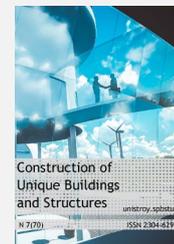




Construction of Unique Buildings and Structures



journal homepage: www.unistroy.spbstu.ru



doi: 10.18720/CUBS.75.3

Моделирование фильтрационных потоков под гидротехническими сооружениями

Modeling of filtration flows under hydraulic engineering structures

Г.И. Сидоренко ^{1*}, И. Того², М.А. Михалев ³,
Р.А. Измайлов ⁴, В.Н. Боронин ⁵

G. Sidorenko ^{1*}, I. Togo ², M. Mikhalev ³, R. Izmaylov ⁴,
V. Boronin ⁵

¹⁻⁵Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия
¹⁻⁵Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

перфорированные решетки,
коэффициент расхода,
коэффициент сопротивления,
поверхностная пористость,
коэффициент фильтрации,
коэффициент проницаемости

KEYWORDS

perforated grids,
discharge coefficient,
resistance coefficient,
exposed porosity filtration coefficient,
permeability coefficient

АННОТАЦИЯ

При проектировании и эксплуатации осушительных систем недостаточное внимание уделяется возможным изменениям во времени объема отводимой воды. Мы предлагаем математические методы моделирования для более обоснованного выбора параметров многих природно-технических систем, существенного повышения качества проектов, выработки новых технических решений. Представлены модели, алгоритмы и программы для численного моделирования фильтрационных потоков под гидротехническими сооружениями. Такие задачи необходимо решать при проектировании и оптимизации параметров гидротехнических сооружений. Численные алгоритмы реализованы на основе метода конечных элементов. Результаты вычислительных экспериментов подтвердили высокую точность численного алгоритма.

ABSTRACT

So far, in the design and operation of drainage systems insufficient attention has been paid to the stage of operations during the possible water volume changes. We are offering mathematical modeling methods for more accurate selection of parameters of multiple nature-technology systems, a significant increase in project quality and avenues to developing new technological solutions. We present models, algorithms and programs for numerical modeling of filtration flows under hydraulic facilities. Such tasks should be solved while designing and optimization of parameters of hydraulic facilities. Numerical algorithms are based on the finite element method. The results of computational experiments confirmed the high accuracy of numerical algorithm.

Содержание

1.	Введение	68
2.	Методы	70
3.	Результаты и обсуждение	71
4.	Заключение	73

1. Введение

Введение1 В природе многие тела имеют пористую структуру. Это грунты, горные породы, древесина, кожа, кость, мягкие ткани животных и человека, а также искусственные материалы: строительные (бетон, кирпич), керамика и другие. Характерная особенность всех этих материалов – способность накапливать в себе жидкость и позволять ей двигаться под действием внешних сил [1-3].

Важную роль играет движение влаги в почве. Именно фильтрующая или просачивающаяся в почве вода приносит растениям питательные вещества и служит основой питания всего живого. Движение

почвенной влаги, правильная организация осушения и ирригации – одна из важнейших задач теории фильтрации [4]. В последнее время все острее становится проблема охраны грунтовых вод от загрязнения отходами производства, удобрениями и прочими продуктами жизнедеятельности человека [5].

Особо следует выделить движение жидкостей через пористые биоматериалы в живых организмах – обмен жидкостью в клетках и тканях, движение соков в деревьях и злаках. Эти и другие движения управляют процессами транспорта питательных веществ к клеткам и вывода вредных продуктов жизнедеятельности из организмов.

Важную роль играет теория фильтрации и при проектировании многих природно-технических систем. Например, такими системами являются гидроэнергетические объекты, некоторые системы теплоснабжения, в которых используется тепло подземных вод, системы добычи нефти и газа из глубоко залегающих подземных пластов, мелиоративные системы.

Несмотря на наличие руководств по проектированию и эксплуатации осушительных систем, многие осушаемые площади все же остаются переувлажненными. Причиной этого является недостаточная обоснованность параметров, определяющих работу дрен, коллекторов, борозд, осушительных и магистральных каналов, осуществляющих сбор и удаление поверхностных и грунтовых вод. По существующим методам осушительную систему и ее элементы рассчитывают на обеспечение отвода расчетных расходов. Изменение во времени объема отводимой воды, обусловленное: гидрологическими, гидрогеологическими, вегетационными и другими условиями учитывается недостаточно при обосновании параметров осушительных систем. Поэтому, научно обоснованные высокоточные расчеты необходимы при изучении сложных фильтрационных ситуаций движения грунтовых вод при притоке к различного рода дренажам и каналам. Аналогичные расчеты возникают также в задачах миграции влаги и загрязнений, при прогнозе гидрохимического режима почвогрунтов и грунтовых вод [5-7]. Важное значение имеет теория фильтрации для разработки рациональных методов ускоренного осушения болот с целью их энергетического использования, а также в поиске оптимальных схем удаления воды из влажных низкокалорийных биотоплив.

