Строительство уникальных зданий и сооружений. ISSN 2304-6295. 11 (38). 2015. 89-105

Construction of Unique Buildings and Structures

journal homepage: www.unistroy.spb.ru

Продольно-поперечный изгиб балки. Решение в различных программных комплексах.

А.В. Савченко[1], **А.В. Иоскевич**[2], **Л.Ф. Хазиева**[3], **А.А. Нестеров**[4], **В.В. Иоскевич**[5]

[1-4]*ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», 195251, Россия, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.*

[5]*ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет», 190005, Россия, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., д. 4.*

Информация о статье

УДК 69.04

Научная статья

История

Подана в редакцию 5 августа 2015

Ключевые слова

продольно-поперечный изгиб;
нелинейный расчет;
метод конечных элементов;
программные комплексы;
SCAD;
ЛИРА-САПР;
ЛИРА 10;
SAP2000;

АННОТАЦИЯ

В данной статье рассматривается задача о продольно-поперечном изгибе балки. Целью авторов является анализ возможности определения перемещений в закритической области программными комплексами (ПК). Решение такого типа задач является важным аспектом нелинейного анализа стержневых систем. В качестве рассматриваемых ПК выбраны наиболее распространенные в России SCAD, ЛИРА-САПР и ЛИРА 10 (ООО "Лира Софт"), а также относительно новый для российского рынка SAP2000. Приводятся аналитические решения. Аналитические решения сравниваются с решениями, полученными в программных комплексах. Приводятся рисунки полученных результатов перемещений. Сделаны выводы о возможностях программных комплексов в рамках поставленной задачи. При написании статьи были использованы научные труды отечественных и зарубежных теоретиков метода конечных элементов.

Содержание

1. Введение 90
2. Обзор литературы 90
3. Постановка задачи 90
4. Аналитическое решение 91
5. Численное решение с помощью программных комплексов 92
6. Сравнение результатов расчета 98
7. Вывод 99

1 *Контактный автор:*
+7 (911) 115 3597, ya.int@yandex.ru (Савченко Алексей Владимирович, ассистент)
2 +7 (911) 819 1927, anton-ioskevich@mail.ru (Иоскевич Антон Владимирович, магистрант)
3 +7 (904) 337 3419, lina_hazieva@mail.ru (Хазиева Лина Фахимовна, студент)
4 +7 (952) 203 6624, artyom_nesterov-@mail.ru (Нестеров Артем Андреевич, студент)
5 +7 (905) 282 9498, lvasily95@gmail.com (Иоскевич Василий Владимирович, студент)

1. Введение

При решении задач статики, как и механики в целом, естественной является нелинейная постановка задач. Она отражает нелинейную природу деформирования тел и позволяет решать задачи в общем виде. При этом получение нелинейных решений соответствует не только внутренним законам развития науки, но и значительно совершенствует практические методы расчета инженерных сооружений.

Нелинейные задачи механики сводятся к решению связанной системы нелинейных уравнений и являются, как правило, однопараметрическими, то есть их решение можно рассматривать, как непрерывно зависящее от одного параметра или аргумента. Для статических задач естественным параметром является величина нагрузки от нуля до ее конечного значения, а ход решения существенно зависит от последовательного изменения параметра [1].

Для получения связанной системы нелинейных уравнений в настоящее время повсеместно применяется метод конечных элементов (МКЭ). При расчете конструкции с помощью МКЭ возможно учесть геометрическую, конструктивную, генетическую и физическую нелинейности. Рассматриваемые объекты могут иметь произвольные размеры и форму.

На сегодняшний день МКЭ реализован и активно используется в современных программных комплексах (ПК). Программных комплексов различного назначения стало настолько много, что их результаты активно сравниваются с аналитическими решениями и между собой [2-6].

Особый интерес представляют возможности ПК связанные с учетом закритической работы конструкции (после потери устойчивости). Актуальность подобных расчетов в последнее время возрастает, в связи с обязательными требованиями об учете аварийных ситуаций при проектировании зданий и сооружений повышенного уровня ответственности [54].

Так же исследование закритического поведения конструкций необходимо при исследовании работы конструкций: пологих арок (стрела подъема ≤1/5 длины пролета), пологих куполов, цилиндрических оболочек, легких стальных тонкостенных конструкций (ЛСТК) и т.д. Вероятность разрушения таких конструкций вследствие потери устойчивости существенно выше, чем по несущей способности [7-14].

Для проверки возможности учета закритического поведения конструкций было выбрано 4 программных комплекса. Наряду с широко распространенными в России и странах СНГ ПК SCAD, ЛИРА-САПР и ЛИРА 10 (ООО "Лира Софт"), приведен пример использования относительно нового для российского рынка ПК SAP2000 [15], производства компании CSi (США).

2. Обзор литературы

Исследованию геометрически нелинейных стержней в контексте использования метода конечных элементов посвящены работы Ю.М. Ветюкова, В.В. Елисеева, А.С. Городецкого, И.Д. Евзерова, А.В. Перельмутера, В.И. Сливкера, П.Ю. Семенова, F. Hartmann, C. Katz, A. Ibrahimbegovic, J. Li, J.N. Reddy, M. Stangl и др., P. Wriggers [16-33] и другие публикации [34-39]. В большинстве работ рассматривается стержень Тимошенко с учетом деформаций поперечного сдвига [40].

Решение статических задач нелинейного деформирования, устойчивости и закритического поведения стержней рассматривается в работах Н.А. Соловей, В.В. Лалина и других исследователей [41-44].

Одна из методик построения расчетной конечно-элементной модели профиля произвольного сечения в ПК SCAD изложена в работе Н.И. Ватина и А.О. Гордеевой [45].

Целесообразность применения метода конечных элементов (МКЭ), реализованного в ПК SCAD, а также принцип выбора КЭ для построения расчетной схемы описывается в работе В.Н. Васылева и И.М. Гаранжа [46].

3. Постановка задачи

Задачей данного научного исследования является рассмотрение возможностей ПК SCAD, ЛИРА-САПР, ЛИРА 10 и SAP2000 при решении задачи о продольно-поперечном изгибе стержня в геометрически нелинейной постановке и сравнение результатов проведенных расчетов с аналитическими решениями.

Рассмотрим частный случай продольно-поперечного изгиба. Расчетная схема задачи изображена на рисунке 1.

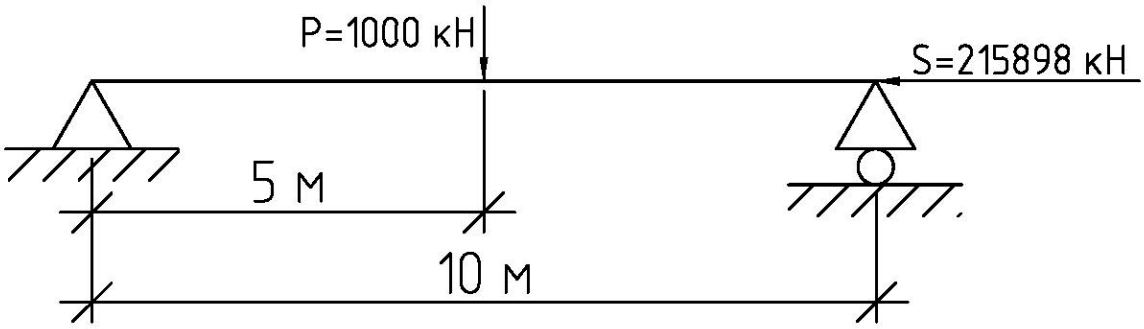

Рисунок 1. Расчетная схема

Исходные данные:

1) Модуль упругости, E: $2{,}1\cdot10^8$ кПа;
2) Площадь сечения, A: 0,25 м^2;
3) Момент инерции сечения, I_y: 0,0052 м^4;
4) Горизонтальная сила, $S=2\cdot S_{кр}$: 215898 кН;
5) Вертикальная сила, P: 1000 кН;
6) Количество дроблений стержня по длине: 40.

Система загружена увеличивающимися горизонтальной и вертикальной (по середине стрежня) силами. Горизонтальная сила увеличивается до значения двух критических сил.

Критическая сила определена по формуле [47]:

$$S_{кр}=\frac{E\cdot I_y\cdot\pi^2}{L^2}=\frac{2{,}1\cdot10^8\cdot0{,}0052\cdot3{,}14^2}{10^2}=107949\ \text{кН}.$$

4. Аналитическое решение

4.1. Решение Тимошенко-Степина

Для определения максимальных значений прогиба, в данной задаче это значения в середине пролета, С.П. Тимошенко предлагает использовать следующую формулу [47]:

$$y_{\max}=y_{x=\frac{l}{2}}=\frac{P}{2\cdot S\cdot p}\cdot\left(\tan\left(\frac{p\cdot l}{2}\right)-\frac{p\cdot l}{2}\right),$$

где *p* определяется по формуле: $p=\sqrt{\frac{S}{E\cdot I_z}}$.

