Construction of Unique Buildings and Structures
journal homepage: www.unistroy.spbstu.ru

doi: 10.18720/CUBS.67.2

Устойчивость равновесия упругих арок с учетом искривления оси

Stability of the equilibrium of elastic arches with a deformed axis

А.Н. Дмитриев [1*], А.А. Семенов [2], В.В. Лалин [3]
[1,3]*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 195251, Россия, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29*
[2]*Уфимский государственный нефтяной технический университет, 450062, Россия, Республика Башкортостан, Уфа, Космонавтов ул., 1*

A.N. Dmitriev [1]*, A.A. Semenov [2], V.V. Lalin [3]
[1,3]*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, Russia*
[2]*Ufa State Petroleum Technological University, 1, Kosmonavtov St., Ufa, Russia*

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА
металлическая арка;
устойчивость;
аналитическое решение;
эксперимент;
численное решение;
критическая нагрузка;
деформированная схема;
SCAD;

KEYWORDS
metal arch;
stability;
analytical solution;
experiment;
numerical solution;
critical load;
deformed scheme;
SCAD;

ИСТОРИЯ
Подана в редакцию: 13.12.2017
Принята: 16.05.2018

ARTICLE HISTORY
Submitted: 13.12.2017
Accepted: 16.05.2018

АННОТАЦИЯ

В статье представлены результаты теоретических, численных и экспериментальных исследований устойчивости равновесия металлических арок, работающих в упругой стадии. Представлен обзор литературных источников по проблеме устойчивости равновесия арок. Произведены натурные испытания трех образцов при действии различных вариантов нагружения до наступления критического состояния. Выполнена обработка результатов и сравнение со значениями критических нагрузок, полученных при аналитическом и численном решениях задач. Предложена методика по определению критической нагрузки в ПК SCAD Office 21.1 с учетом геометрической нелинейности и моментности в виде серии линейных расчетов. Установлена удовлетворительная сходимость полученных значений (погрешность не превышает 9%).

ABSTRACT

The paper presents the results of theoretical, numerical and experimental researches of the stability of the equilibrium of metallic arches working in the elastic stage. A review of the literature on the stability of arches equilibrium is presented. The full-scale tests of three samples were performed under the action of various loading options before the onset of the critical state. The results are processed and compared with the values of the critical loads obtained in the analytical and numerical solutions of problems. A method for determining the critical load in SCAD Office 21.1 is proposed, taking into account the geometrically nonlinearity and bending moments in the form of a series of linear calculations. Satisfactory convergence of the obtained values is established (the error does not exceed 9%).

Содержание

1. Введение 20
2. Методы и материалы 21
3. Результаты и обсуждение 25
4. Заключение 28

1. Введение

Одним из распространенных видов конструктивных систем являются арочные. Эффективность арок общепризнана и широко известна. Работоспособность арочной конструкции во многом определяется ее устойчивостью. Необходимость решения геометрически нелинейных задач упругой устойчивости арок особенно актуальна при расчетах тонкостенных обшивок морских и воздушных судов, космических аппаратов, а также в строительстве при проектировании различных тонколистовых металлических конструкций покрытий. Все вышеуказанные конструкции или отдельные их элементы под действием основных эксплуатационных нагрузок находятся в сжато-изогнутом напряженном состоянии и только в исключительных случаях – в сжатом. Таким образом, перед инженером встает задача устойчивости равновесия арок, для решения которой необходимо учитывать влияние изгибающих моментов и нелинейное поведение.

Возможность аналитического решения задачи упругой устойчивости равновесия арок появилась в XIX веке благодаря развитию общей теории криволинейных стержней такими выдающимися учеными, как Г. Кирхгоф и Р. Клебш. Заложенные ими основы были приняты и развиты в трудах С. П. Тимошенко [1-2], А. Н. Динника [3], А. И. Лурье [4], Е. Л. Николаи [5] и др. Неоценимый вклад в развитие теории расчета конструкций и сооружений на устойчивость также внесли А.С. Вольмир [6], Н.В. Корноухов [7-8], В.З. Власов [9], Н.А. Алфутов [10-11], В.В. Болотин [12-15], Я.Г. Пановко [16], А.Ф. Смирнов [17-19], Г. Циглер [20], А.В. Александров, А.Р. Ржаницын [21], В.И. Феодосьев [22], Б.М. Броуде [23], Г.Ю. Джанелидзе, Я.Л. Нудельман, П.Ф. Папкович [24] и др.

В первых работах по устойчивости упругих арок [5, 25] рассматривалась только устойчивость равновесия первоначальной (недеформированной) формы, очерченной по кривой давления или по веревочной кривой, т.е. в предположении исключительно сжатого состояния. Строго говоря, такое напряженное состояние не может быть свойственно всем конструкциям, оно возможно только в особых случаях и только для таких конструкций и нагрузок, для которых деформации имеют строго определенный характер, нарушение которого становится возможным лишь в случае потери устойчивости. К таким особым случаям можно отнести симметричные, симметрично нагруженные системы. Нарушение симметрии их деформации может быть отнесено к потере устойчивости первого рода[1].

Так как арки в большинстве своем работают как сжато-изогнутые, при определении критической силы необходимо учитывать влияние искривленной оси на величины внутренних изгибающих моментов. Решение задачи в линейной постановке по недеформированной схеме дает результаты, сильно отличающиеся от реальных. Потеря устойчивости равновесия при естественном процессе деформирования происходит в виде потери устойчивости второго рода, которая наступает в результате сильного развития предшествующих деформаций без появления деформаций нового типа вследствие невозможности поддержания статического равновесия между внешними нагрузками и внутренними усилиями системы без уменьшения внешних нагрузок системы. При такой потере устойчивости отпорность системы (т.е. сопротивление системы росту деформаций), достигнув максимума, начинает затем уменьшаться при дальнейшем росте деформаций.

