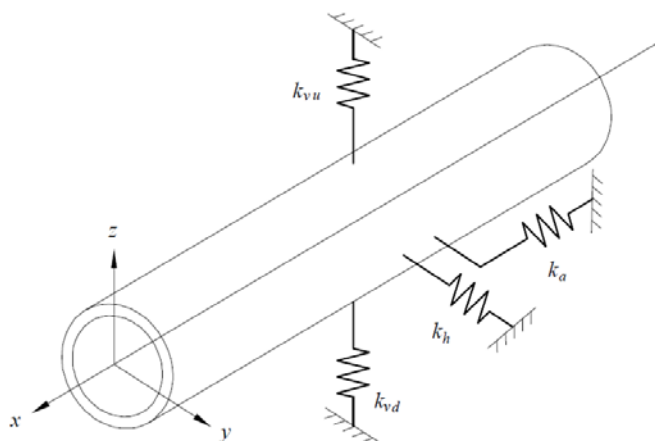


Рисунок 1.1. Стержневая модель участка трассы подземного магистрального трубопровода со связями конечной жесткости [74]

Каждая связь представляет сопротивление грунта перемещению трубы по соответствующему направлению. Дополнительно для продольной связи k_a устанавливается сопротивление грунта кручению трубопровода. Сопротивление массива задают линейными, билинейными, кусочно-заданными линейными, гиперболическими функциями, вводя для связей кривые «сила – перемещение».

В общем случае кривые «сила – перемещение» имеют вид, представленный на рисунке 1.2. Сопротивление массива грунта поперечным вертикальным перемещениям несимметрично, ввиду различной мощности обратной засыпки и грунта под трубопроводом.

Кривые можно представить в виде функциональных зависимостей:

$$R = f_x(x); P = f_y(y); Q = f_z(z). \quad (1.4)$$

Основная проблема использования связей - это определение функций сопротивления грунта $f_x(x)$, $f_y(y)$ и $f_z(z)$.

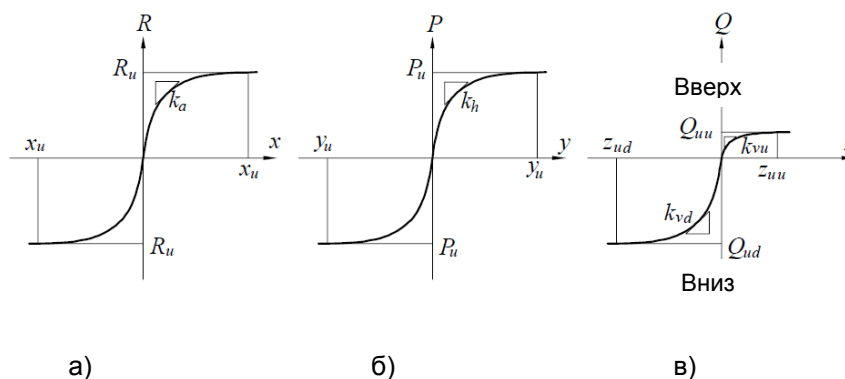


Рисунок 1.2. Характер сопротивления массива грунта перемещениям подземного трубопровода: а) продольным перемещениям ($R-x$), б) горизонтально поперечному перемещению ($P-y$), в) поперечным перемещениям по направлению вверх и вниз ($Q-z$) [74]

Процедура назначения жесткости связи включает: типизацию инженерно-геологических условий, выделение участков с одинаковыми грунтовыми условиями, определение для каждого участка жесткостных характеристик связей.

Для назначения жесткостных характеристик связей возможно использование экспериментальных данных, инженерных и численных методов. Результаты экспериментов по определению сопротивления массива грунта перемещениям трубопровода приведены в работах [1,2,63,88,89,92].

Инженерные методы изложены в работах Айнбиндера А. Б., Камерштейна А. Г. [1], Айнбиндера А. Б. [2], Бородавкина П. П. [6], Дерцакяна А. К. и др. [12], Селезнева В. Е. и др. [52], Honegger D. G., Nyman J. [71].

В основе инженерных методов лежит введение полуэмпирических выражений. В настоящее время данные выражения позволяют качественно оценить сопротивление массива грунта, определенное численными методами [62].