Создание энергетических комплексов на основе возобновляемых источников энергии позволяет существенно снизить негативное их воздействие на окружающую среду. В определенных условиях перспективно создание энергетических комплексов на основе гидроэлектростанций. В таких системах на стадии обоснования параметров также имеется необходимость в изучении сложных фильтрационных схем движения грунтовых вод, моделировании воздействия фильтрационного потока на грунт, моделировании и оценках энергоэкологического эффекта водообмена с берегами [2, 3].

Широкое внедрение математических методов моделирования фильтрационных потоков в неоднородных изотропных и анизотропных средах открывает неограниченные возможности для более обоснованного выбора параметров многих природно-технических систем, существенного повышения качества проектов, выработки новых технических решений.

В данной статье рассматриваются модели связанные с фильтрацией воды под гидротехническими сооружениями.

Состояние исследований в области теории фильтрации

Возведение уникальных гидротехнических сооружений и возрастание темпов гидротехнического строительства ставит новые задачи перед теорией и в частности перед теорией фильтрации.

Основоположниками русской и советской школ теории фильтрации являются Н.Е. Жуковский [11], Н.Н. Павловский [1], Л.С. Лейбензон [12].

Академик Н.Н. Павловский [1] впервые дал точное гидромеханическое решение некоторого класса задач теории фильтрации, применив метод конформных отображений.

Н.Е. Жуковский [11], а затем В.В. Ведерников [13] и Н.Н. Павловский [1], основываясь на так называемой функции Жуковского, предложили ряд способов решения задач безнапорной фильтрации. С помощью понятия годографа скорости были исследованы и построены решения ряда задач безнапорной фильтрации П.Я. Полубариновой-Кочиной [14], С.Н. Нумеровым [15], Ю.Д. Соколовым [16] и другими. Метод, основанный на применении аналитической теории дифференциальных уравнений, был разработан П.Я. Полубариновой-Кочиной. С.Н. Нумеров [15] к решению задач безнапорной фильтрации применил метод, связанный с задачей Римана-Гильберта.

Первый пример вариационной теоремы для случая плоской фильтрации в однородной среде был получен М.А. Лаврентьевым. Г.Н. Положий доказал целый ряд общих вариационных теорем и на их основе создал так называемый метод мажорантных областей. Дальнейшее развитие этот метод получил в работах И.И. Ляшко, Н.А. Пахарева, А.А. Глуценко, М.Д. Якимова и других [17-19].

Благодаря работам Е.А. Замарина и А.А. Угинчуса [20-22] появились гидравлические методы расчета некоторых задач фильтрации. Н.Н. Павловский предложил один из приближенных методов расчета – метод фрагментов [1].

Анализ существующих методов расчета земляных плотин с противофильтрационными устройствами, упрощение некоторых громоздких результатов и их экспериментальную проверку дал А.З. Гузов.

Прогнозом подпора грунтовых вод и расчетом дренажных сооружений в береговой зоне водохранилищ занимались: П.Я. Полубаринова-Кочина, С.Ф. Аверьянов, А.В. Романов, С.К. Абрамов, В.И. Аравин, Н.И. Дружинин, И.Е. Жернов, О.Я. Гарькави, В.С. Кремез и другие [23-31].

2. Методы

При наполнении водохранилища ГЭС происходит процесс фильтрации в его берега, дно и в обход плотины. В общем виде нестационарная задача фильтрации жидкости в неоднородной пористой среде, для которой справедлив закон Дарси, сводится к решению дифференциального уравнения (1) при граничных условиях (2) и (3) и заданном значении $H(x,y,t)$ в начальный момент времени (4) [5-8].

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x(x,y) \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y(x,y) \frac{\partial H}{\partial y} \right) + q(x,y,t) = \mu(x,y) \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (1)$$

$$H|_{\Gamma_1} = g(x,y,t), \quad t > 0, \quad (2)$$

$$K_x \frac{\partial H}{\partial x} \cos(\hat{n}, x) + K_y \frac{\partial H}{\partial y} \cos(\hat{n}, y)|_{\Gamma_2} = -g_1(x,y,t), \quad t > 0, \quad (3)$$

$$H(x,y,0) = H_0(x,y), \quad (4)$$

где H – неизвестная однозначная в рассматриваемой области функция, Γ_1 – граница, на которой задано значение напора функцией g , Γ_2 – граница, на которой задан поток g_1 , K_x, K_y – известные функции координат x и y , определяющие фильтрационные свойства среды, \hat{n} – внутренняя нормаль к границе.

Для расчета поля течения в соответствии с уравнением (1), граничными условиями (2-3) и начальными условиями (4) использован метод конечных элементов (МКЭ).