Проблема устойчивости упругих арок актуальна по сей день, при этом вектор исследований направлен на разработку методов расчета арок по деформированной схеме, более точно отражающей отклик системы на нагрузку. Наиболее значительный вклад внесен следующими учеными: С.Б. Колоколов [26-30], И.Д. Грудев [31-32], В.В. Улитин [33-34], Г.А. Мануйлов [35-37], Юнусов [38], А.З. Камалов [39], В.И. Шалашилин, Б.П. Державин, Ш.М. Гулиев, Л.П. Винокуров, Р. Шмидт, Я. Хуанг, А.Я. Дривинг. По теме устойчивости арочных конструкций за последние десятилетия защищено немало диссертаций. Среди исследований, проведенных за границей, стоит отметить [40-49].

С развитием теории предельного равновесия заметное развитие получили методы, при помощи которых рассчитывается разрушающая нагрузка на арку с учетом пластических деформаций. Решению задачи предельного равновесия арок посвящены работы Н.К. Снитко [50-51], В.Г. Себешева [52], В.А. Монахова и др. В практическом отношении задача неупругой устойчивости сводится к анализу зависимости деформаций от величины действующей нагрузки. Широкое распространение здесь получил метод последовательных нагружений, при котором на каждом шаге нагружения решаются линейные уравнения и таким образом нелинейная задача становится линеаризованной. Пошаговое нагружение позволяет проследить весь сценарий деформирования системы в докритической и закритической стадиях.

[1] Здесь и далее под потерей устойчивости первого рода подразумевается потеря устойчивости бифуркационного типа, а под потерей устойчивости второго рода – потеря устойчивости в виде прохлопывания (snap-through) при прохождении предельной регулярной (сингулярной) точки.

Анализ упруго-пластического деформирования элементов стержневых конструкций также проведен в работе Б. Е. Мельникова [53].

Большой интерес представляют работы В. В. Лалина, в которых задачи устойчивости равновесия стержней решаются при помощи вариационного подхода и представлены в виде поисков точек стационарности соответствующих функционалов [54-56].

В связи с активным развитием в строительстве так называемых ЛСТК, большое количество публикаций посвящено теории устойчивости тонкостенных стержней [57-59].

Поскольку в настоящее время для проведения инженерных расчетов конструкций повсеместно применяются специализированные программные комплексы, в основе которых лежит метод конечных элементов, насущным является вопрос о проведении в них нелинейных расчетов устойчивости равновесия систем. Однако в некоторых программах, созданных специально для нужд строительной отрасли, такие расчеты не предусмотрены. Например, в ПК SCAD Office проверка устойчивости реализована в упругой линейной постановке [60]. Использование в строительстве так называемых «тяжелых» программных комплексов, способных решать широкий спектр задач, сильно сдерживается рядом факторов. В первую очередь, это высокая цена продукта, а также отсутствие связи с нормами проектирования и невозможность учета требований этих норм.

Целью настоящей статьи является комплексный анализ устойчивости равновесия арок, работающих в упругой стадии, при действии различных нагружений, заключающийся в рассмотрении трех моделей: аналитической, математической и механической. Для достижения данной цели были поставлены следующие задачи:

1. определение критической силы согласно существующим аналитическим решениям;
2. серия расчетов в программном комплексе SCAD Office по предложенной методике;
3. проведение механического эксперимента.

В качестве исследуемой модели принята двухшарнирная арка радиусом $r = 30$ см, с центральным углом $2 \cdot \gamma = 180°$ и размерами поперечного сечения $b \times h = 29 \times 1$ мм. Материал – сталь обыкновенная. В аналитических расчетах для их упрощения очертание оси принято круговое, в то время как экспериментальное и численное исследование проведено для очертания, несколько отличного от кругового, в силу особенностей геометрии механических образцов. Задача устойчивости равновесия арки решается для трех случаев нагружения:

– равномерно распределенная радиальная нагрузка (классическая задача устойчивости первого рода при действии гидростатического давления);

– вертикальная сосредоточенная нагрузка, приложенная в замковом узле (задача устойчивости второго рода), причем в одном случае в процессе деформирования нагрузка остается направленной к центру кривизны недеформированной оси, в другом – остается направленной вертикально («мертвая» сила).

2. Методы и материалы

2.1 Случай гидростатического давления

Задача устойчивости круговой арки от действия радиальной нагрузки в плоскости действия этой нагрузки при различных условиях поведения нагрузки в процессе искривления оси была решена такими выдающимися учеными, как С. П. Тимошенко [2], Н. В. Корноухов [9], А. Н. Динник [3, 26]. Ниже приведены некоторые важнейшие результаты их исследований.

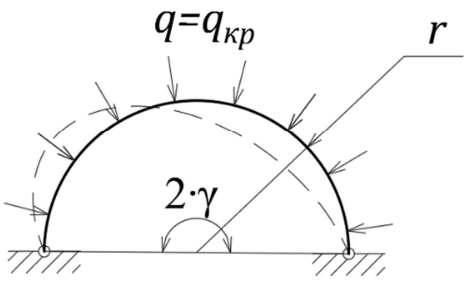


Рисунок 1. Схема к расчету круговой двухшарнирной арки

Dmitriev A.N., Semenov A.A., Lalin V.V., Stability of the equilibrium of elastic arches with a deformed axis, Construction of Unique Buildings and Structures. 2018. No. 4 (67). Pp. 19-31. (rus)

Решение С. П. Тимошенко

В результате решения дифференциального уравнения изогнутой оси арки было получено следующее выражение для критического значения распределенной нагрузки q_{cr1} [2]:

$$q_{cr1} = \frac{EI}{r^3} \cdot \left(\frac{\pi^2}{\gamma^2} - 1 \right), \quad (1)$$

где EI – изгибная жесткость арки, $\text{Н} \cdot \text{м}^2$;

r – радиус кривизны, м;

γ – половина центрального угла, рад.

Введем новое обозначение: $K = f(\gamma)$ – коэффициент устойчивости. В данном решении $K_1 = (\pi^2/\gamma^2 - 1)$. Значения коэффициента устойчивости при различных значениях центрального угла приведены в таблице 1.

Уравнение (1) получено в предположении, что при потере устойчивости элементы нагрузки сохраняют линии своего действия в первоначальном виде.