Как видно из этой формулы, по мере приближения значения: $p\cdot l/2$ к числу равному: $\pi/2$ значение прогиба стремится к бесконечности, т.е. происходит потеря устойчивости стержня. Формула для определения критической силы определяется из этого условия.

Таким образом можно сделать вывод, что аналитическое решение Тимошенко описывает работу стержня только в докритической области, т.е. в случае, когда значение сжимающей осевой силы не превышает значение критической силы.

П.А. Степиным было предложено упрощенное решение данной задачи [48]. Прогиб в середине проета определяется по следущей формуле:

$$\nu=\nu_0\cdot C,$$

где ν_0 – прогиб балки от одной поперечной нагрузки;

C – поправочный коэффициент, определяется по формуле:

$$C=\frac{1}{1-S/S_{кр}}.$$

Оба представленных решения дают одинаковые значения, которые представлены на рисунках 8, 11,15 и таблице 1.

4.2. Решение Вольмира

Для определения значений прогиба в закритической области А.С. Вольмир в своем труде [49] предлает формулу:

$$f = \frac{2}{2n+1} \cdot \frac{\sin \upsilon}{F\left(\frac{\pi}{2};\upsilon\right)} \cdot l ,$$

где n – параметр, определяющий форму потери устойчивости.

Принимаем равным: 0,5, поскольку форма потери устойчивости задачи представляет собой полуволну синусоиды;

$F\left(\frac{\pi}{2};\upsilon\right)$ определяется по формуле:

$$F\left(\frac{\pi}{2};\upsilon\right) = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{S}{S_{кр}}} ,$$

υ – полный элиптический интеграл, значения которого определяются по таблице на странице 80 [50].

Значения данного решения представлены на рисунках 8, 11, 15 и таблице 1.

5. Численное решение с помощью программных комплексов

5.1. Реализация в ПК SCAD 21.1

В качестве расчетной схемы была выбрана плоская рама (тип схемы №2) и стержневой конечный элемент с учетом геометрической нелинейности (№302). Исходная балка, длиной 10 м, была разбита на 40 конечных элементов. К центральному узлу стержня была приложена вертикальная сила P=1000 кН, а к крайнему правому осевая сила: $S=2 \cdot S_{кр}=215898$ кН. Расчетная схема представлена на рисунке 2.

Рисунок 2. Расчетная схема задачи в ПК SCAD 21.1

Нелинейное загружение было сформировано следующим образом: приложенная нагрузка была разбита на 20 шагов, силы увеличиваются на каждом шаге; выбран шагово-итерационный метод расчета с количеством итераций равным 6 на каждом шаге (для получения удовлетворительной невязки). Значения перемещений в центральном узле будут считываться на каждом шаге (Рис. 3). Учитывая, что в загружении была задана двойная продольная критическая сила, ожидается, что перемещения сильно возрастут по мере приближения к десятому шагу и далее.

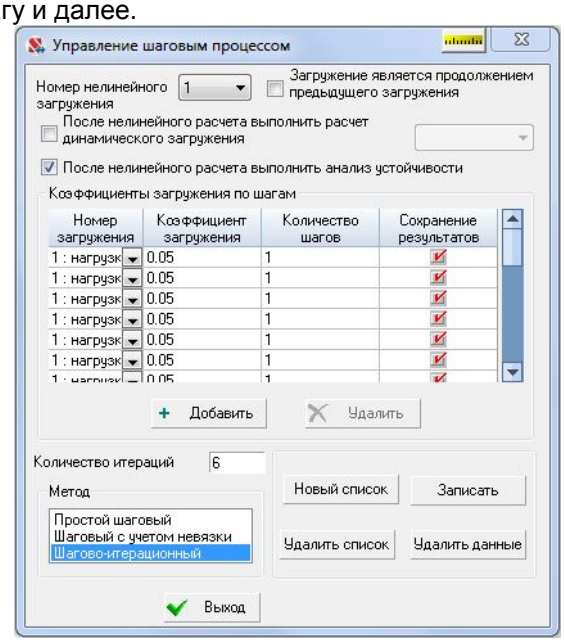

Рисунок 3. Схема задания количества шагов и итераций из ПК SCAD 21.1

Савченко А.В., Иоскевич А.В., Хазиева Л.Ф., Нестеров А.А., Иоскевич В.В., Продольно-поперечный изгиб балки. Решение в различных программных комплексах/
Savchenko A.V., Ioskevich A.V., Khazieva L.F., Nesterov A.A., Ioskevich V.V., Solution of the longitudinal and transverse bending beam in different software package©

В качестве метода решения был выбран итерационный метод, с требуемой точностью итерационного процесса: 4, а в разделе «Устойчивость» была поставлена галочка в графе: «Учет возможности потери устойчивости при изгибе стерней».

В процессе выполнения нелинейного расчета рассматриваемой задачи ПК SCAD выдает следующее предупреждение (Рис. 4) и прекращает расчет.

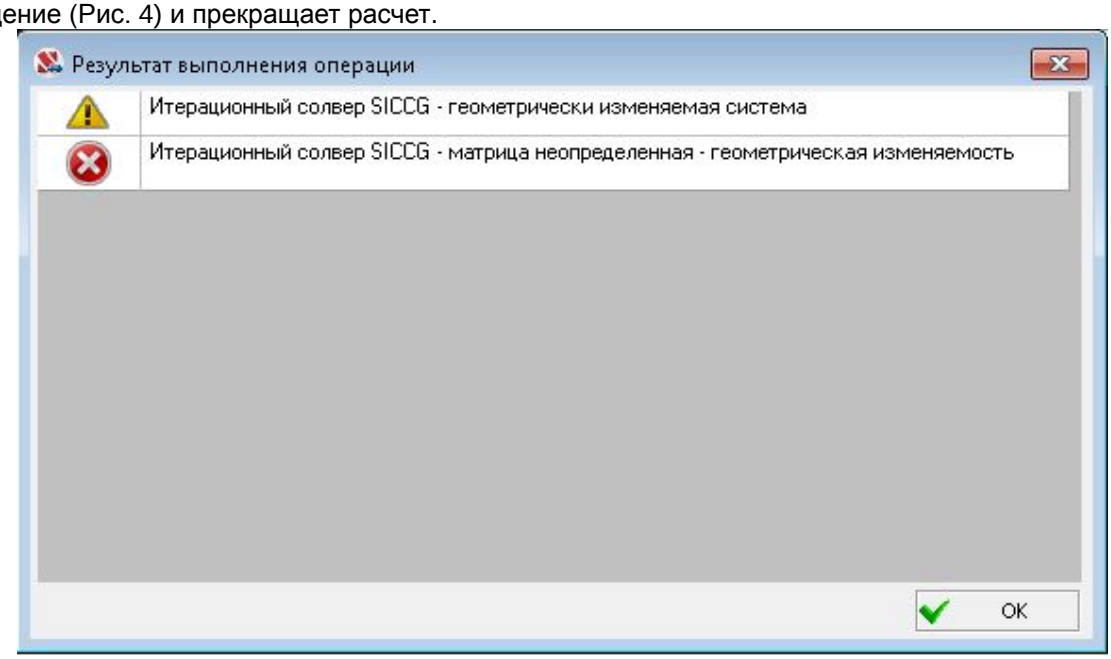

Рисунок 4. Результаты выполнения операции в ПК SCAD 21.1

Аналогичные предупреждения возникают и при использовании других решателей ПК.

На рисунке 5 приводится фрагмент протокола расчета на устойчивость рассматриваемой задачи. По значениям коэффициента запаса устойчивости системы можно сделать вывод, что критическая сила определена программой верно.

```
14:07:15  Анализ устойчивости
14:07:15  Учитываются тангенциальные смещения в геометрической матрице жесткости
14:07:15  Подготовка данных многофронтального метода
14:07:15  Использование оперативной памяти:  10 процентов
14:07:15  Высокопроизводительный режим факторизации
14:07:15  Анализ устойчивости системы для загружения 1.
14:07:15  Наименьший коэффициент запаса местной потери устойчивости
            обнаружен на конечном элементе номер 36 и равен 3199.994158
            при нулевых перемещениях и углах поворота всех узлов расчетной схемы.
14:07:18  Коэффициент запаса устойчивости системы 0.500000 ( форма 1 ).
```

Рисунок 5. Фрагмент протокола расчета на устойчивость рассматриваемой задачи

5.2. Реализация в ПК ЛИРА-САПР 2015 (R3.1)

При описании расчетной схемы был выбран признак схемы: «2 - Три степени свободы в узле (перемещения X, Z, U_z, XOZ)» и тип стержневого конечного элемента: «Тип 309 - универсальный пространственный сильно изгибаемый стержневой геометрически нелинейный КЭ». Расчетная схема представлена на рисунке 6.