Дифференциальной задаче можно поставить в соответствие минимизирующий функционал (5). Причем решение H удовлетворяет на Γ_1 условию Дирихле.

$$\Phi(H) = \iint_{\Omega} \left\{ \frac{1}{2} \left[K_x \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + K_y \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right)^2 \right] - \left(q - \mu \frac{\partial H}{\partial t} \right) H \right\} dx dy - \int_{\Gamma_2} g_1 H ds \Rightarrow \min \quad (5)$$

Основы численного алгоритма на основе МКЭ приведены в работах [8, 9]. Согласно МКЭ, пусть в пределах каждого КЭ функция $H(x,y,t)$ аппроксимируется (6). Тогда для КЭ получим дифференциальное уравнение в матричном виде (7). Схема построения составного прямоугольного КЭ показана на рис. 1. Аппроксимация H^r на КЭ e^r (для ориентации 4) представлена ниже.

$$\begin{aligned} H^r(x,y,t) &= (V(x,y))^r (H(t))^r, \\ (V(x,y))^r &= \begin{pmatrix} V_i^r(x,y) & V_j^r(x,y) & V_k^r(x,y) \end{pmatrix}, \\ V_i^r(x,y) &= a_i + b_i x + c_i y, \\ a_i &= \frac{1}{2\Omega^r} (x_j y_k - x_k y_j), \quad b_i = \frac{1}{2\Omega^r} (y_k - y_j), \\ c_i &= \frac{1}{2\Omega^r} (x_k - x_j), \end{aligned}$$

где x_i, y_i – координаты узла i КЭ; x_j, y_j – координаты узла j КЭ; x_k, y_k – координаты узла k КЭ; Ω^r – площадь соответствующего треугольного КЭ.

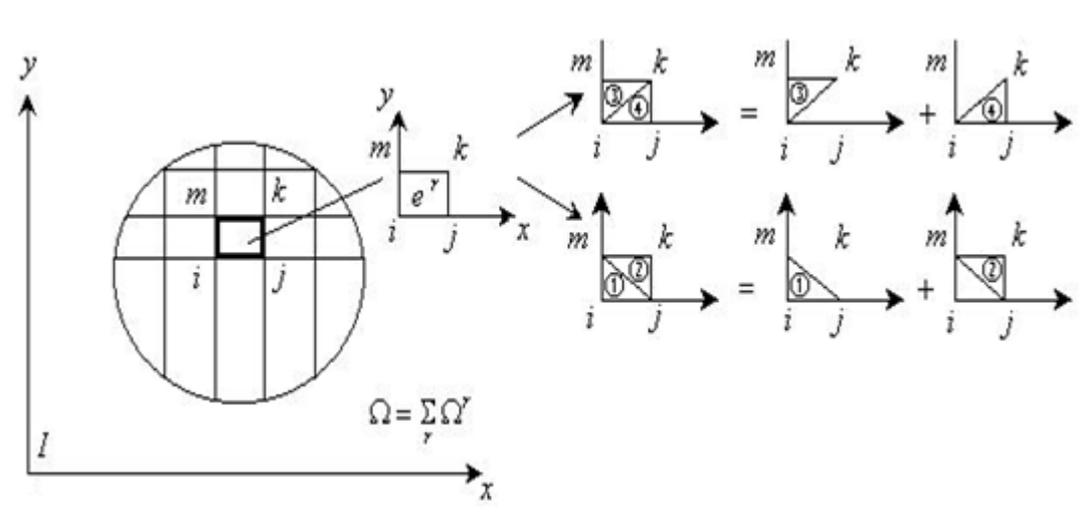


Рисунок 1. Разбивка расчетной области на конечные элементы. Составной КЭ.

$$H^r(x, y, t) = \sum_k \alpha_k^r(x, y) \cdot H_k^r(t), \quad (6)$$

$$[K]^r \cdot (H)^r + [C]^r \cdot \frac{\partial(H)^r}{\partial t} = (F)^r \cdot \quad (7)$$

Матрицы $[K]^r$, $[C]^r$ и вектор $(F)^r$ определяются по формулам:

$$k_{ij}^r = \iint_{\Omega^r} \left(K_x^r \cdot \frac{\partial \alpha_i^r}{\partial x} \cdot \frac{\partial \alpha_j^r}{\partial x} + K_y^r \cdot \frac{\partial \alpha_i^r}{\partial y} \cdot \frac{\partial \alpha_j^r}{\partial y} \right) dx dy, \quad (8)$$

$$c_{ij}^r = \iint_{\Omega^r} (\mu \cdot \alpha_i^r \cdot \alpha_j^r) dx dy, \quad (9)$$

$$f_j^r = \iint_{\Omega^r} (q \cdot \alpha_j^r) dx dy. \quad (10)$$

Для всей области система дифференциальных уравнений принимает вид (11).