Решение Н. В. Корноухова

В данном случае предполагается, что при потере устойчивости элементы нагрузки следуют за осью арки, сохраняя параллельность прежним направлениям, вследствие чего происходит перемещение линии давления.

Значение q_{cr2}, вычисленное далее, будет выше, чем при решении (1). Это может быть объяснено следующим образом [8]. В решении Тимошенко предполагается, что линия действия нагрузки остается неизменной, однако на самом деле при потере устойчивости она следует за осью арки, причем на опускающейся стороне останется меньше половины всей нагрузки за счет горизонтального смещения оси и произойдет частичная разгрузка этой половины; поднимающаяся же часть арки получит дополнительное нагружение, которое будет оказывать сопротивление дальнейшему подъему.

Опуская решение, запишем критическое условие для антисимметричной формы потери устойчивости круговой двухшарнирной арки:

$$\frac{1}{(\eta^2 - 1)^2} \cdot \left[\eta^3 \left(\gamma + \frac{1}{2} \cdot \sin 2\gamma \right) - \eta \cdot \left(\gamma + \frac{3}{2} \cdot \sin 2\gamma \right) + \frac{1 - \cos 2\gamma}{\operatorname{tg} \gamma\eta} \right] = 0. \quad (2)$$

Решив (2) относительно η, значение критической нагрузки q_{cr2} может быть найдено как:

$$q_{cr2} = \eta^2 \cdot \frac{EI}{r^3}. \quad (3)$$

Значения $K_2 = \eta^2$ представлены в соответствующей строке таблицы 1.

Таблица 1. Значения коэффициентов устойчивости

Решение	$K_i = \cdots$	Угол $2 \cdot \gamma$, рад			
		$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	π
С.П. Тимошенко	$\pi^2/\gamma^2 - 1$	35	15	8	3
Н.В. Корноухов	η^2	35,94	15,86	8,736	3,27

2.2. Сосредоточенная вертикальная сила

Несмотря на неоспоримую практическую ценность, простой инженерной методики расчета сжато-изогнутых арок, нагруженных произвольной нагрузкой, до сих пор не разработано. Учет изменения усилий и моментов при искривлении оси приводит к значительным затруднениям, решение задач такого типа способом интегрирования дифференциальных уравнений невозможно. В процессе потери устойчивости при произвольных нагрузках арка с самого начала искривляется и в момент потери устойчивости деформации оси соизмеримы с генеральными размерами арки, поэтому решение данной задачи производится по деформированной схеме.

Профессор Н. К. Снитко предложил использовать деформационный расчет с применением метода возможных перемещений и использованием основной системы в виде шарнирной цепи рамы. Арка заменяется рамой с очертанием оси ее по вписанному многоугольнику при делении пролета на шесть-

восемь равных участков. С увеличением числа участков возрастает и размерность задачи, результаты при этом изменяются незначительно [40]. Следует отметить, что данный подход учитывает моментность и нелинейность докритического состояния, но в то же время отличается некоторой трудоемкостью даже при рассмотрении простейших задач. Опуская решение [40], укажем лишь численные результаты (таблица 2).

2.3. Численное решение задачи в SCAD++

Арка моделировалась стержневыми элементами типа «стержень плоской рамы» с учетом реальной геометрии оси механических образцов (рисунок 2).

Рисунок 2. Стержневая КЭ модель арки в ПК SCAD

В качестве кинематических граничных условий запрещены трансляционные степени свободы в опорных узлах арки ($u = 0$, $w = 0$), а на поворотную степень свободы не наложено никаких ограничений, что соответствует двухшарнирной схеме с пятовыми шарнирами, не имеющими трения между контактными поверхностями.

В задаче А-1 в расчетной модели SCAD задана равномерно распределенная нагрузка, ориентированная по местным осям конечных элементов и ортогональная их осевым линиям, что полностью соответствует задаче с гидростатическим давлением.

В расчетной модели к задаче А-2 в точке приложения нагрузки дополнительно введена связь по направлению *X*, препятствующая горизонтальному смещению центрального узла. Это, как будет показано ниже (рисунок 9), вполне соответствует реальной работе механического образца. Поскольку процесс деформирования арки полностью симметричный и поворота центрального сечения в ходе эксперимента не наблюдалось, в качестве нагрузки принята вертикальная сосредоточенная сила, сонаправленная с осью *Z* в глобальной системе координат.

В расчетной модели к задаче А-3 не вводится никаких дополнительных связей. Приложенная сосредоточенная сила ориентирована по глобальной оси *Z* и, таким образом, не меняет своего направления при искривлении осевой линии арки.

Для учета искривления оси арки в процессе ее деформирования предложен следующий алгоритм (рисунок 3). Первоначально решается линейная задача устойчивости на основе первоначальной (недеформированной) модели для оценки значения критической нагрузки. После этого полученное значение разбивается на несколько ступеней. После нагружения системы силой, соответствующей первой ступени, проводится линейный расчет, и деформированная схема сохраняется в новом файле. Далее анализируется устойчивость равновесия новой (деформированной) схемы. Если система является устойчивой, то она нагружается силой, соответствующей следующей ступени нагружения, и так далее до момента, когда коэффициент запаса устойчивости не станет меньше единицы.