Фактическое же введение трех взаимно-перпендикулярных связей конечной жесткости есть развитие модели основания Фуссы – Винклера и идеи Флорина.

По модели Фуссы - Винклера осадка $W(x, y)$ точки поверхности основания прямо пропорциональна величине интенсивности нагрузки $p(x, y)$ в этой точке; за пределами площади загрузки (при $p = 0$), осадка отсутствует. В случае сосредоточенной силы осадка происходит только в месте ее приложения, а в соседних точках $W = 0$ (рисунок 1.3).

Первая модель сопротивления массива грунта продольным перемещениям трубопровода предложена В.А. Флориным. Данная модель предполагает линейный характер зависимости между перемещением и сопротивлением массива грунта.

Обозначенная преемственность определяет основные преимущества и недостатки моделирования массива связями конечной жесткости:

1. простота построения расчетной модели;
2. незначительное время проведение анализа системы;
3. жесткостные параметры связей не могут быть получены на прямую из лабораторных испытаний грунтов;
4. реакция в одной связи не влияет на реакции, возникающие в других связях, то есть отсутствует учет пространственной работы массива грунта.
5. Жесткости связей возможно определить экспериментальными, инженерными и численными методами.

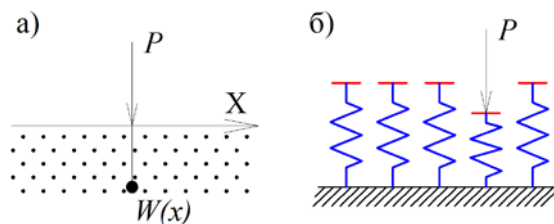


Рисунок 1.3. а) Осадка основания Фуссы - Винклера от силы P , б) механическая модель основания Винклера

Для преодоления четвертого недостатка G. Coschetti и др. [67] разработали т.н. «Макроэлемент» и оболочку разрушения (рисунок 1.4), которые связывают реакции по различным направлениям. Оболочка отражает несимметричность сопротивления массива поперечным перемещениям трубопровода по направлению вверх и вниз. Для построения оболочки требуется установить сопротивление массива грунта перемещениям трубопровода по трем взаимно перпендикулярным направлениям.

Модели сплошной среды массива грунта получили в настоящее время повсеместное распространение. В связи с очевидностью нелинейных свойств массива грунта еще со времен К. Терцаги в этих моделях используются нелинейные соотношения между напряжениями и деформациями, и учитывается упрочнение, как при уплотнении, так и формоизменении, дилатансия [65, 68, 69, 78, 79, 82-85]. Применение данных моделей к анализу НДС системы изложено в большом количестве работ, включая [4, 44, 50-52, 62, 64, 70, 80, 81, 88].

Альтернативой модели сплошной среды в задачах совместного расчета может стать дискретная среда и метод дискретных элементов (МДЭ). Теоретические основы метода изложены в работе Williams J. R. и др. [90].

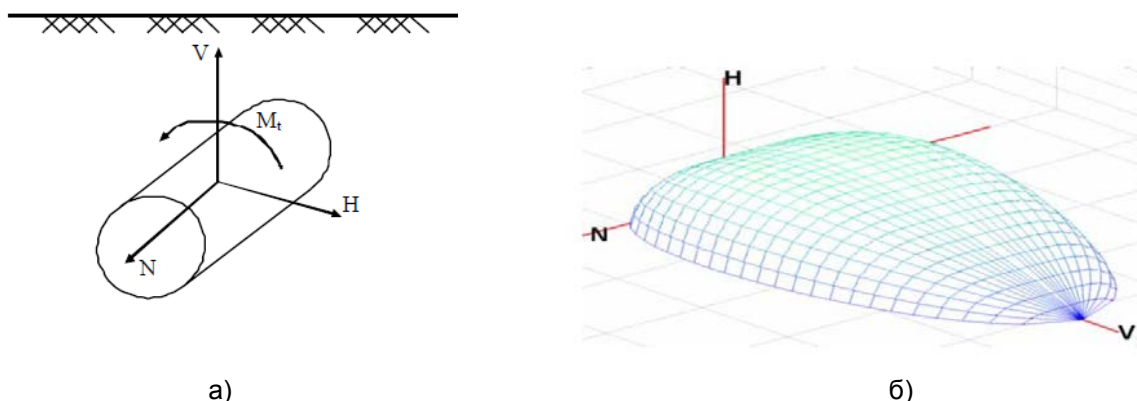


Рисунок 1.4. а) Силовые факторы, действующие на трубопровод, б) оболочка разрушения соответствующая силовым факторам, приведенным на рисунке 1.4.а