$$[K](H) + [C] \frac{d}{dt} (H) = (F), \quad (11)$$

После учета граничных условий для решения системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка можно применить метод конечных разностей, используя явные или неявные схемы интегрирования. Используем неявную схему метода трапеций, обладающую устойчивостью счета. Согласно этому методу на промежутке времени $[t_0, t_0 + dt]$ справедливы соотношения

$$(H)_{\Delta t} = (H)_o + \frac{\Delta t}{2} \cdot \left[\left(\frac{\partial(H)}{\partial t} \right)_o + \left(\frac{\partial(H)}{\partial t} \right)_{\Delta t} \right], \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt} (H)_{\Delta t} = \frac{2}{\Delta t} ((H)_{\Delta t} - (H)_o) - \frac{d}{dt} (H)_o. \quad (13)$$

Подставляя (13) в уравнение (11), приходим к рекуррентной формуле для определения решения уравнения:

$$\left((K) + \frac{2}{\Delta t} [D] \right) (H)_{\Delta t} = \frac{1}{3} (a)_{\Delta t} + [D] \frac{d}{dt} (H)_o + \frac{2}{\Delta t} [D] (H)_o. \quad (14)$$

3. Результаты и обсуждение

Плосковертальная установившаяся фильтрация под гидротехническим сооружением в изотропной и анизотропной среде

К классу таких задач относится задача, решенная Павловским Н.Н.: фильтрация под флютбетом со шпунтом [1]. Расчетная область состоит из водопроницаемого слоя толщиной t на водоупоре, флютбета шириной t и шпунтового ряда высотой $0.5t$ (рис. 2). Для того, чтобы граничные условия меньше влияли на результаты расчета, вертикальные границы области удалены от флютбета на расстояние $2t$. Область

разбита сеткой перпендикулярных прямых на прямоугольные элементы, образующие 23 горизонтальных слоя одинаковой высоты и 47 вертикальных столбцов, ширина которых увеличивается по мере удаления от флютбета. Общее число неизвестных - 942. Линии равных напоров, построенные через $0.125H$ приведены на рис.3.а и рис.3.б. Пунктиром показаны линии, соответствующие аналитическому решению. Как видим, имеет место близкое совпадение результатов точного решения с численным, полученным на основе МКЭ. На рис.3.б приведены линии равных напоров для анизотропной фильтрации (на рисунке слева $KY = 10KX$; справа $KX = 10KY$). Визуализация решения задачи Н.Н.Павловского показана на рис.4.

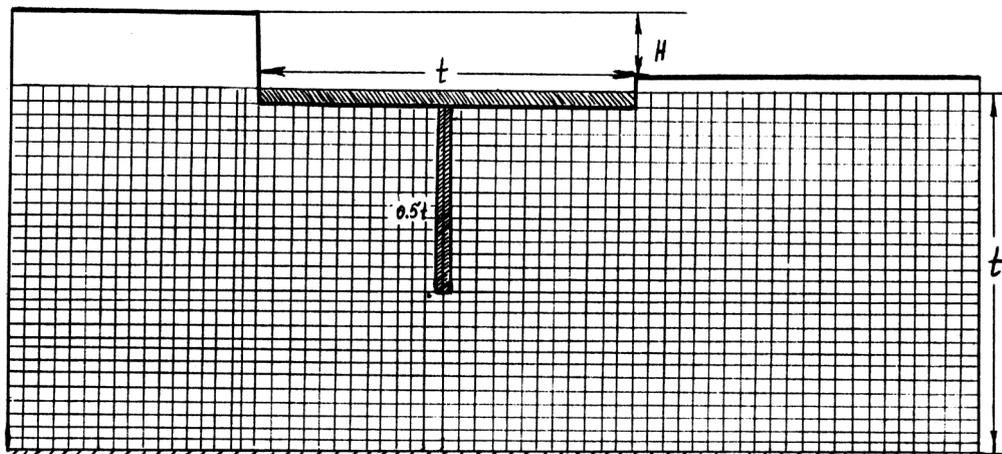


Рисунок 2. Расчетная сетка для задачи Н.Н. Павловского.