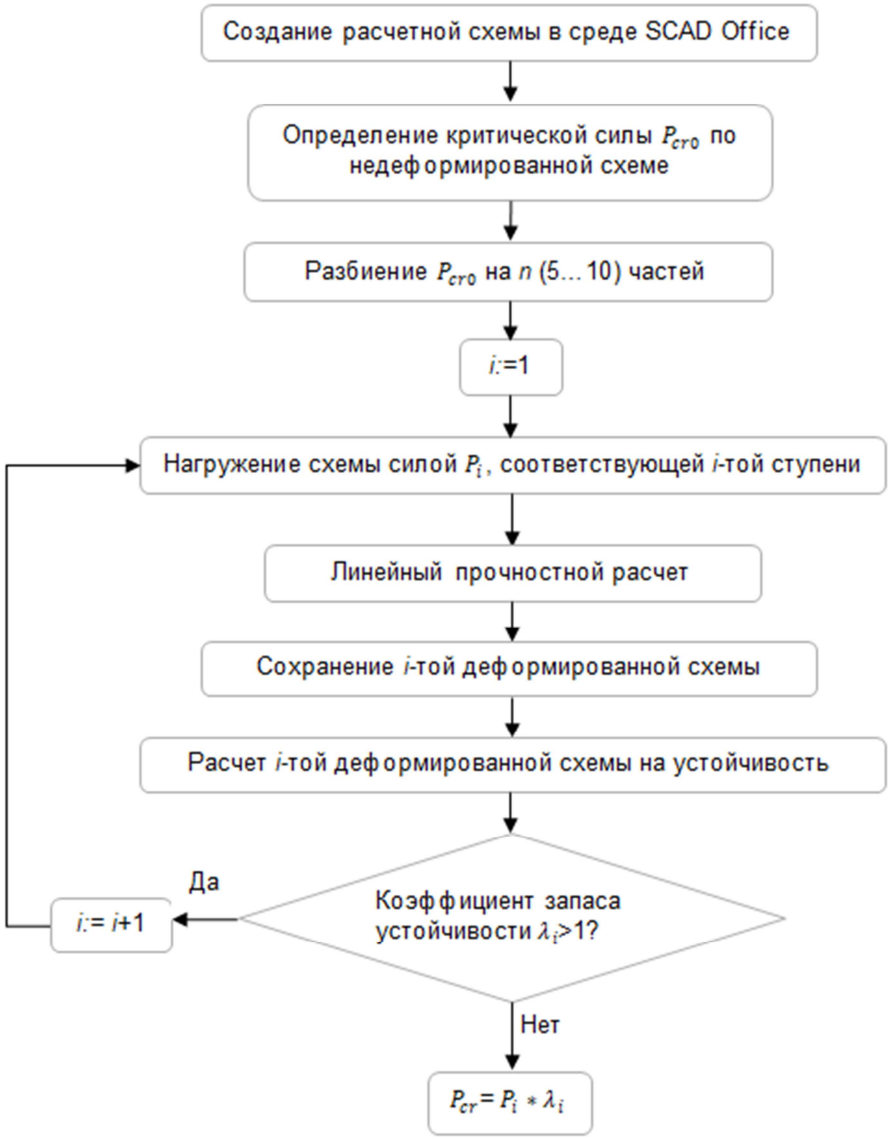
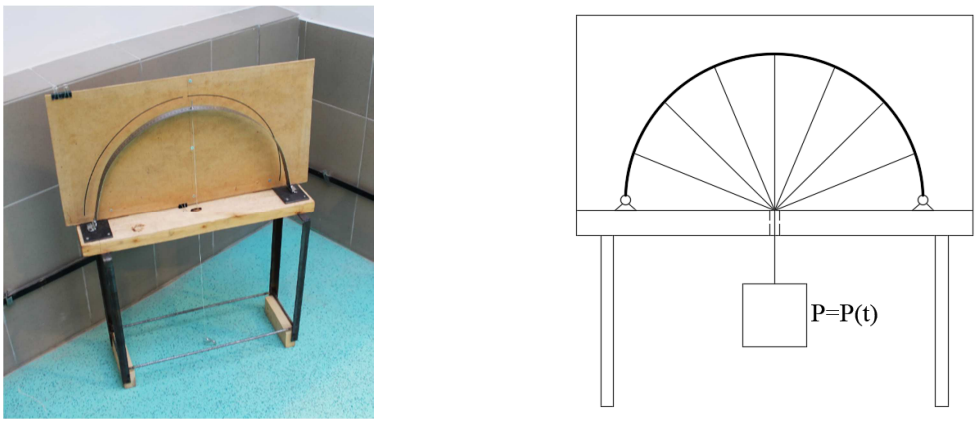


Рисунок 3. Алгоритм определения критической силы P_{cr} по деформированной схеме в SCAD++

2.4. Экспериментальное исследование

Для проведения механического эксперимента была разработана установка (рисунок 4). При помощи системы гибких нитей реализуется необходимое загружение образца. Процесс загружения происходит ступенчато с фиксированием на каждом шаге деформированной оси арки вплоть до наступления критического состояния. Впоследствии проводится обработка полученных результатов.



а – фотография б – принципиальная схема

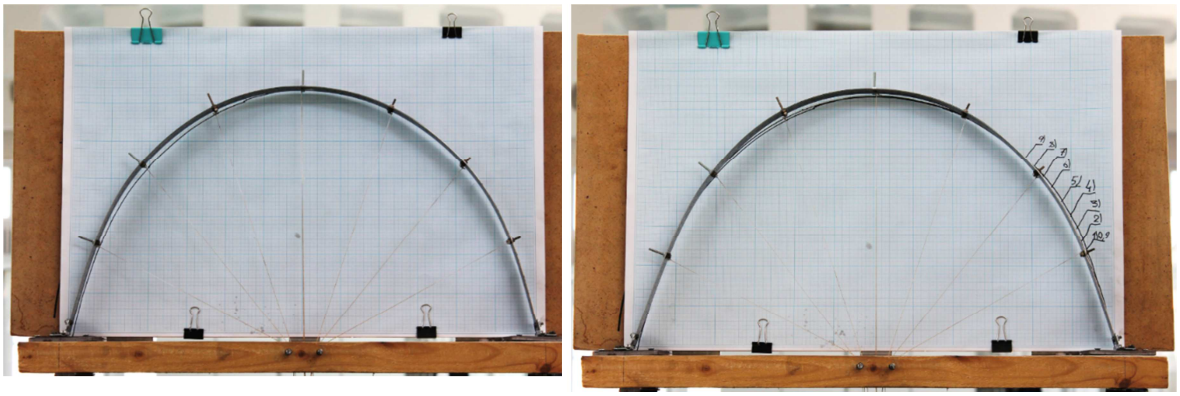
Рисунок 4. Экспериментальная установка

Дмитриев А.Н., Семенов А.А., Лалин В.В., Устойчивость равновесия упругих арок с учетом искривления оси, Строительство уникальных зданий и сооружений, 2018, №4(67). С. 19-31.