Комбинированный метод конечно-дискретных элементов изложен в работе Munjiza A. [77]. Применение МДЭ к задачам расчета подземных трубопроводов и анализ взаимодействия в системе подземный трубопровод-массив грунта изложено в исследовании Calvetti F. и др. [66]. Применение МДЭ для анализа НДС массива грунта осложнено наличием в глинистых грунтах твердой, жидкой, газообразной и биогенной фаз и размером глинистых частиц, составляющих менее 0.002 мм. Также в качестве альтернативы можно указать модели статической физики [57] и модели сыпучей среды [28, 73, 91].

3. Заключение

В настоящей работе выполнен обзор исследований, посвященных статическому анализу напряженно-деформированного состояния подземных трубопроводов. Особенностью подземных трубопроводов является необходимость рассматривать систему "подземный трубопровод - массив грунт". В условиях ограниченности вычислительных возможностей данный факт требует индивидуального подхода при решении отдельных классов задач.

Литература

1. Айнбиндер А. Б., Камерштейн А. Г. Расчет магистральных трубопроводов на прочность и устойчивость: справочное пособие. М.: Недра, 1982. 341 с.
2. Айнбиндер А. Б. Расчет магистральных и промысловых трубопроводов на прочность и устойчивость. М.: Изд-во Недра, 1991. 288 с.
3. Аксельрад Э. А., Ильин В. П. Расчет трубопроводов. Л.: Изд-во Машиностроение, 1972. 240 с.
4. Алешин В. В. [и др.] Численный анализ прочности подземных трубопроводов. М.: Изд-во Едиториал УРСС, 2003. 320 с.
5. Бородавкин П. П., Синюков А. М. Прочность магистральных трубопроводов. М.: Недра, 1984. 245 с.
6. Бородавкин П. П. Механика грунтов. М., Недра - Бизнесцентр, 2003. 349 с.
7. Виноградов С. В. Расчет подземных трубопроводов на внешние нагрузки. М.: Стройиздат, 1980. 135 с.
8. Вислобицкий П. А., Гайдук В. Ф. Устойчивость подземного трубопровода. // Строительная механика и расчет сооружений. 1984. № 5. С. 33-37.
9. Галеркин Б. Г. Напряженное состояние цилиндрической трубы в упругой среде // Труды ЛИПС, 1929. № 100. С. 185-194.
10. Елисеев В. В. Механика упругих стержней. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1994. 84 с.
11. Елисеев В. В. Механика упругих тел. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003. 336 с.
12. Дерцакян А. К. [и др.] Справочник по проектированию магистральных трубопроводов Л.: Недра, 1977. 519 с.
13. Дульнев А. И. [и др.] Методика оценки прочности подводных трубопроводов в процессе их укладки и ее применение для проектов Обско - Тазовской губы // Труды RAO CIS OFFSHORE 2011 PROCEEDINGS. СПб.: Химиздат, 2011. С.143-149.
14. Елизаров С. В. [и др.] Статические и динамические расчеты транспортных и энергетических сооружений на базе программного комплекса COSMOS/M. СПб.: ПГУПС, 2004. 256 с.
15. Жилин П. А. Прикладная механика. Основы теории оболочек. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2006. 167 с.
16. Жилин П. А. Прикладная механика. Теория тонких упругих стержней: учебное пособие. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2007. 100 с.
17. Зарипов Р. М. Научные основы расчета напряженно-деформированного состояния трубопроводов, проложенных в сложных инженерно-геологических условия: Дисс. на соиск. учен. степ. д.т.н.: Спец. 25.00.19. Уфа, 2005. 344 с.
18. Зубчанинов В. Г. Механика процессов пластических сред / В.Г. Зубчанинов. - М.: Физматлит, 2010. - 352 с.
19. Ильин В. П. К расчету устойчивости длинной цилиндрической оболочки при чистом изгибе // Теоретическая механика, сопротивление материалов, строительная механика. 1964. С. 27-32.
20. Ильин В. П. Об изгибе кривой трубы конечной длины при наличии внутреннего давления // Сопротивление материалов, теоретическая механика, строительная механика. 1968. С. 31-35.
21. Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1990. 310 с.
22. Камерштейн, А. Г., Рождественский В. В., Ручимский М. Н. Расчет трубопроводов на прочность: Справочная книга. М.: Изд-во Гостоптехиздат, 1963. 424 с.
23. Карпов В. В. Геометрически нелинейные задачи для пластин и оболочек и методы их решения. М: Изд-во АСВ, 1999. 154 с.
24. Клейн Г. К. Расчет подземных трубопроводов. М.: Изд-во Госстройиздат, 1957. 195 с.
25. Лалин В. В. Различные формы уравнений нелинейной динамики упругих стержней // Труды СПбГПУ № 489. (Механика материалов и прочность конструкций). СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2004. С. 121-128.
26. Лалин В. В., Яваров А. В. Расчетное обоснование конструкции надземного участка газопровода в условиях Крайнего Севера // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. 2010. Т. 257. С. 112-115.
27. Лалин В. В., Яваров А. В. Современные технологии расчета магистральных трубопроводов // Инженерно-строительный журнал. 2010. №3. С. 43-47.
28. Лалин В. В., Зданчук Е. В. Об одной модели сыпучих сред. Волны в редуцированной среде Коссера Инженерно-строительный журнал. 2012. №5. С. 65-71.
29. Лурье А. И. Статика тонкостенных упругих оболочек. М.: Изд-во Гостехиздат, 1947. 252 с.