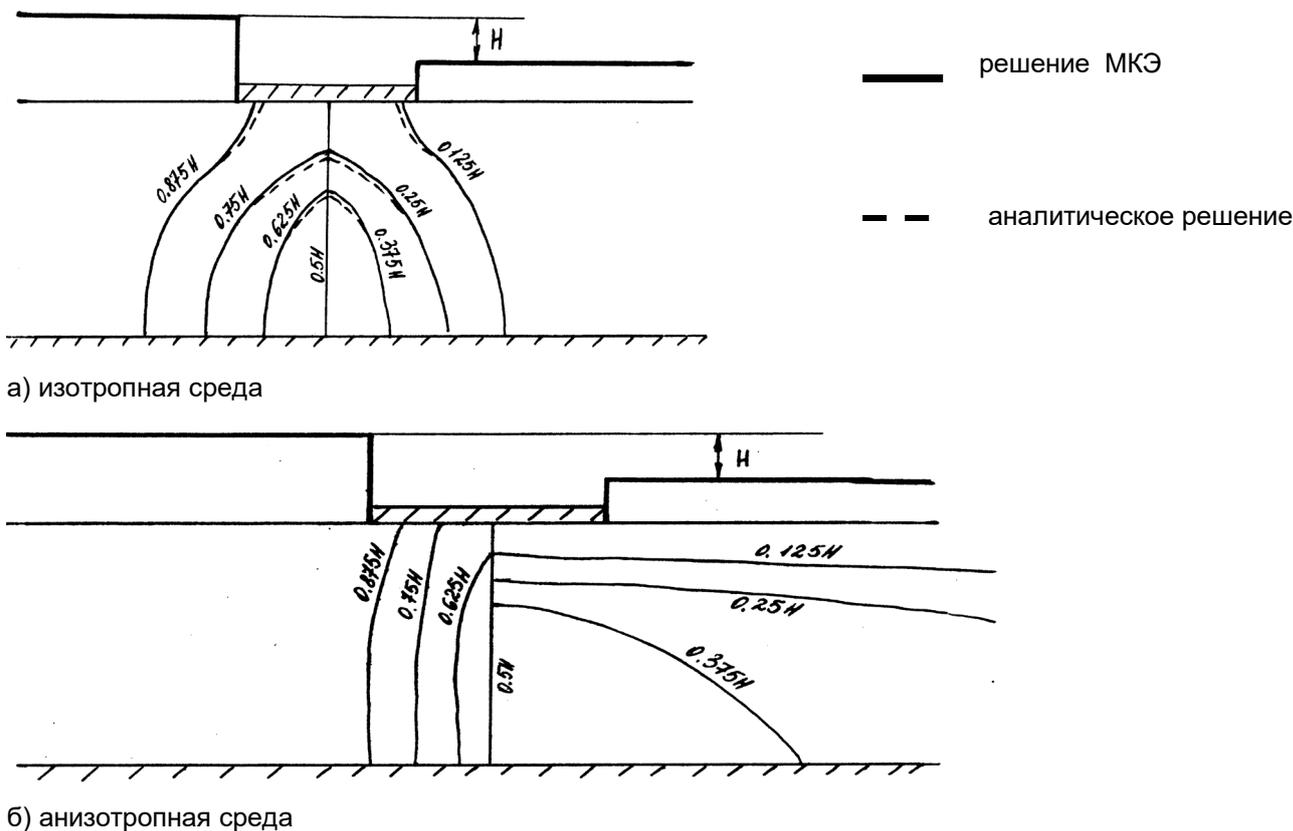


Рисунок 3. Решение задачи Н.Н. Павловского

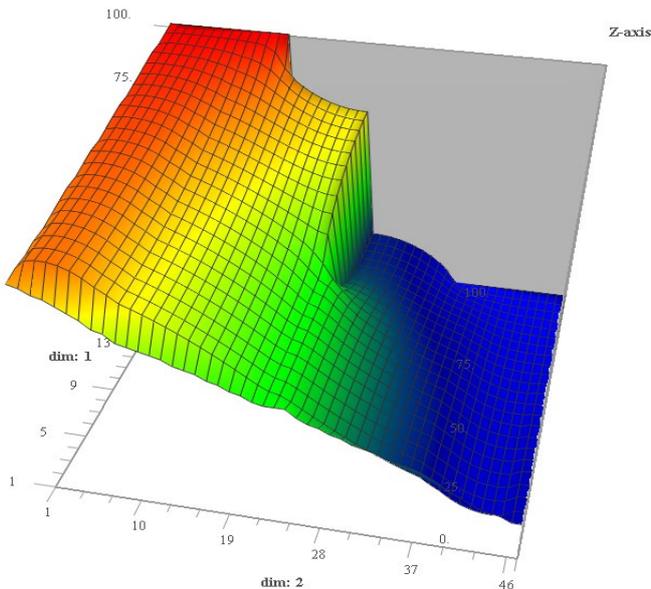


Рисунок 4. Визуализация решения задачи Н.Н.Павловского для случая $K_x = K_y$

4. Заключение

Разработана совокупность математических моделей и программ для решения различных фильтрационных задач, возникающих при проектировании гидротехнических сооружений. Результаты вычислительных экспериментов подтвердили работоспособность программного обеспечения и возможность его использования при обосновании параметров гидротехнических сооружений.