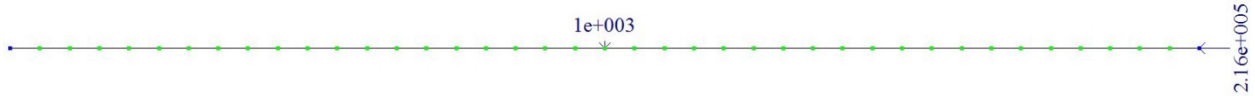

Рисунок 6. Расчетная схема задачи в ПК ЛИРА-САПР 2015 (R3.1)

Нелинейное загружение сформировано следующим образом: Так как в ПК ЛИРА-САПР не представляется возможным получить значения перемещений на промежуточных шагах, то необходимо создать загружения соответствующие каждому из шагов. После чего следует пройти в раздел:

«Моделирование нелинейных загружений конструкции» и создать в нем нелинейные загружения, на основе созданных ранее линейных.

В качестве метода расчета был выбран: «(4) Автоматический выбор шага для геометрически и физически нелинейных задач». Окно параметров нелинейного расчета представлено на рисунке 7.

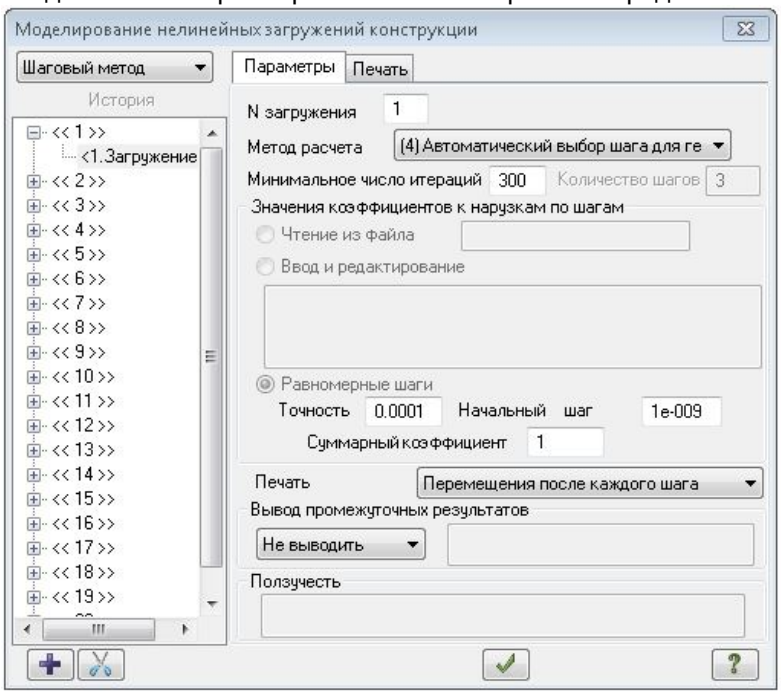

Рисунок 7. Моделирование нелинейных загружений конструкциии

По результатам полученных значений был построен следующий график (Рис. 8).

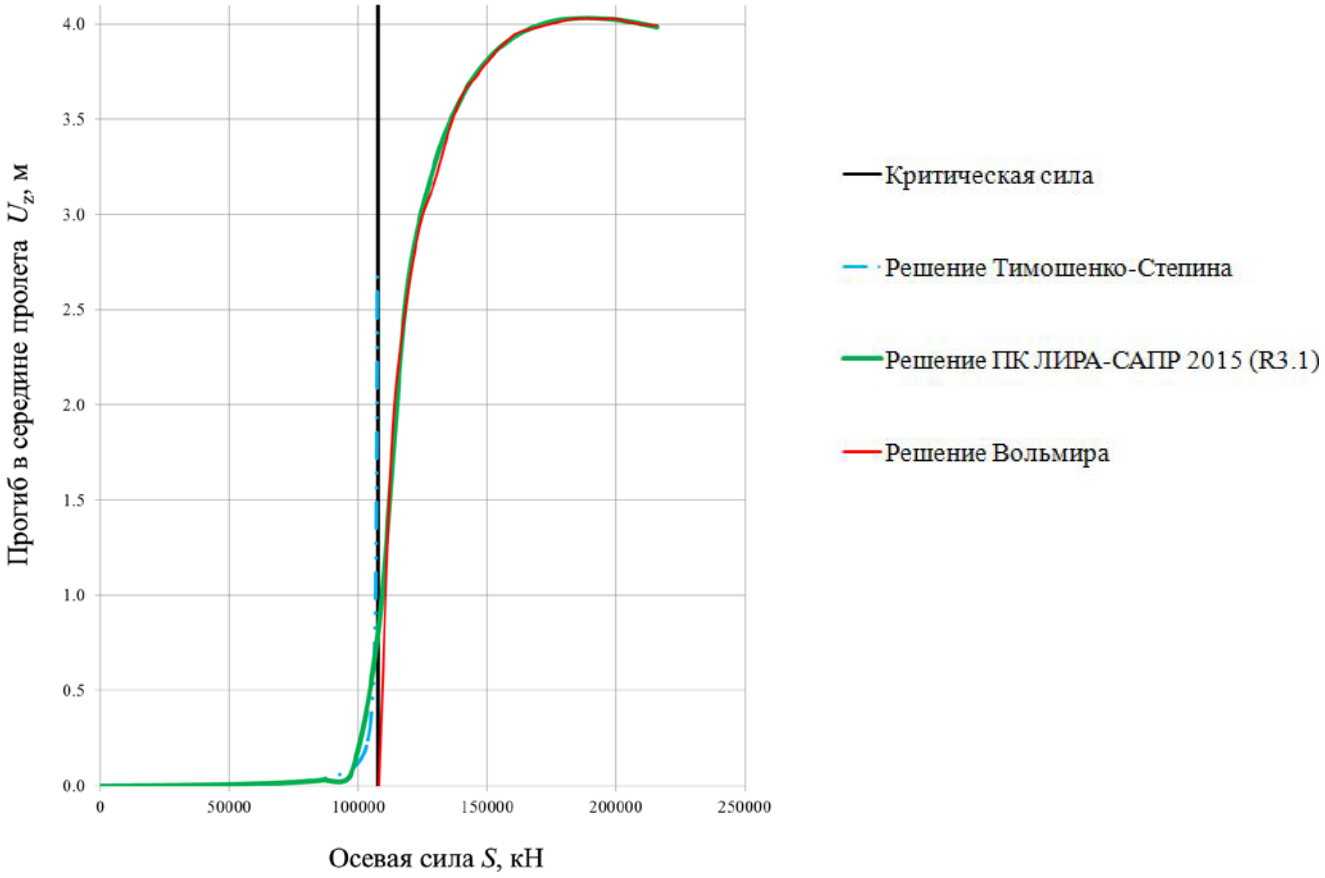

Рисунок 8. Результаты решения задачи о продольно-поперечном изгибе в ПК ЛИРА-САПР 2015 (R3.1)

Аналогичные результаты были получены и в более ранних версиях программы, ЛИРА-САПР 2013 (R3) и ЛИРА 9.6 (R8).

5.3. Реализация в ПК ЛИРА 10.4 (R3)

При описании расчетной схемы тип создаваемой задачи был выбран: «Плоская рама (X, Z, UY)» и тип стержневого конечного элемента: «Тип 310 - универсальный геометрически нелинейный кэ стержня». Расчетная схема представлена на рисунке 9.

Рисунок 9. Расчетная схема задачи в ПК ЛИРА 10.4 (R3)*

*Значения нагрузок представлены в тоннах.

Нелинейное загружение сформировано следующим образом: В качестве метода приложения нагрузки выбран: «(1) Равномерное приложение нагрузки», который предоставляет возможность получить значения на всех промежуточных шагах приложения нагрузки. Количество шагов: 20.

Окно параметров нелинейного расчета представлено на рисунке 10.

Нелинейность : Стадия нелинейного загружения (Стадия нелинейного загружения)

Имя: Стадия нелинейного загружения

Описание:

Параметры расчета	
Метод приложения нагрузки	Минимальное количество итераций для физически нелинейных итерационных элементов
(1) Равномерное приложение нагрузки	1000

Параметры автоматического выбора шага			
Стартовый шаг	Допускаемая погрешность в выборе шага	Суммарный коэффициент	Шаг сохранения результатов
1E-05	1E-05	1	0.1

Параметры равномерного приложения нагрузки	
Количество шагов	Суммарный коэффициент
20	1

Рисунок 10. Нелинейность. Стадия нелинейного загружения

По результатам полученных значений был построен следующий график (Рис. 11).