30. Лурье А. И. Теория упругости. М.: Изд-во Наука, 1970. 940 с.
31. Лурье А. И. Нелинейная теория упругост. - М.: Изд-во Наука, 1980. 512 с.
32. Масленников А. М. Основы динамики и устойчивости стержневых систем: учебное пособие. М.: Изд-во АСВ, 2000. 204 с.
33. Меркин Д. Р. Введение в механику гибкой нити. М.: Наука, 1980. 240 с.
34. Муштари Х. М., Галимов К. З. Нелинейная теория упругих оболочек. Казань: Таткнигиздат, 1957. 351с.
35. Наумова Г. А., Овчинников И. Г., Снарский С. В. Расчет трубопроводных конструкций с эксплуатационными повреждениями. Волгоград: Изд-во ВолгГАСУ, 2009. 168 с.
36. Новожилов В. В., Черных К. Ф., Михайловский Е. И. Линейная теория тонких оболочек. Л.: Изд-во Политехника, 1991. 656 с.
37. Партон В. З., Перлин П. И. Методы математической теории упругости. М.: Наука, 1981. 699 с.
38. Попов Е. П. Нелинейные задачи статики тонких стержней. Л. -М.: Изд-во ОГИЗ, 1948. 170 с.
39. Попов Е. П. Теория и расчет гибких упругих стержней. М.: Изд-во Наука, 1986. 296 с.
40. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Гл. ред. ф.-м. наук, 1988. 712 с.
41. Розин Л. А. Основы метода конечных элементов в теории упругости. Л.: Изд-во ЛПИ, 1972. 77 с.
42. Розин Л. А. Вариационные постановки задач для упругих систем. Л: Изд-во ЛГУ, 1978. 224 с.
43. Розин Л. А. Задачи теории упругости и численные методы их решения. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1998. 532 с.
44. Самыгин А. Н. Конечно-элементное моделирование нелинейных задач нестационарного деформирования трубопроводов с жидкостью в грунтовой среде: Дисс. на соиск. учен. степ. к. ф.-м. н.: Спец. 01.02.06. Н.Новгород, 2003. 109 с.
45. Светлицкий В. А. Механика гибких стержней и нитей. М.: Изд-во Машиностроение, 1978. 222 с.
46. Светлицкий, В.А. Механика стержней: учебник для вузов. Ч. 1. Статика. М.: Изд-во Высшая школа, 1987. 320 с.
47. Светлицкий В. А. Механика абсолютно гибких стержней. М.: Изд-во МАИ, 2001. 431 с.
48. Седов Л. И. Механика сплошной среды, том 1. М.: Изд-во Наука, 1970. 492 с.
49. Седов, Л.И. Механика сплошной среды, том 2. М.: Изд-во Наука, 1970. 568 с.
50. Селезнев В. Е., Алешин В. В., Клишин Г. С. Методы и технологии численного моделирования газопроводных систем. М.: Изд-во Едиториал УРСС, 2002. 448 с.
51. Селезнев, В. Е., Алешин В. В., Прялов С. Н. Основы численного моделирования магистральных трубопроводов. М.: Изд-во КомКнига, 2005. 496 с.
52. Селезнев, В. Е., Алешин В. В., Прялов С. Н. Математическое моделирование магистральных трубопроводных систем. Дополнительные главы. М.: Изд-во МАКС Пресс, 2009. 356 с.
53. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Изд-во Физматгиз, 1963. 636 с.
54. Филин А.П. Элементы теории оболочек. Л: Изд-во Стройиздат. Ленингр. отд-ние, 1987. 384 с.
55. Чичелов В. А. [и др.] Расчеты напряженно-деформируемого состояния трубопроводов, эксплуатируемых в сложных условиях, в нелинейной постановке. М.: ИРЦ Газпром, 2006. 80 с.
56. Шаммазов А. М. [и др.] Разработка метода расчета напряженно-деформированного состояния газопроводов, проложенных в сложных инженерно-геологических условиях // Нефтегазовое дело. 2004. № 2. С. 119-128.
57. Шашкин А. Г., Шашкин К. Г. Физическая модель слабого глинистого грунта как структурно-неустойчивой среды при деформациях формоизменения // Реконструкция городов и геотехническое строительство. 2001. №4. С. 119-126.
58. Щербаков В. П. Прикладная механика нити. М.: Изд-во РИО МГТУ им. А.Н. Косыгина, 2001. 301 с.
59. Яваров А. В., Лалин В. В. К вопросу построения конечно-элементной оболочечной модели подземной прокладки магистрального трубопровода // Тез. докл. международной конференции «Проблемы прочности материалов и сооружений на транспорте». СПб: Изд-во ПГУПС, 2011. С. 106.
60. Яваров А. В., Лалин В. В. Технология построения объемных конечно - элементных моделей подземных магистральных трубопроводов // Тез. докл. пятого всероссийского форума студентов, аспирантов и молодых ученых «Наука и инновации в технических университетах». СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2011. С. 35.