Литература

- [1]. Pavlovskiy N.N. Teoriya dvizheniya gruntovykh vod pod gidrotekhnicheskimi sooruzheniyami i yeye osnovnyye prilozheniya. Sobr. soch. M.-L.: Izd-vo AN SSSR, 1956. T.2. S. 3-152.
- [2]. Chugayev R.R. Gidravlika. Izdaniye 4-ye, dopolnennoye i pererabotannoye. L.: Energoizdat, Leningradskoye otdeleniye, 1982. 672 s.
- [3]. Dullien, F.A. Porous Media Transport and Pore Structure. New York: Academic Press. 1979.
- [4]. Bear, J. Dynamics of Fluids in Porous Media. New York: Dover. 1988.
- [5]. Gladkiy A.V., Lyashko I.I., Mistetskiy G.Ye. Algoritmizatsiya i chislenny raschet filtratsionnykh skhem. Kiyev: Vishcha shkola, 1981. 288 s.
- [6]. Lyashko I.I., Sergiyenko I.V., Mistetskiy G.Ye., Skopetskiy V.V. Voprosy avtomatizatsii resheniya zadach filtratsii na EVM. Izd.2-ye, pererab. i dop. Kiyev: Nakova Dumka, 1981. 296 s.
- [7]. Lyashko I.I., Sergiyenko I.V., Mistetskiy G.Ye., Skopetskiy V.V. Voprosy avtomatizatsii resheniya zadach filtratsii na EVM. Kiyev: "Naukova Dumka", 1977.
- [8]. Konnor Dzh., Brebbia K. Metod konechnykh elementov v mekhanike zhidkosti. L.: Sudostroyeniye, 1979. 264 s.
- [9]. Sidorenko G.I., Sidorenko D.G. Modelirovaniye filtratsionnykh potokov v neodnorodnykh izotropnykh i anizotropnykh sredakh. V kn.: Metody matematicheskogo modelirovaniya i informatsionnyye tekhnologii.

References

- [1]. Pavlovskiy N.N. Teoriya dvizheniya gruntovykh vod pod gidrotekhnicheskimi sooruzheniyami i yeye osnovnyye prilozheniya. Sobr. soch. M.-L.: Izd-vo AN SSSR, 1956. T.2. S. 3-152.
- [2]. Chugayev R.R. Gidravlika. Izdaniye 4-ye, dopolnennoye i pererabotannoye. L.: Energoizdat, Leningradskoye otdeleniye, 1982. 672 s.
- [3]. Dullien, F.A. Porous Media Transport and Pore Structure. New York: Academic Press. 1979.
- [4]. Bear, J. Dynamics of Fluids in Porous Media. New York: Dover. 1988.
- [5]. Gladkiy A.V., Lyashko I.I., Mistetskiy G.Ye. Algoritmizatsiya i chislenny raschet filtratsionnykh skhem. Kiyev: Vishcha shkola, 1981. 288 s.
- [6]. Lyashko I.I., Sergiyenko I.V., Mistetskiy G.Ye., Skopetskiy V.V. Voprosy avtomatizatsii resheniya zadach filtratsii na EVM. Izd.2-ye, pererab. i dop. Kiyev: Nakova Dumka, 1981. 296 s.
- [7]. Lyashko I.I., Sergiyenko I.V., Mistetskiy G.Ye., Skopetskiy V.V. Voprosy avtomatizatsii resheniya zadach filtratsii na EVM. Kiyev: "Naukova Dumka", 1977.
- [8]. Konnor Dzh., Brebbia K. Metod konechnykh elementov v mekhanike zhidkosti. L.: Sudostroyeniye, 1979. 264 s.
- [9]. Sidorenko G.I., Sidorenko D.G. Modelirovaniye filtratsionnykh potokov v neodnorodnykh izotropnykh i anizotropnykh sredakh. V kn.: Metody matematicheskogo modelirovaniya i