3. Результаты и обсуждение

Образец А-1

Характер нагружения: образец А-1 нагружен семью сосредоточенными силами, имитирующими гидростатическое давление. В процессе искривления образца силы остаются направлены к центру.



а – до нагружения б – после разгрузки

Рисунок 5. Образец А-1

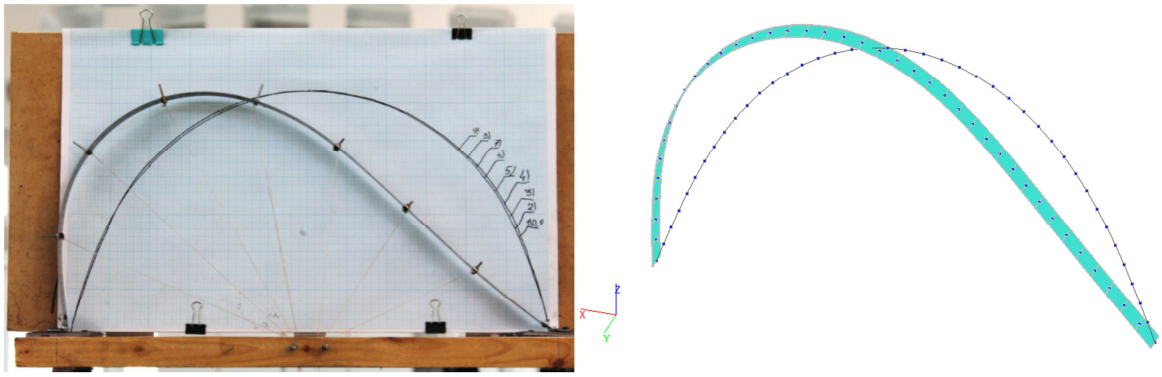


Рисунок 6. Сравнение формы потери устойчивости для образца А-1

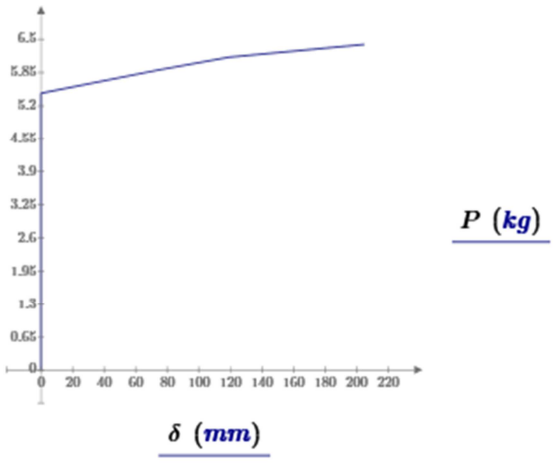


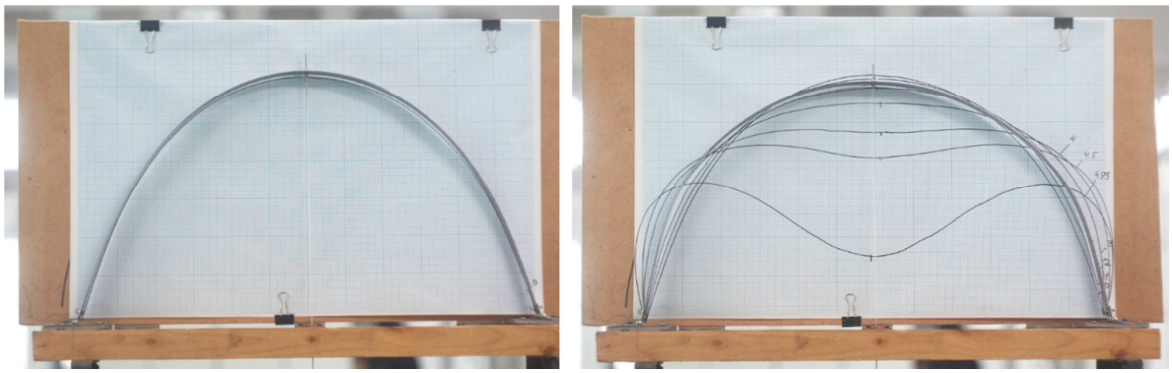
Рисунок 7. Диаграмма «P – δ» для образца А-1

При действии радиально направленных сил, имитирующих гидростатическое давление, арка находится в неотклоненном положении вплоть до наступления критического состояния (рисунок 7), которое характеризуется потерей устойчивости первого рода. В результате наблюдается качественный переход в сжато-изогнутое напряженное состояние, причем равновесные состояния в отклоненном состоянии также устойчивы. Поведение образца в закритической области характеризуется большими перемещениями и деформациями. Арка, как видно из рисунка 5, б, работает в упругой стадии.

Dmitriev A.N., Semenov A.A., Lalin V.V., Stability of the equilibrium of elastic arches with a deformed axis, Construction of Unique Buildings and Structures. 2018. No. 4 (67). Pp. 19-31. (rus)

Образец А-2

Характер нагружени: образец А-2 нагружен сосредоточенной вертикальной силой; в процессе искривления образца вектор силы остается направлен к центру.