61. Яваров А. В., Лалин В. В. Методика численного определения сопротивления грунта поперечным перемещениям магистрального трубопровода с учетом физической нелинейности // Численные методы расчётов в практической геотехнике. Сборник науч. статей. СПб: Изд-во СПбГАСУ, 2012. С. 241-246.
62. Яваров А. В. Численное моделирование сопротивления массива грунта перемещениям подземного трубопровода // Электронный научный журнал "Нефтегазовое дело". 2012. №3. С. 360-374.
63. Ясин Э. М., Черников В. И. Устойчивость подземных трубопроводов. М.: Изд-во Недра, 1967. 120 с.
64. Altaee A., Fellenius B. H. Finite element modeling of lateral pipeline-soil interaction // 14th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE 96. Florence, 1996.
65. Benz T. Small-Strain Stiffness of Soils and its Numerical Consequences // Mitteilungen des Instituts für Geotechnik Universität Stuttgart. 2007. Vol. 55. 209 p.
66. Calvetti F., C. di Prisco, Nova R. Experimental and Numerical Analysis of Soil-Pipe Interaction. [электронный ресурс] Систем. требования: AdobeAcrobatReader. URL: http://www.stru.polimi.it/Alert/Elenco%20articoli/Calvetti/Experim_Num_Anal_Soil-Pipe.pdf.
67. Coupled elastoplastic model of soil pipe interaction along unstable slopes / Cocchetti G., Di Prisco, Galli A., Nova R. [web source]URL: <http://www.stru.polimi.it>.
68. Desai C. S., Christian J. T. Numerical Methods in Geotechnical Engineering. New York: McGraw-Hill Book Company, 1973. 783 p.
69. Duncan J. M., Chang C. Y. Nonlinear analysis of stress and strain in soils // Journal of Soil Mechanics and Foundations Division. ASCE. 1970. Vol. 96. Pp. 1629-1653.
70. Goltabar A. M., Shekarchi M. Investigation of traffic load on the buried pipeline by using of real scale experiment and Plaxis-3D software // Research Journal of Applied Sciences. Engineering and Technology. 2010. Vol 2. Pp.107-113.
71. Honegger D. G., Nyman J. Guidelines for the Seismic Design and Assessment of Natural Gas and Liquid Hydrocarbon // Pipelines Pipeline Research Council. 2004. 7 p.
72. Jaky J. The coefficient of earth pressure at rest // Journal of the Society of Hungarian Architects and engineers. 1944. Vol.1. Pp. 355-358.
73. Lalin V., Zdanchuk E. On the Cauchy problem for nonlinear reduced Cosserat continuum // Proc. of the XXXIX Summer School – Conference advanced problems in mechanics. SPb, 2011. Pp. 549-552.
74. Leach G., Harrold S. International collaborative research on soil / pipe interaction // Proceedings of the 2001 International Gas Research Conference, IGRC 2001, Amsterdam, 2001. Pp. 393-397.
75. Nobahar A. Effect of soil spatial variability on soil-structure interaction: thesis Doctor of Philosophy. St. John, Canada, 2003. 305 p.
76. Mayne P. W., Kulhawy F. H. K -OCR Relationships in Soil // Journal of the Geotechnical Engineering Division. 1982. Vol 108. Pp. 851-872.
77. Munjiza A. The Combined Finite-Discrete Element Method. Wiley, 2004. 331 p.
78. Ohde J. Zur Theorie der Druckverteilung im Baugrund // Der Bauingenieur. 1939. № 20. S. 451-459.
79. Ohde J. Grundbaumechanik // Huette. 1951. №27. S.3.
80. Phillips R. [and others] Pipeline Integrity For Ground Movement Hazards. Canada, 2008. 154 p.
81. Popescu R., Nobahar R. 3D Finite element analysis of pipe-soil interaction - effects of groundwater. St. John, Canada: C-CORE, 2003. 34 p.
82. Roscoe K. H., Burland J. B. On the generalized Stress-Strain Behaviour of «Wet» Clay // Cambridge Univ. press. Heyman, Leskie, Eds. - Cambridge: Cambridge Univ. press, 1968. Pp. 535-609.
83. Rowe P. W. The Stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact, Proc. Roy. Soc. A. 269, 1962. Pp. 500-527.
84. Schanz T., Vermeer P. A., Bonnier P. G. The hardening soil model: formulation and verification // Beyond 2000 in Computational Geotechnics. 10 years of PLAXIS. Rotterdam, 1999. 16 p.
85. Schanz T. Zur Modellierung des mechanischen Verhaltens von Reibungsmaterialien // Mitt. Inst. für Geotechnik 45. Universität Stuttgart. Stuttgart, 1998. S. 152.
86. Shakib H., Zia-Tohidi R. Response of steel buried pipelines to three-dimensional fault movements by considering material and geometrical non-linearities. 13th World Conference on Earthquake Engineering Vancouver, B.C., Canada August 1-6, №694. 2004.