- Petrozavodsk: Karelskiy nauchnyy tsentr AN. 2002. Vyp. 3, s.282-292.
- [10]. Green, D.W., Dabiri, H., Weinaug, C.F. Numerical modeling of unsaturated groundwater flow and comparison of the model to a field experiment. *Water Resour. Res.* 6. 1970. Pp. 862-974.
- [11]. Zhukovskiy N.Ye. *Sobraniye sochineniy. T.3. M.- L.: Goslitizdat, 1949. 700 s.*
- [12]. Leybenzon L.S. *Sobraniye trudov v 2 t. T.2: Podzemnaya gidrogazodinamika. M.: ANSSSR, 1953. 544 s.*
- [13]. Vedernikov V.V. *Teoriya filtratsii i yeye primeneniye v oblasti irrigatsii i drenazha. M.-L.: Gosstroyizdat, 1939. 247 s.*
- [14]. Polubarinova-Kochina P.Ya. *Teoriya dvizheniya gruntovykh vod. M.: Nauka, 1977. 664 s.*
- [15]. Polubarinova-Kochina P.Ya., Numerov S.N. i dr. *Razvitiye issledovaniy po teorii filtratsii v SSSR. M.: Nauka, 1969. 547 s.*
- [16]. Sokolov Yu.D. *Ob odnoy zadache teorii neustanovivshikhsya dvizheniy gruntovykh vod // Ukrainskiy matematicheskiy zhurnal, 1953. T.5, №2. s.159-170.*
- [17]. Lyashko I.I., Velikoivanenko I.M. *Chislenno-analiticheskoye resheniye krayevykh zadach teorii filtratsii. Kiyev: Nak. dumka, 1973. 264 s.*
- [18]. Lyashko I.I., Velikoivanenko I.M., Lavrik V.I., Mistetskiy G.Ye. *Metod mazhorantnykh oblastey v teorii filtratsii. Kiyev: Nak. dumka, 1974.*
- [19]. I.I. Lyashko I.I., Demchenko L.I., Mistetskiy G.Ye. *Chislennoye resheniye zadach teplo- i massoperenosa v poristykh sredakh. Kiyev: Nak. dumka, 1991.*
- [20]. Zamarin Ye.A. *Dvizheniye gruntovykh vod pod gidrotekhnicheskimi sooruzheniyami. Tashkent, 1931. Pp 112.*
- [21]. Zamarin Ye.A. *Proyektirovaniye gidrotekhnicheskikh sooruzheniy. M.: Selkhozgiz, 1961. Pp 228.*
- [22]. Uginchusa A.A. *Raschet filtratsii cherez zemlyanyye plotiny. L.-M.: Gosstroyizdat, 1940. Pp 174.*
- [23]. Razumov G.A. *Podzemnaya voda. Vodozabornyye sooruzheniya, drenazh, irrigatsiya. M.: Nauka, 1975, Pp 148*
- [24]. Sheydegger A.E. *Fizika techeniya zhidkostey cherez poristyye sredi: Per. s angl. M.: Gostoptekhizdat, 1960. Pp 249.*
- [25]. Rudakov V.K. *Issledovaniye filtratsii v beregovoy zone vodokhranilishch pri nalichii mestnoy infiltratsii i gorizontalnogo drenazha. Avtoref. dis. na soiskaniye uch. stepeni kand. tekhn. nauk. M.: 1966. Pp 26.*
- [26]. Averyanov S.F. *Filtratsiya iz kanalov i yeye vliyaniye na rezhim gruntovykh vod. M.: Kolos, 1982 – 237 s.*
- [27]. Abramov S.K., Bindeman N.N., Bochever F.M., Verigin N.N. *Vliyaniye vodokhranilishch na gidrogeologicheskiye usloviya prilgayushchikh territoriy. M.: Gosstroyizdat, 1960.*
- [28]. Aravin V.I., Numerov S.N. *Teoriya dvizheniya zhidkostey i gazov v nedeformiruyemoy poristoy srede. M.: Gos. Izd-vo tekhn.-teoret. Lit, 1953. 616 s.*
- [29]. Zhernov I.Ye., Shestakov V.M. *Modelirovaniye filtratsii podzemnykh vod. M.: Nedra, 1971. 224 s.*
- [30]. Garkavi O.Ya., Kremez V.S. *Chislennyy metod resheniya zadachi nestatsionarnoy filtratsii v dvukhsloynoy srede na EVM // Gidromekhanika. Kiyev. 1974. Vyp. 26.*
- [31]. Solskiy S.V., Alimirzoyev A.S., Bulganin Ye.V., Kubetov S.V. *Ustroystvo drenazha podzemnogo kontura v slozhnykh inzhenerno-geologicheskikh usloviyakh // Izvestiya VNIIG im. B.Ye. Vedenevaya. 2013. T.270, s.7-17*
- informatsionnyye tekhnologii. Petrozavodsk: Karelskiy nauchnyy tsentr AN. 2002. Vyp. 3, s.282-292.
- [10]. Green, D.W., Dabiri, H., Weinaug, C.F. Numerical modeling of unsaturated groundwater flow and comparison of the model to a field experiment. *Water Resour. Res.* 6. 1970. Pp. 862-974.
- [11]. Zhukovskiy N.Ye. *Sobraniye sochineniy. T.3. M.- L.: Goslitizdat, 1949. 700 s.*