а – до нагружения б – после разгрузки

Рисунок 8. Образец А-2

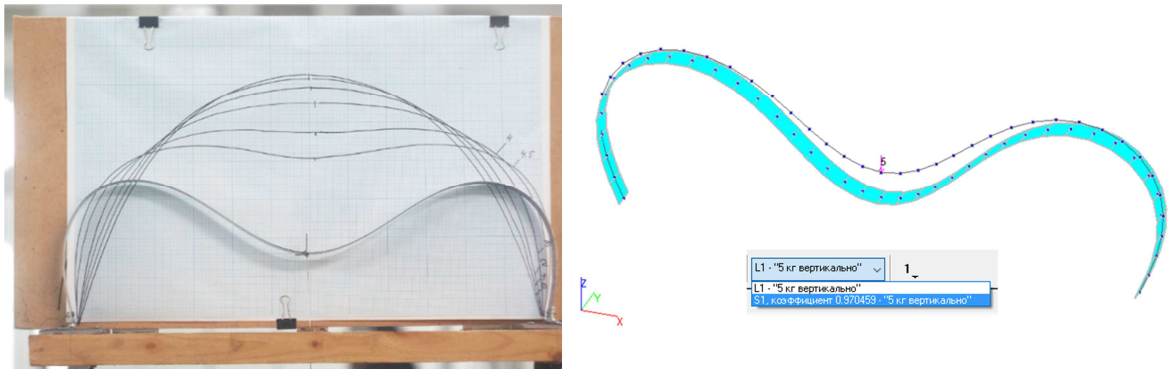


Рисунок 9. Сравнение формы потери устойчивости для образца А-2

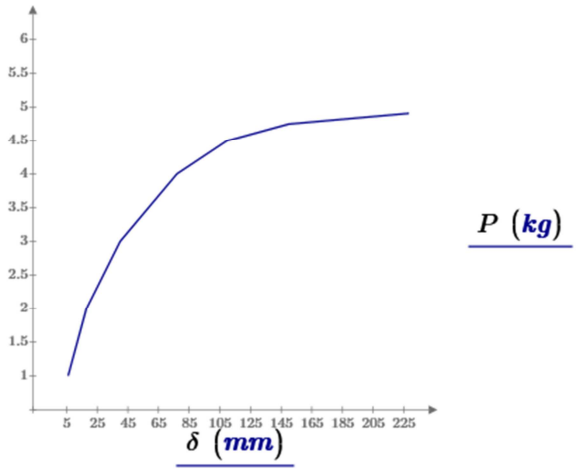


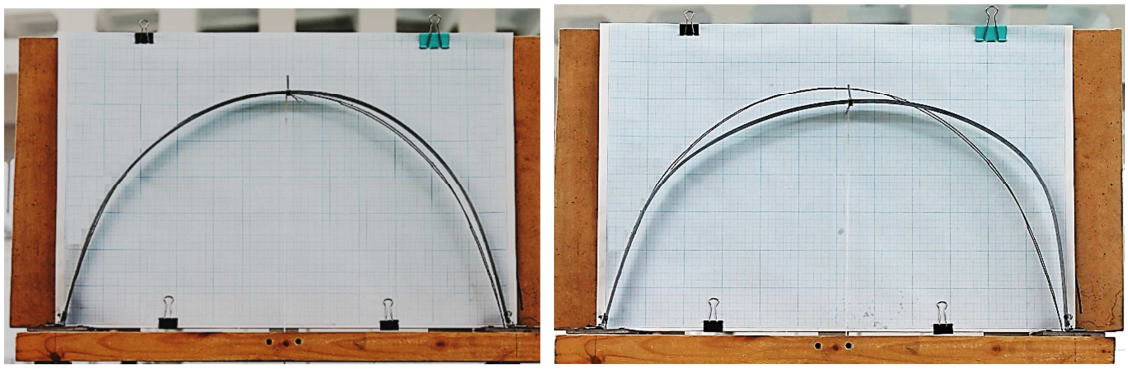
Рисунок 10. Диаграмма «P – δ» для образца А-2

При действии вертикальной сосредоточенной силы, вектор которой постоянно направлен в первоначальный центр кривизны дуги, арка работает как сжато-изогнутая, начиная с первых шагов загружения. Появления новых форм равновесия, качественно отличных от первоначальной, не наблюдается. Исчерпание несущей способности арки происходит в форме потери устойчивости второго рода, характеризующейся нулевой отпорностью системы. Как видно из диаграммы (рисунок 10), при достижении точки предельного сопротивления соблюдается условие нулевой отпорности $dP/d\delta = 0$. Процесс потери устойчивости характеризуется большими перемещениями и сопровождается упругими деформациями. Некоторое уменьшение стрелы подъема после разгрузки, наблюдаемое на рисунке 8, б, обусловлено чрезвычайным искривлением оси арки в закритической стадии и, как следствие, появлением локальных зон неупругого деформирования.

Дмитриев А.Н., Семенов А.А., Лалин В.В., Устойчивость равновесия упругих арок с учетом искривления оси, Строительство уникальных зданий и сооружений, 2018, №4(67). С. 19-31.

Образец А-3

Характер нагружения: образец А-3 нагружен сосредоточенной вертикальной силой; в процессе искривления образца вектор силы остается направлен вертикально (случай «мертвой» нагрузки).