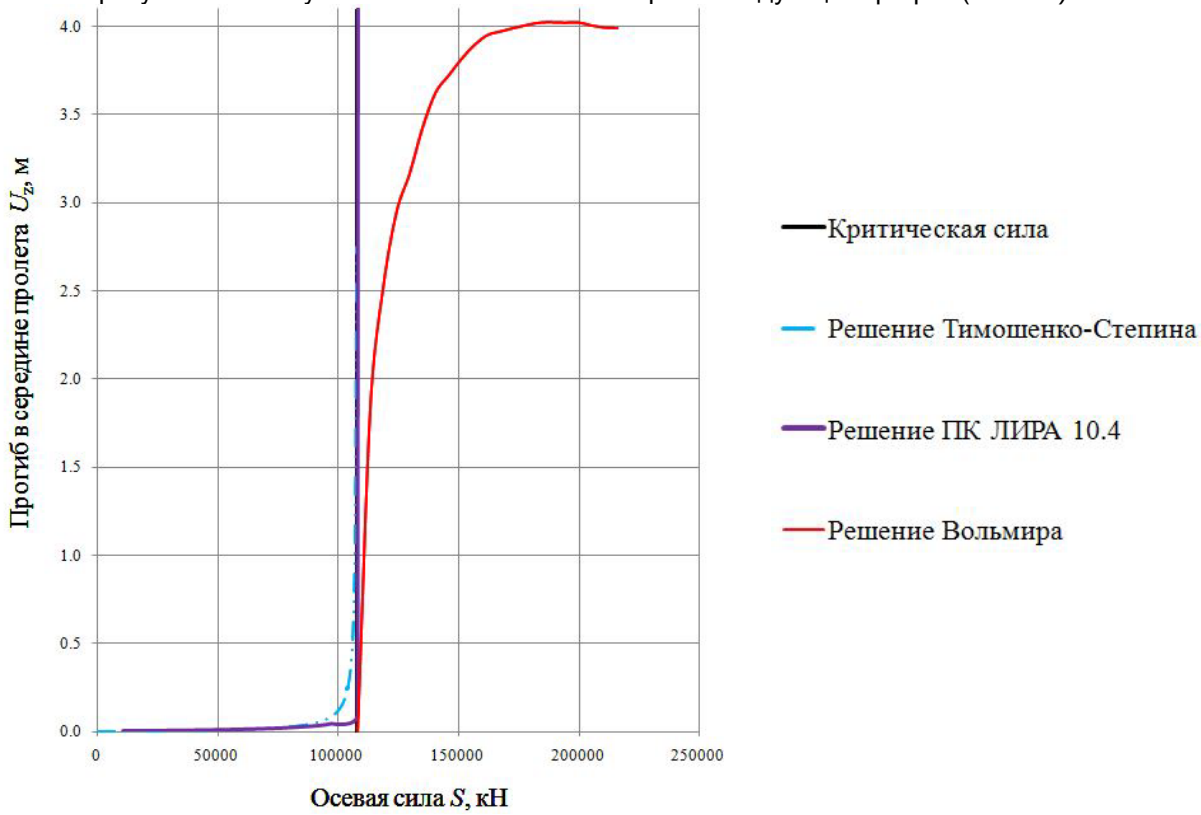

Рисунок 11. Результаты решения задачи о продольно-поперечном изгибе в ПК ЛИРА 10.4 (R3)

5.4. Реализация в ПК SAP2000 17.1.1

В ПК SAP2000 существует 2 способа учета геометрической нелинейности конструкций:

- Расчет с учетом P-delta эффекта;
- Расчет с учетом больших перемещений.

Под эффектом P-Delta понимают нелинейный геометрический эффект влияния больших растягивающих и сжимающих напряжений на поперечный изгиб и сдвиг.

При перемещении узлов конструкции в растянутых и сжатых элементах возникают дополнительные изгибающие моменты, вследствие изменения эксцентриситета продольных сил относительно нейтральной оси сечения. Кроме того, сжимающее напряжение делает элемент конструкции более гибким при поперечном изгибе и сдвиге, а растягивающее напряжение увеличивает жесткость элемента при поперечной деформации.

Использование P-delta эффекта позволяет учесть в расчете описанные выше изменения жесткости элемента и изгибающих моментов в нем. Подробнее в [52].

При использовании только P-delta эффекта расчет будет выполняться только до достижения критической силы и дальше прекращаться, данный тип расчета не предусматривает исследования закритической области.

При расчете с учетом больших перемещений уравнения равновесия составляются для деформированного состояния конструкции. При этом учитываются большие перемещения и вращения, но подразумевается, что относительные деформации элементов конструкции малы. Это означает, что учитывается только эффект от изменения положения или ориентации элемента, а при значительном изменении формы или размера элемента эффект не учитывается. Расчеты с учетом больших перемещений также учитывают и P-delta эффекты.

При нелинейном расчете существуют два режима приложения нагрузок:

- Full Load (Управление по нагрузке);
- Displacement Control (Управление по перемещению).

При использовании режима Full Load (Управление по нагрузке) нагрузка будет прикладываться пошагово до заданного значения. При использовании режима Displacement Control (Управление по перемещению) конструкция будет пошагово деформироваться по заданному направлению до заданного перемещения в заданном узле.

Решаемая задача предполагает работу конструкции в закритической области, поэтому необходимо производить расчет с учетом больших перемещений. В качестве расчетной схемы была выбрана: Plane Frame (Плоская рама). Стержень так же, как и при реализации в других ПК, был разбит на 40 элементов, расчетная схема представлена на рисунке 12.

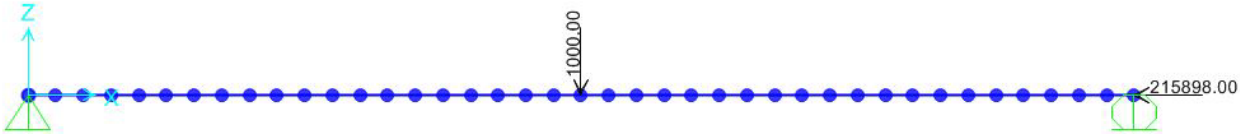

Рисунок 12. Расчетная схема задачи о продольно-поперечном изгибе стержня в ПК SAP2000 17.1.1

Нагрузка прикладывается пошагово, количество шагов: 20. (Рис. 13).

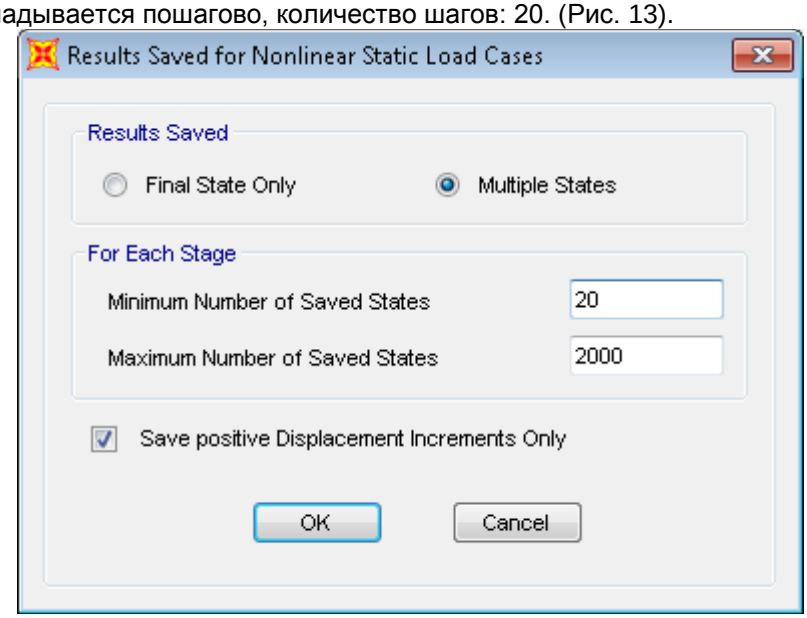

Рисунок 13. Result Saved for Nonlinear Static Load Cases (Сохранение результатов нелинейных статических расчетов)

Окно ввода данных нелинейного статического расчета представлено на рисунке 14.