87. Sherif M. A., Fang Y. S., Sherif R. I. K_A and K_0 behind rotating and non-yielding walls // Journal of Geotechnical Engineering. ASCE, 110(1), 1984. Pp. 41-56.
88. Tanaka T., Ariyoshi M., Mohri Y. Displacement, stress and strain of flexible buried pipe taking into account the construction process // Сборник статей научно-технической конференции «Численные методы расчётов в практической геотехнике», посвященной памяти Фадеева А.Б. СПб: Изд-во СПбГАСУ, 2012. С. 282-288.
89. Wijewickreme D., Kariman H., Honegger D. Response of buried steel pipelines subjected to relative axial soil movement // Canadian Geotechnical Journal. Vol. 46. 2009. 12 p.
90. Williams J. Hocking G., Mustoe G. The Theoretical Basis of the Discrete Element Method // NUMETA. Numerical Methods of Engineering, Theory and Applications. 1985.
91. Zdanchuk E., Lalin V. The theory of continuum medium with free rotation without coupled stresses // Proc. of the XXXVIII Summer School – Conference advanced problems in mechanics. SPb, 2010. Pp. 771-775.
92. Yoshizaki K., Rouke T. O., Hamada M. Large scale experiments of buried steel pipelines with elbows subjected to permanent ground deformation // Structural Eng. Earthquake Eng., JSCE. 2003. Vol. 20. Pp. 1-11.