- [12]. Leybenzon L.S. *Sobraniye trudov v 2 t. T.2: Podzemnaya gidrogazodinamika. M.: ANSSSR, 1953. 544 s.*
- [13]. Vedernikov V.V. *Teoriya filtratsii i yeye primeneniye v oblasti irrigatsii i drenazha. M.-L.: Gosstroyizdat, 1939. 247 s.*
- [14]. Polubarinova-Kochina P.Ya. *Teoriya dvizheniya gruntovykh vod. M.: Nauka, 1977. 664 s.*
- [15]. Polubarinova-Kochina P.Ya., Numerov S.N. i dr. *Razvitiye issledovaniy po teorii filtratsii v SSSR. M.: Nauka, 1969. 547 s.*
- [16]. Sokolov Yu.D. *Ob odnoy zadache teorii neustanovivshikhsya dvizheniy gruntovykh vod // Ukrainskiy matematicheskiy zhurnal, 1953. T.5, №2. s.159-170.*
- [17]. Lyashko I.I., Velikoivanenko I.M. *Chislenno-analiticheskoye resheniye krayevykh zadach teorii filtratsii. Kiyev: Nak. dumka, 1973. 264 s.*
- [18]. Lyashko I.I., Velikoivanenko I.M., Lavrik V.I., Mistetskiy G.Ye. *Metod mazhorantnykh oblastey v teorii filtratsii. Kiyev: Nak. dumka, 1974.*
- [19]. I.I. Lyashko I.I., Demchenko L.I., Mistetskiy G.Ye. *Chislennoye resheniye zadach teplo- i massoperenosa v poristykh sredakh. Kiyev: Nak. dumka, 1991.*
- [20]. Zamarin Ye.A. *Dvizheniye gruntovykh vod pod gidrotekhnicheskimi sooruzheniyami. Tashkent, 1931. Pp 112.*
- [21]. Zamarin Ye.A. *Proyektirovaniye gidrotekhnicheskikh sooruzheniy. M.: Selkhozgiz, 1961. Pp 228.*
- [22]. Uginchusa A.A. *Raschet filtratsii cherez zemlyanyye plotiny. L.-M.: Gosstroyizdat, 1940. Pp 174.*
- [23]. Razumov G.A. *Podzemnaya voda. Vodozabornyye sooruzheniya, drenazh, irrigatsiya. M.: Nauka, 1975, Pp 148*
- [24]. Sheydegger A.E. *Fizika techeniya zhidkostey cherez poristyye sredi: Per. s angl. M.: Gostoptekhizdat, 1960. Pp 249.*
- [25]. Rudakov V.K. *Issledovaniye filtratsii v beregovoy zone vodokhranilishch pri nalichii mestnoy infiltratsii i gorizontalnogo drenazha. Avtoref. dis. na soiskaniye uch. stepeni kand. tekhn. nauk. M.: 1966. Pp 26.*
- [26]. Averyanov S.F. *Filtratsiya iz kanalov i yeye vliyaniye na rezhim gruntovykh vod. M.: Kolos, 1982 – 237 s.*
- [27]. Abramov S.K., Bindeman N.N., Bochever F.M., Verigin N.N. *Vliyaniye vodokhranilishch na gidrogeologicheskiye usloviya prilgayushchikh territoriy. M.: Gosstroyizdat, 1960.*
- [28]. Aravin V.I., Numerov S.N. *Teoriya dvizheniya zhidkostey i gazov v nedeformiruyemoy poristoy srede. M.: Gos. Izd-vo tekhn.-teoret. Lit, 1953. 616 s.*
- [29]. Zhernov I.Ye., Shestakov V.M. *Modelirovaniye filtratsii podzemnykh vod. M.: Nedra, 1971. 224 s.*
- [30]. Garkavi O.Ya., Kremez V.S. *Chislennyy metod resheniya zadachi nestatsionarnoy filtratsii v dvukhsloynoy srede na EVM // Gidromekhanika. Kiyev. 1974. Vyp. 26.*
- [31]. Solskiy S.V., Alimirzoyev A.S., Bulganin Ye.V., Kubetov S.V. *Ustroystvo drenazha podzemnogo kontura v slozhnykh inzhenerno-geologicheskikh usloviyakh // Izvestiya VNIIG im. B.Ye. Vedenevaya. 2013. T.270, s.7-17*

Контактная информация

- 1.* sidorenko.d.57@bk.ru (Сидоренко Геннадий Иванович, Профессор)
2. issatogo@mail.ru (Того Исса, Профессор)
3. mikhalev@cef.spbstu.ru (Михалев Михаил Андреевич, д.т.н., Профессор)
4. ira1239@mail.ru (Измайлов Рудольф Александрович, Профессор)
5. tee.dep@eef.spbstu.ru (Боронин Виталий Николаевич, д.т.н., профессор)

Contact information

- 1.* sidorenko.d.57@bk.ru (Sidorenko Gennadiy, Professor)
2. issatogo@mail.ru (Togo Issa, Professor)
3. mikhalev@cef.spbstu.ru (Mikhalev Mikhail, Doctor of Engineering Sciences, Professor)
4. ira1239@mail.ru (Izmaylov Rudolf , Professor)
5. tee.dep@eef.spbstu.ru (Boronin Vitalii , Doctor of Engineering Sciences, Professor)

© Сидоренко Г.И., Того И., Михалев М.А., Измайлов Р.А., Боронин В.Н., 2018