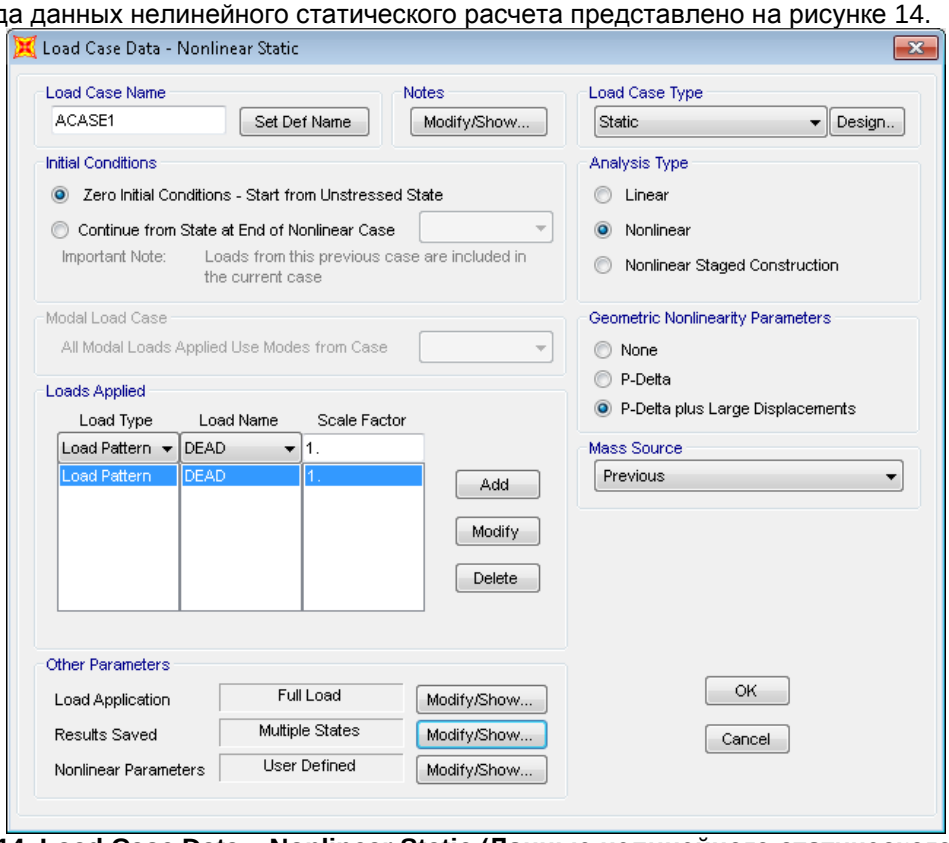

Рисунок 14. Load Case Data – Nonlinear Static (Данные нелинейного статического расчета)

По результатам полученных значений был получен следующий график (Рис. 15).

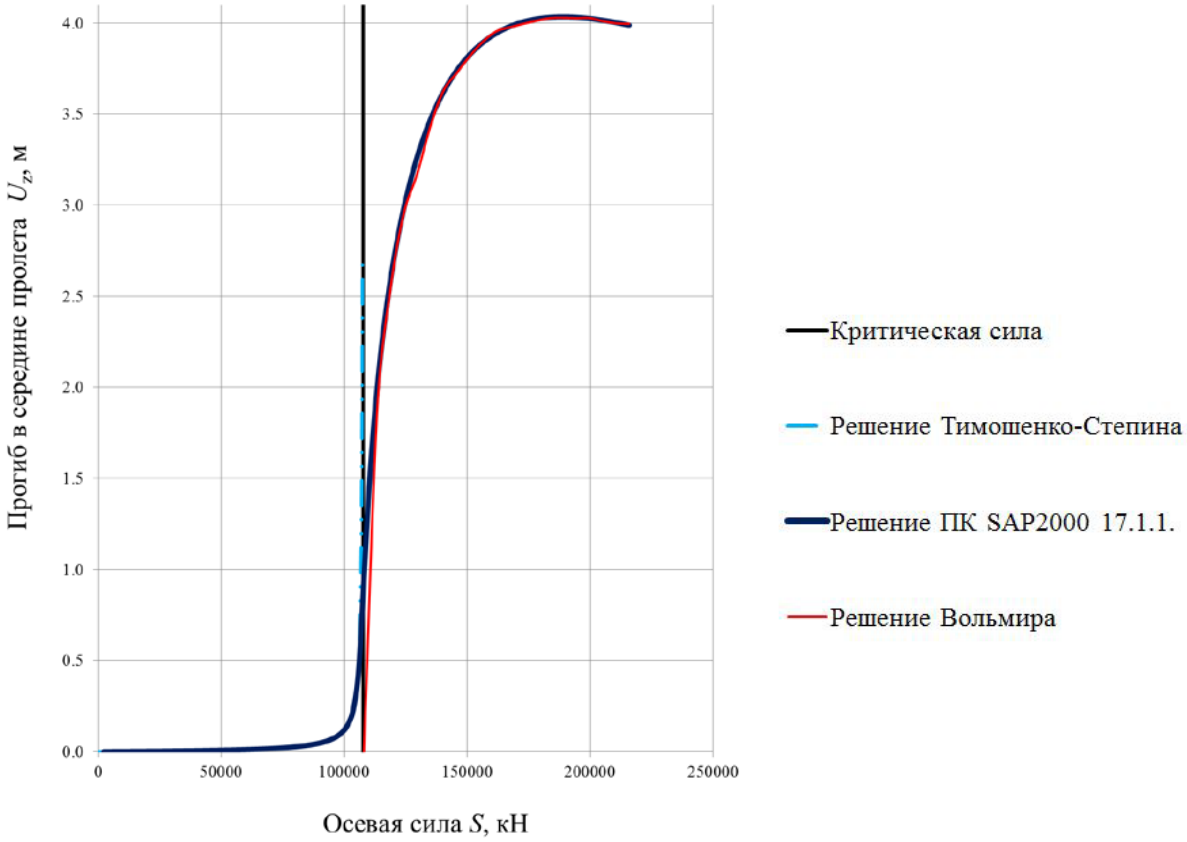

Рисунок 15. Результаты решения задачи о продольно-поперечном изгибе в ПК SAP2000 17.1.1

6. Сравнение результатов расчета

Результаты аналитического решения и численных решений, полученных с помощью программных комплексов, представлены в таблице 1.

Таблица 1. Результаты аналитических и численных решений задачи о продольно-поперечном изгибе стержня

№ шага	Осевая нагрузка, кН		Аналитическое решение		Численное решение					
					Лира-САПР 2015 (R3.1)		Лира 10.4 (R3)		SAP2000 17.1.1	
			Прогиб, м		Прогиб, м	Расхождение, %	Прогиб, м	Расхождение, %	Прогиб, м	Расхождение, %
1	Докритическая область	10794,9	Решение Тимошенко-Степина	0,00106	0,00105	0,94	0,00095	10,38	0,00104	0,95
2		21589,8		0,00238	0,00236	0,84	0,00211	11,35	0,00236	0,84
3		32384,7		0,00407	0,00398	2,21	0,00356	12,53	0,00407	0
4		43179,6		0,00633	0,00611	3,48	0,00542	14,38	0,00633	0
5		53974,5		0,00949	0,00902	4,95	0,00789	16,86	0,00948	0,11
6		64769,4		0,01422	0,01320	7,17	0,01135	20,18	0,01421	0,07
7		75564,3		0,02212	0,01975	10,71	0,01652	25,32	0,02208	0,18
8		86359,2		0,03797	0,03152	16,99	0,02514	33,79	0,03790	0,18
9		97154,1		0,08599	0,06172	28,22	0,04235	50,75	0,08570	0,34
10		107949		0,98788	0,83506	15,47	0,09339	90,55	0,94223	4,58
11	Закритическая область	118743,9	Решение Вольмира	2,53780	2,57759	1,54	946,88	>100	2,58628	1,88
12		129538,8		3,16690	3,25741	2,78	–	–	3,25967	2,85
13		140333,7		3,62820	3,62114	0,19	–	–	3,62145	0,19
14		151128,6		3,81970	3,82816	0,22	–	–	3,82790	0,21
15		161923,5		3,95500	3,94492	0,26	–	–	3,94460	0,26
16		172718,4		3,97590	4,00556	0,74	–	–	4,00547	0,74
17		183513,3		4,02600	4,02981	0,10	–	–	4,03001	0,10
18		194308,2		4,02600	4,02979	0,09	–	–	4,03050	0,11
19		205103,1		4,01000	4,01336	0,08	–	–	4,01453	0.11
20		215898		3,95500	3,98594	0,78	–	–	3,98738	0,81

– значения, расхождение которых превышает 5%.

Савченко А.В., Иоскевич А.В., Хазиева Л.Ф., Нестеров А.А., Иоскевич В.В., Продольно-поперечный изгиб балки. Решение в различных программных комплексах/
Savchenko A.V., Ioskevich A.V., Khazieva L.F., Nesterov A.A., Ioskevich V.V., Solution of the longitudinal and transverse bending beam in different software package©

7. Вывод

Проведенное исследование наглядно показывает, что лишь два из четырех представленных ПК способны определять поведение стержня в закритической области перемещений.