а – до нагружения б – после разгрузки

Рисунок 11. Образец А-3

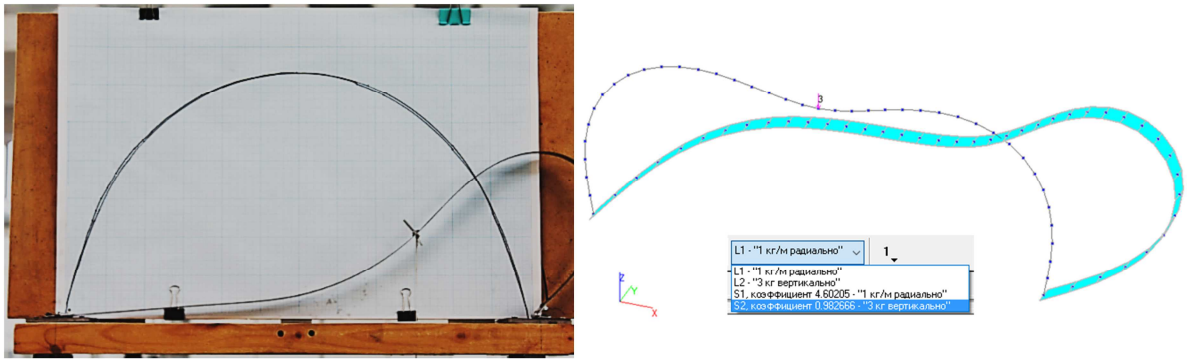


Рисунок 12. Сравнение формы потери устойчивости для образца А-3

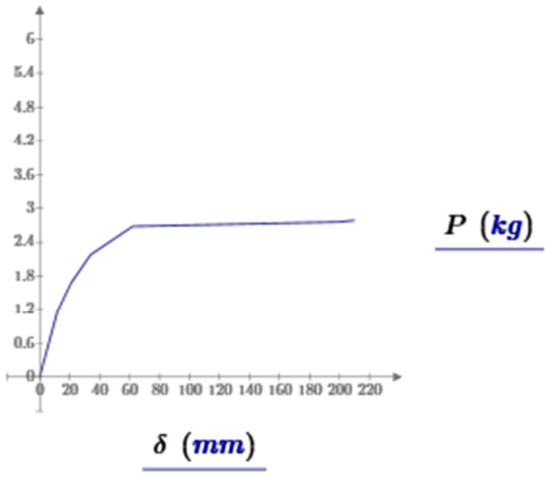


Рисунок 13. Диаграмма «P – δ» для образца А-3

При действии вертикальной «мертвой» силы арка работает как сжато-изогнутая, начиная с первых шагов загружения. Появления новых форм равновесия, качественно отличных от первоначальной, не наблюдается. Исчерпание несущей способности арки происходит в форме потери устойчивости второго рода, характеризующейся нулевой отпорностью системы. Как видно из диаграммы (рисунок 13), при достижении точки предельного сопротивления соблюдается условие нулевой отпорности $dP/d\delta = 0$. Процесс потери устойчивости характеризуется значительными перемещениями, которые сопровождаются упругими деформациями. В процессе закритического деформирования наблюдается появление необратимых пластических деформаций, продемонстрированных на рисунке 11, б.

Результаты проведенной работы сведены в таблицу 2.

Таблица 2. Сравнение значений критических нагрузок

Образец	Аналитическое решение P_{eng}	Численное моделирование в SCAD P_{SCAD} $(\Delta_1, \%)$		Экспериментальные данные P_{exp} $(\Delta_2, \%)$
		недеф. схема	деф. схема	
А-1	61,464	66,973 (9,0)	66,973 (9,0)	60,371 (1,8)
А-2	47,367	84,598 (78,6)	47,579 (4,7)	48,363 (2,1)
А-3	28,194	34,375 (21,9)	28,841 (2,3)	27,350 (3,0)

Указанные в таблице 2 погрешности вычисляются по формулам (4-5):

$$\Delta_1 = \frac{\left|P_{eng} - P_{SCAD}\right|}{P_{eng}} \cdot 100\%; \tag{4}$$

$$\Delta_2 = \frac{\left|P_{eng} - P_{exp}\right|}{P_{eng}} \cdot 100\%. \tag{5}$$

4. Заключение

1. Выполнен комплексный анализ устойчивости равновесия двухшарнирных арок, работающих в зоне упругого деформирования, от действия различных видов нагружения. Рассмотрены задачи устойчивости как преимущественно сжатых (устойчивость равновесия первого рода), так и сжато-изогнутых арок (устойчивость второго рода).

2. Сравнение экспериментальных, численных и теоретических результатов показало их удовлетворительную сходимость (расхождение результатов не превышает 9%).

3. Оценка устойчивости сжато-изогнутых арок на основе исходной (недеформированной) схемы дает сильно завышенные значения критических сил и отличающиеся от действительных формы потери устойчивости. Этот факт необходимо учитывать при моделировании конструкций и элементов, у которых перемещения и деформации имеют тот же порядок или, как минимум, соизмеримы с габаритными размерами самой конструкции.

Литература

[1]. Тимошенко С. П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. М.: Наука, 1971. 807 с.

[2]. Тимошенко С. П. Устойчивость упругих систем. М.: Гостехиздат, 1946. 567 с.

[3]. Динник А. Н. Устойчивость упругих систем. М.: ОНТИ НКТП СССР, 1939. 187 с.

[4]. Лурье А. И. Теория упругости. М.: Наука, Физматгиз, 1970. 940 с.

[5]. Николаи Е. Л. Труды по механике. М.: Гостехтеориздат, 1955. 582 с.

[6]. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 985 с.

[7]. Корноухов Н. В. Исследование устойчивости пространственного каркаса по типу высотной части Дворца Советов. М.: АН УССР, 1938. 241 с.

[8]. Корноухов Н. В. Прочность и устойчивость стержневых систем. М.: Госстройиздат, 1949. 376 с.

[9]. Власов В. З. Избранные труды. Том 2. Тонкостенные упругие стержни. М.: АН СССР, 1963. 356 с.

[10]. Алфутов Н. А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. М.: Машиностроение, 1991. 334 с.

[11]. Алфутов Н. А., Колесников К. С. Устойчивость движения и равновесия: учеб. для вузов. М.: Изд-во МГТУ, 2003. 253 с.

[12]. Болотин В. В. О вариационных принципах теории упругой устойчивости. // Проблемы механики твердого

References

[1]. Timoshenko S. P. Ustoychivost sterzhney, plastin i obolochek [Stability of rods, plates and shells]. Moscow: Nauka, 1971. 807 p. (rus)

[2]. Timoshenko S. P. Ustoychivost uprugikh system [Stability of elastic systems]. Moscow: Gostekhizdat, 1946. 567 p. (rus)

[3]. Dinnik A. N. Ustoychivost uprugikh system [Stability of elastic systems]. Moscow: ONTI NKTP SSSR, 1939. 187 p. (rus)

[4]. Lurye A. I. Teoriya uprugosti [Theory of elasticity]. Moscow: Nauka, Fizmatgiz, 1970. 940 p. (rus)

[5]. Nikolai Ye. L. Trudy po mekhanike [Works on mechanics]. Moscow: Gostekhteorizdat, 1955. 582 p. (rus)

[6]. Volmir A. S. Ustoychivost deformiruyemykh system [Stability of deformable systems]. Moscow: Nauka, 1967. 985 p. (rus)