Также, по результатам проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

1) ПК SCAD версии 21.1 позволяет верно определить величину критической силы (рис. 5), но решения задачи, совпадающего с аналитическим, ни в докритической, ни в закритической области получить не удалось;
2) ПК ЛИРА-САПР 2015 (R3.1) способен определять значения прогибов, как в докритической области, так и закритической. Но при приближении осевой нагрузки к критической наблюдаются ощутимые расхождения результатов (>5%) с аналитическими решениями. См. таблица 1;
3) ПК ЛИРА версии 10.4 (R3) верно определяет значение критической силы (рис. 11). Значения прогибов конструкции доступны только в докритической области, полученные значения имеют существенные расхождения с аналитическим решением.
   И. Д. Евзеров в своем труде [51] приводит примеры аналитического решения геометрически нелинейных задач и сравнение результатов аналитического решения с решениями ПК ЛИРА версии 10;
4) ПК SAP2000 версии 17.1.1, при расчете с учетом больших перемещений, описывает состояние конструкции наиболее близко к аналитическому решению как в докритической области, так и в закритической. Все значения лежат в пределах 5%. См. таблица 1.
   Примеры выполнения расчетов геометрически нелинейных систем в ПК SAP2000 можно так же увидеть в [53].

Литература

[1]. Данилин А.Н. Решение задач нелинейной механики гибких систем методом наилучшей параметризации. Дис. д-ра физ.-мат. наук: 01.02.04. М., 2005. 290 с.
[2]. Краковский М.Б. Связь программы «ОМ СНиП ЖЕЛЕЗОБЕТОН» с программными комплексами SCAD и ЛИРА // Бетон и железобетон. 2007. № 1 (544). С. 8-12.
[3]. Степанов А.С., Мельников В.А. Сравнение расчетов по СНиП 2.02.01-87 и по результатам применения специализированных программ // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2014. № 7 (22). С. 9-23.
[4]. Иоскевич А.В., Савченко А.В. Сравнение ПВК SCAD Office и Лира-САПР на примере расчёта башни связи // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2014. № 10 (25). С. 7-21.
[5]. Мангушев Р.А., Сахаров И.И. [и др.] Сравнительный анализ численного моделирования системы «здание-фундамент-основание» в программных комплексах SCAD и PLAXIS // Вестник гражданских инженеров. 2010. № 3. С. 96-101.
[6]. Теплых А.В. Применение оболочечных и объемных элементов при расчетах строительных стальных конструкций в программах SCAD и Nastran с учетом геометрической и физической нелинейности // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 3. С. 4-20.
[7]. Гарифуллин М.Р., Ватин Н.И. Устойчивость тонкостенного холодногнутого профиля при изгибе – краткий обзор публикаций // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2014. № 6 (21). С. 32-57.
[8]. Назмеева Т.В. Несущая способность сжатых стальных тонкостенных элементов сплошного и перфорированного сечения из холодногнутого С-профиля // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5. С. 44-51.
[9]. Мануйлов Г.А., Косицын С.Б. [и др.] Исследование устойчивости круговых арок с жестко заделанными концами под действием сосредоточенной силы // Вестник МИИТ. 2005. № 13. С. 82-89.
[10]. Мануйлов Г.А., Косицын С.Б. [и др.] Исследование устойчивости круговых двухшарнирных арок с учетом влияния начальных несовершенств // Строительная механика и расчет сооружений. 2009. №1. С. 17-23.
[11]. Мануйлов Г.А., Косицын С.Б. [и др.] Исследование явления потери устойчивости и закритического равновесия некоторых элементов тонкостенных конструкций при помощи комплекса NASTRAN [Электронный ресурс]. Систем. требования: AdobeAcrobatReader. URL: http://www.mscsoftware.ru/document/conf/Moscow_conf/conf2012/stend/09.pdf (дата обращения: 02.07.2015).
[12]. Погорелов А.В. Цилиндрические оболочки при закритических деформациях: I. Осевое сжатие. Х.: Изд-во Харьковского университета, 1962. 52 с.
[13]. Погорелов А.В. Цилиндрические оболочки при закритических деформациях: II. Внешнее давление. Х.: Изд-во Харьковского университета, 1962. 63 с.
[14]. Вольмир А.С. Гибкие пластинки и оболочки. М.: Гостехиздат, 1956. 420 с.
[15]. Воронков С. Расчет и проектирование строительных конструкций в программном комплексе SAP2000 // САПР и графика. 2014. №2 (208). С. 41-44.
[16]. Варвак П.М., Бузун И.М. [и др.] Метод конечных элементов: учебное пособие для вузов. К.: Вища школа, 1981. 176 с.
[17]. Ильин В.П., Карпов В.В. [и др.] Численные методы решения задач строительной механики: справочное пособие. М.: Вышэйшая школа, 1990. 349 с.
[18]. Розин Л.А. Стержневые системы как системы конечных элементов. Л.: Издательство ЛГУ, 1975. 237 с.
[19]. Розин Л.А. Вариационные постановки задач для упругих систем. Л.: Издательство ЛГУ, 1978. 224 с.
[20]. Розин Л.А. Теоремы и методы статики деформируемых систем. Л.: Издательство ЛГУ, 1986. 276 с.
[21]. Розин Л.А. Задачи теории упругости и численные методы их решения. Л.: Издательство ЛГУ, 1998. 532 с.
[22]. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. Пер. с англ. М.: Мир, 1977. 351 с.
[23]. Елисеев В.В. Механика упругих тел. СПб.: Издательство СПбГПУ, 2003. 336 с.
[24]. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. К.: Факт, 2005. 344 с.
[25]. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. М.: ДМК Пресс, 2007. 600 с.
[26]. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Устойчивость равновесия конструкций и родственные проблемы. Том 1. М.: Изд-во СКАД СОФТ, 2007. 704 с.
[27]. Семенов П.Ю. Стержневой конечный элемент для расчетов с большими перемещениями и вращениями // Проблемы нелинейной механики деформируемого твердого тела. Труды второй международной конференции. – Казань: НИИММ им. Н.Г. Чеботарева, 2009.
[28]. Hartmann, F. Structural analysis with finite elements / F. Hartmann, C. Katz. – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. – 597 p.
[29]. Ibrahimbegovic, A. Nonlinear solid mechanics. Theoretical formulations and finite element solution methods / A. Ibrahimbegovic. – Springer Science + Business Media B.V, 2009. – 574 p.
[30]. Li, J. A geometrically exact curved beam theory and its finite element formulation/implementation: thesis master of science in aerospace engineering / Jing Li. – Blacksburg, Virginia, 2000. – 117 p.
[31]. Reddy, J.N. Introduction to the finite element method / J.N. Reddy. – Oxford: Oxford University Press, 2005. – 4
[32]. Stangl, M. A large deformation finite element for pipes conveying fluid based on the absolute nodal coordinate formulation / M. Stangl, J. Gerstmayr, H. Irschik // Proceedings of the ASME 2007 international design engineering technical conferences & computers and information in engineering conference IDETC/CIE. – Las Vegas, 2007. – P.10.

[33]. Wriggers, P. Nonlinear finite elements methods / P. Wriggers. – Berlin: Springer – Verlag Berlin Heidelberg, 2008. – 559 p.
[34]. Xiao, N., Zhong, H. Non-linear quadrature element analysis of planar frames based on geometrically exact beam theory/ International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 47, 2012, pp. 481–488.
[35]. Sprague, M.A., Geers, T.L. Legendre spectral finite elements for structural dynamics analysis/ Communications in Numerical Methods in Engineering, Vol. 24, 2008, pp. 1953–1965.
[36]. Yu, W., Blair, M. GEBT: A general-purpose nonlinear analysis tool for composite beams/ Composite Structures, Vol. 94, 2012, pp. 2677–2689.
[37]. S.R. Eugster, C. Hesch, P. Betsch and Ch. Glocker Director-based beam finite elements relying on the geometrically exact beam theory formulated in skew coordinates Int. J. Numer. Meth. Engng, 97:111–129, 2014.
[38]. Sander O. Geodesic finite elements for Cosserat rods. International journal for numerical methods in engineering, 82 (13), 1645–1670, 2009.
[39]. Zupan E., Maje M., Zupan D. The quaternion–based three–dimensional beam theory. Computer methods in applied mechanics and engineering, 198, 3944–3956, 2009.
[40]. Лалин В.В., Беляев М.О. Изгиб геометрически нелинейного консольного стержня. Решение по теориям Кирхгофа и Коссера-Тимошенко // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 39-55.
[41]. Соловей Н.А., Кривенко О.П. [и др.] Конечноэлементные модели исследования нелинейного деформирования оболочек ступенчато-переменной толщины с отверстиями, каналами и выемками // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53).С.56-69.
[42]. Лалин В.В., Розин Л.А. [и др.] Вариационная постановка плоской задачи геометрически нелинейного деформирования и устойчивости упругих стержней // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 1 (36). С.87-96.
[43]. Лалин В.В., Яваров А.В. Построение и тестирование конечного элемента геометрически нелинейного стерня Бернулли-Эйлера // Жилищное строительство. 2013. №5. С. 51-54.
[44]. Лалин В.В., Кушова Д.А. Геометрически нелинейное деформирование и устойчивость плоских упругих стержней с учетом жесткостей на растяжение-сжатие, сдвиг и изгиб // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2013. №4 (9). С. 178-185.
[45]. Гордеева А.О., Ватин Н.И. Расчетная конечно-элементная модель холодногнутого перфорированного тонкостенного стержня в программно-вычислительном комплексе SCAD Office // Инженерно-строительный журнал. 2011. №3 (21). С. 36-46.
[46]. Васылев В.Н., Гаранжа И.М. Особенности построения расчетной конечно-элементной модели многранных гнутых стоек в программно-вычислительном комплексе SCAD Office // Металлические конструкции. 2009. №2 (15). С.133-140.
[47]. Тимошенко С.П. Сопротивление материалов, т. II. М.: Наука, 1965. 480 с.
[48]. Степин П.А. Сопротивление материалов. Учебник.12-е изд., стер. СПб.: Лань, 2012. 320 с.
[49]. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.
[50]. Бронштейн И.Н., Семендев К.А. Справочник по математике. М.: Наука, 1964. 680 с.
[51]. Евзеров И.Д. Геометрически нелинейные задачи после потери устойчивости // Труды семинара "Компьютерные методы в механике сплошной среды". 2012- 2013. С. 90-102.
[52]. White D., Hajjar J. Application of Second-Order Elastic Analysis in LRFD: Research to Practice. Engineering journal/ American institute of steel construction. 1991. Fourth quarter. Pp. 133-148.
[53]. Воронков С. SAP2000: Геометрическая нелинейность (большие перемещения) [Электронный ресурс]. Систем. требования: Internet Explorer. URL: http://steel-concrete.ru/learning/videouroki/sap2000-geometricheskaya-nelineynost-s-uchetom-bolshikh-peremeshcheniy.html (дата обращения: 04.07.2015).
[54]. Федеральный закон №384-ФЗ. Технический регламент о безопасности зданий и сооружений.

Solution of the longitudinal and transverse bending beam in different software package

A.V. Savchenko[1], **A.V. Ioskevich**[2], **L.F. Khazieva**[3], **A.A. Nesterov**[4], **V.V. Ioskevich**[5]

[1-4]*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 29 Polytechnicheskaya st., St.Petersburg, 195251, Russia.*

[5]*St. Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering,2-nd Krasnoarmeiskaya St. 4, St.Petersburg, 190005, Russia.*

ARTICLE INFO	**Article history**	**Keywords**
Original research article	Received 5 August 2015	longitudinal and transverse bending; nonlinear analysis; finite element method; software package; SCAD; LIRA-SAPR; LIRA 10; SAP2000;

ABSTRACT

This article examines the issue of longitudinal and transverse bending beam. The author's task is to analyze the possibility of determining movements in the supercritical region using the software package. The solution of this type of problems is an important aspect of the non-linear analysis of beam systems. There were selected the most common in Russia, SCAD, LIRA-SAPR and LIRA 10, and the new for the Russian market SAP2000. The analytical solutions are presented. The analytical solutions are compared with the solutions obtained in the software package. Pictures of the results of displacements are presented, too. The results of research show the possibilities of software systems within the task. In writing the article there were used scientific works of domestic and foreign theorists of finite element method.

Corresponding author:

1. +7 (911) 115 3597, ya.int@yandex.ru (Alexey Vladimirovich Savchenko, Assistant)
2. +7 (911) 819 1927, anton-ioskevich@mail.ru (Anton Vladimirovich Ioskevich, Master student)
3. +7 (904) 337 3419, lina_hazieva@mail.ru (Lina Fahimovna Khazieva, Student)
4. +7 (952) 203 6624, artyom_nesterov-@mail.ru (Artem Andreevich Nesterov, Student)
5. +7 (905) 282 9498, lvasily95@gmail.com (Vasily Vladimirovich Ioskevich, Student)

References

[1]. Danilin A.N. Reshenie zadach nelineynoy mekhaniki gibkikh sistem metodom nailuchshey parametrizatsii [The solution of problems of nonlinear mechanics of flexible systems by the best parameterization]. Moscow: Thesis for the degree of Doctor: 01.02.04., 2005. 290 p. (rus)
[2]. Krakovskiy M.B. Communication program «OM SNiP ZhELEZOBETON» with software complexes SCAD and LIRA. Concrete and reinforced concrete. 2007. № 1 (544). Pp. 8-12. (rus)
[3]. Stepanov A.S., Mel'nikov V.A. Comparison of calculations using SNiP 2.02.01-87 and using special software. Construction of Unique Buildings and Structures. 2014. № 7 (22). Pp. 9-23. (rus)
[4]. Ioskevich A.V., Savchenko A.V. Comparison of SCAD Office and LIRA-SAPR on the example of calculation of communications tower. Construction of Unique Buildings and Structures. 2014. № 10 (25). Pp. 7-21. (rus)
[5]. Mangushev R.A., Sakharov I.I. [et al] Comparative analysis of computational modeling of the system «building-foundation-base» in the software packages SCAD and PLAXIS. Bulletin of Civil Engineers. 2010. № 3. Pp. 96-101. (rus)
[6]. Teplykh A.V. Application of shell and solid elements in the analysis of building steel designs with software SCAD and Nastran accounting for geometrical and physical nonlinearity. Magazine of civil engineering. 2011. № 3. Pp. 4-20. (rus)
[7]. Garifullin M.R., Vatin N.I. Buckling analysis of thin-walled cold-formed beams — short review. Construction of Unique Buildings and Structures. 2014. № 6 (21). Pp. 32-57. (rus)
[8]. Nazmeeva T.V. Bearing capacity of compressed continuous and perforated thin-walled steel members of C-shaped cold-formed profiles. Magazine of civil engineering. 2013. № 5. Pp. 44-51. (rus)
[9]. Manuylov G.A., Kositsyn S.B. [et al] Issledovaniye ustoychivosti krugovykh arok s zhestko zadelannymi kontsami pod deystviyem sosredotochennoy sily // Vestnik MIIT. 2005. № 13. S. 82-89.
[10]. Manuylov G.A., Kositsyn S.B. [et al] Issledovaniye ustoychivosti krugovykh dvukhsharnirnykh arok s uchetom vliyaniya nachalnykh nesovershenstv // Stroitelnaya mekhanika i raschet sooruzheniy. 2009. №1. S. 17-23.
[11]. Manuylov G.A., Kositsyn S.B. [et al] Issledovaniye yavleniya poteri ustoychivosti i zakriticheskogo ravnovesiya nekotorykh elementov tonkostennykh konstruktsiy pri pomoshchi kompleksa NASTRAN [Elektronnyy resurs]. Sistem. trebovaniya: AdobeAcrobatReader. URL: http://www.mscsoftware.ru/document/conf/Moscow_conf/conf2012/stend/09.pdf (data obrashcheniya: 02.07.2015).
[12]. Pogorelov A.V. Tsilindricheskie obolochki pri zakriticheskikh deformatsiyakh: I. Osevoe szhatie [Cylindrical shells under supercritical deformations: I. The axial compression]. Kharkiv: Izdatel'stvo Khar'kovskogo universiteta, 1962. 52 p. (rus)
[13]. Pogorelov A.V. Tsilindricheskie obolochki pri zakriticheskikh deformatsiyakh: II. Vneshnee davlenie. [Cylindrical shells under supercritical deformations: II. External pressure]. Kharkiv: Izdatel'stvo Khar'kovskogo universiteta, 1962. 63 p. (rus)
[14]. Vol'mir A.S. Gibkie plastinki i obolochki. [Flexible plate and shell]. Moscow: Gostekhizdat, 1956. 420 p. (rus)
[15]. Voronkov S. Calculation and design of building structures in the software package SAP2000. CAD and graphics. 2014. № 2 (208). Pp. 41-44.
[16]. Varvak P.M., Buzun I.M. [et al] Metod konechnykh elementov: uchebnoe posobie dlya vuzov [The finite element method: a manual for schools]. Kyiv: Vishcha shkola, 1981. 176 p. (rus)
[17]. Il'in V.P., Karpov V.V. [et al] Chislennye metody resheniya zadach stroitel'noy mekhaniki: spravochnoe posobie [Numerical methods for solving problems of structural mechanics: a handbook]. Minsk: Vysheyshaya shkola, 1990. 349 p. (rus)
[18]. Rozin L.A. Sterzhnevye sistemy kak sistemy konechnykh elementov [The core of the system as a system of finite element]. Leningrad: Izdatel'stvo LGU, 1975. 237 p. (rus)
[19]. Rozin L.A. Variatsionnye postanovki zadach dlya uprugikh sistem [Variational formulation of problems for elastic systems]. Leningrad: Izdatel'stvo LGU, 1978. 224 p. (rus)
[20]. Rozin L.A. Teoremy i metody statiki deformiruemykh sistem [Theorems and methods of static deformed systems]. Leningrad: Izdatel'stvo LGU, 1986. 276 p. (rus)
[21]. Rozin L.A. Zadachi teorii uprugosti i chislennye metody ikh resheniya [Problems in the theory of elasticity and numerical methods for their solution]. Leningrad: Izdatel'stvo LGU, 1998. 532 p. (rus)
[22]. Streng G., Fiks Dzh. Teoriya metoda konechnykh elementov. Per. s angl. [The theory of the finite element method. Translated from English]. Moscow: Mir, 1977. 351 p. (rus)
[23]. Eliseev V.V. Mekhanika uprugikh tel [The mechanics of elastic bodies]. St. Petersburg: Izdatel'stvo SPbGPU, 2003. 336 p. (rus)
[24]. Gorodetskiy A.S., Evzerov I.D. Komp'yuternye modeli konstruktsiy [Computer models of designs]. Kyiv: Fakt, 2005. 344 p. (rus)
[25]. Perel'muter A.V., Slivker V.I. Raschetnye modeli sooruzheniy i vozmozhnost' ikh analiza [Computational models of structures and the possibility of their analysis]. M.: DMK Press, 2007. 600 p. (rus)
[26]. Perel'muter, A.V., Slivker V.I. Ustoychivost' ravnovesiya konstruktsiy i rodstvennye problemy. Tom 1. [Stability of equilibrium structures and related problems. Volume 1.]. Moscow: SKAD SOFT, 2007. 704 p. (rus)
[27]. Semenov P.Yu. Sterzhnevoy konechnyy element dlya raschetov s bol'shimi peremeshcheniyami i vrashcheniyami/ P. Yu. Semenov // Problemy nelineynoy mekhaniki deformiruemogo tverdogo tela. Trudy vtoroy mezhdunarodnoy konferentsii. – Kazan': NIIMM im. N.G. Chebotareva, 2009. (rus)
[28]. Hartmann, F. Structural analysis with finite elements / F. Hartmann, C. Katz. – Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. – 597 p.

[29]. Ibrahimbegovic, A. Nonlinear solid mechanics. Theoretical formulations and finite element solution methods / A. Ibrahimbegovic. – Springer Science + Business Media B.V, 2009. – 574 p.
[30]. Li, J. A geometrically exact curved beam theory and its finite element formulation/implementation: thesis master of science in aerospace engineering / Jing Li. – Blacksburg, Virginia, 2000. – 117 p.
[31]. Reddy, J.N. Introduction to the finite element method / J.N. Reddy. – Oxford: Oxford University Press, 2005. – 463 p.
[32]. Stangl, M.A large deformation finite element for pipes conveying fluid based on the absolute nodal coordinate formulation / M. Stangl, J. Gerstmayr, H. Irschik // Proceedings of the ASME 2007 international design engineering technical conferences & computers and information in engineering conference IDETC/CIE. – Las Vegas, 2007. – P.10.
[33]. Wriggers, P. Nonlinear finite elements methods / P. Wriggers. – Berlin: Springer – Verlag Berlin Heidelberg, 2008. – 559 p.
[34]. Xiao, N., Zhong, H. Non-linear quadrature element analysis of planar frames based on geometrically exact beam theory/ International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 47, 2012, pp. 481–488.
[35]. Sprague, M.A., Geers, T.L. Legendre spectral finite elements for structural dynamics analysis/ Communications in Numerical Methods in Engineering, Vol. 24, 2008, pp. 1953–1965.
[36]. Yu, W., Blair, M. GEBT: A general-purpose nonlinear analysis tool for composite beams/ Composite Structures, Vol. 94, 2012, pp. 2677–2689.
[37]. S.R. Eugster, C. Hesch, P. Betsch and Ch. Glocker Director-based beam finite elements relying on the geometrically exact beam theory formulated in skew coordinates Int. J. Numer. Meth. Engng, 97:111–129, 2014.
[38]. Sander O. Geodesic finite elements for Cosserat rods. International journal for numerical methods in engineering, 82 (13), 1645–1670, 2009.
[39]. Zupan E., Maje M., Zupan D. The quaternion–based three–dimensional beam theory. Computer methods in applied mechanics and engineering, 198, 3944–3956, 2009.
[40]. Lalin V.V., Beliaev M.O. Bending of geometrically nonlinear cantilever beam. Results obtained by Cosserat – Timoshenko and Kirchhoff's rod theories. Magazine of civil engineering. 2015. № 1 (53). Pp. 39-55. (rus)
[41]. Solovey N.A., Krivenko O.P. [et al] Finite element models for the analysis of nonlinear deformation of shells stepwise-variable thickness with holes, channels and cavities. Magazine of civil engineering. 2015. № 1 (53).S.56-69. (rus)
[42]. Lalin V.V., Rozin L.A. [et al] Variational functionals for tho-dimensional equilibrium and stability problems of Consserat-Timoshenko elastic rods. Magazine of civil engineering. 2013. № 1 (36). Pp.87-96. (rus)
[43]. Lalin V.V., Yavarov A.V. Construction and Testing of a Finite Element of (a) the Geometrically Non-Linear Bar of Bernoulli-Euler. Housing Construction. 2013. № 5. Pp. 51-54. (rus)
[44]. Lalin V.V., Kushova D.A. Geometrically nonlinear deformation and stability problems of plane elastic rods with tension-compression, shear and bending stiffness taken into account. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2013. № 4 (9). Pp. 178-185. (rus)
[45]. Gordeeva A.O., Vatin N.I. Finite element calculation model of thin-walled cold-formed profile in software package SCAD Office. Magazine of civil engineering. 2011. № 3 (21). Pp. 36-46. (rus)
[46]. Vasylev V.N., Garanzha I.M. Peculiarities plotting a design finite-element model of polyhedral bent bays in the computer system SCAD Office. Metal Constructions Journal. 2009. № 2 (15). Pp.133-140. (rus)
[47]. Timoshenko S.P. Soprotivlenie materialov, t. II [Mechanics of materials. Volume 2]. Moscow: Nauka, 1965. 480 p. (rus)
[48]. Stepin P.A. Soprotivlenie materialov. Uchebnik.12-e izd., ster. [Mechanics of materials. Textbook]. St. Petersburg: Lan', 2012. 320 p. (rus)
[49]. Vol'mir A.S. Ustoychivost' deformiruemykh sistem [The stability of deformable systems]. Moscow: Nauka, 1967. 984 p. (rus)
[50]. Bronshteyn I.N., Semendev K.A. Spravochnik po matematike [Mathematical handbook]. Moscow: Nauka, 1964. 680 p. (rus)
[51]. Evzerov I.D. Geometricheski nelineynye zadachi posle poteri ustoychivosti [Geometrically nonlinear problems after buckling]. Trudy seminara "Komp'yuternye metody v mekhanike sploshnoy sredy". 2012-2013. Pp. 90-102. (rus)
[52]. White D., Hajjar J. Application of Second-Order Elastic Analysis in LRFD: Research to Practice. Engineering journal/ American institute of steel construction. 1991. Fourth quarter. Pp. 133-148.
[53]. Voronkov S. SAP2000: Geometricheskaya nelineynost (bolshiye peremeshcheniya) [Elektronnyy resurs]. Sistem. trebovaniya: Internet Explorer. URL: http://steel-concrete.ru/learning/videouroki/sap2000-geometricheskaya-nelineynost-s-uchetom-bolshikh-peremeshcheniy.html (data obrashcheniya: 04.07.2015).
[54]. Federalnyy zakon №384-F3. Tekhnicheskiy reglament o bezopasnosti zdaniy i sooruzheniy. [Technical regulations on the safety of buildings and constructions] (rus)

Савченко А.В., Иоскевич А.В., Хазиева Л.Ф., Нестеров А.А., Иоскевич В.В., Продольно-поперечный изгиб балки. Решение в различных программных комплексах // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. №11 (38). С. 89-105.

Savchenko A.V., Ioskevich A.V., Khazieva L.F., Nesterov A.A., Ioskevich V.V., Solution of the longitudinal and transverse bending beam in different software package. Construction of Unique Buildings and Structures, 2015, 11 (38), Pp. 89-105. (rus)