[7]. Kornoukhov N. V. Issledovaniye ustoychivosti prostranstvennogo karkasa po tipu vysotnoy chasti Dvortsa Sovetov [Investigation of the stability of the spatial framework as a high-rise part of the Palace of Soviets of the USSR]. Moscow: AN USSR, 1938. 241 p. (rus)

[8]. Kornoukhov N. V. Prochnost i ustoychivost sterzhnevykh system [Strength and stability of rod systems]. Moscow: Gosstroyizdat, 1949. 376 p. (rus)

[9]. Vlasov V. Z. Izbrannyye trudy. Tom 2. Tonkostennyye uprugiye sterzhni [Selected works. Volume 2. Thin-walled elastic rods]. Moscow: AN SSSR, 1963. 356 p. (rus)

[10]. Alfutov H. A. Osnovy rascheta na ustoychivost uprugikh system [Bases for the stability of elastic systems]. Moscow:

деформируемого тела. Л.: Судостроение, 1970. С. 83-88.

[13]. Болотин В. В. Динамическая устойчивость упругих систем. М.: Гостехиздат, 1956. 600 с.

[14]. Болотин В. В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. М.: Физматгиз, 1961. 339 с.

[15]. Болотин В. В. О понятии устойчивости в строительной механике. // Проблемы устойчивости в строительной механике: труды Всесоюз. конференции по проблемам устойчивости в строительной механике. М.: Стройиздат, 1965. С. 6-27.

[16]. Пановко Я. Т., Губанова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем. Современные концепции, парадоксы и ошибки. М.: Наука, 1987. 352 с.

[17]. Смирнов А. Ф. О выборе алгоритма решения системы перекрестных балок с большим числом неизвестных // Строительная механика. 1962. № 155. С. 167-170.

[18]. Смирнов А. Ф. Устойчивость и колебания сооружений. М.: Трансжелдориздат, 1958. 571 с.

[19]. Смирнов А. Ф. Статическая и динамическая устойчивость сооружения. М.: Стройиздат, 1947. 340 с.

[20]. Циглер Г. Основы теории устойчивости конструкций. М.: Мир, 1971. 192с.

[21]. Ржаницин А. Р. Устойчивость равновесия упругих систем. М.: Гостеортехиздат, 1955. 475с.

[22]. Феодосьев В. И. Десять лекций-бесед по сопротивлению материалов. М.: Наука, 1975. 174с.

[23]. Броуде Б. М. Потеря устойчивости как предельное состояние // Строительная механика и расчет сооружений. 1970. № 6. С. 4-7.

[24]. Папкович П. Ф. Труды по строительной механике корабля. Т.4. Устойчивость стержней, перекрытой и пластин. Л.: Судостроение, 1963. 552 с.

[25]. Динник А. Н. Устойчивость арок. М.: Гостехтеориздат, 1946. 128 с.

[26]. Колоколов С. Б. Методика подбора сечения стальной арки при помощи деформационного расчета // Вестник Оренбургского государственного университета. 2015. № 5 (180). С. 151-154.

[27]. Колоколов С. Б. Исследования устойчивости стальной параболической арки деформационным методом // Строительная наука – 2014: теория, образование, практика, инновации: сборник трудов международ. научно-техн. конф. Архангельск: Изд-во ООО «Типография ТОЧКА», 2014. С. 213–217.

[28]. Колоколов С. Б. Исследование процесса деформирования арочной конструкции как способ оценки ее устойчивости // Вестник Оренбургского государственного университета. 2010. №2 (108) С.150–153.

[29]. Колоколов С. Б. Деформирование и устойчивость стальных арок // Эффективность строительных конструкций: теория и практика: сборник статей X Международной научно-практической конференции. Пенза: Приволжский Дом знаний, 2010. С. 92–95

[30]. Колоколов С. Б. Деформационный расчет и устойчивость стальных арок // Инновационные строительные технологии, теория и практика: материалы научно-техн. конф. Оренбург: Изд-во ОГУ, 2013. С. 82-86.

[31]. Грудев И. Д. Устойчивость стержневых элементов в составе стальных конструкций. М.: МИК, 2005. 319 с.

[32]. Грудев И. Д., Симон Н. Ю., Дворников В. А. Форма оси, конструкция и расчет устойчивости арок // Промышленное и гражданское строительство. 2008. №5. С. 22–24.

[33]. Улитин В. В. Физически нелинейный анализ устойчивости конструкций. СПб.: ГИОРД, 2007. 96 с.

[34]. Улитин В. В., Егоров В. В., Серов Е. В. Анализ устойчивости при сложном напряженном состоянии и физической нелинейности // Вестник гражданских инженеров. 2016. №6 (59). С. 121-122.

[35]. Мануйлов Г. А., Косицын С. Б., Бегичев М. М. Исследование устойчивости круговых двухшарнирных арок с учетом влияния начальных несовершенств // Строительная механика и расчет сооружений. 2009. №1.

Mashinostroyeniye, 1991. 334 p. (rus)

[11]. Alfutov H. A., Kolesnikov K. S. Ustoychivost dvizheniya i ravnovesiya [Stability of motion and equilibrium]. Moscow: Izdatelstvo MGTU, 2003. 253 p. (rus)

[12]. Bolotin V. V. O variatsionnykh printsipakh teorii uprugoy ustoychivosti [On the variational principles of the theory of elastic stability]. Problemy mekhaniki tverdogo deformiruyemogo tela. Saint Petersburg: Sudostroyeniye, 1970. Pp. 83-88. (rus)

[13]. Bolotin V. V. Dinamicheskaya ustoychivost uprugikh system [Dynamic stability of elastic systems]. Moscow: Gostekhizdat, 1956. 600 p. (rus)

[14]. Bolotin V. V. Nekonservativnyye zadachi teorii uprugoy ustoychivosti [Nonconservative problems of the theory of elastic stability]. Moscow: Fizmatgiz, 1961. 339 p. (rus)

[15]. Bolotin V. V. O ponyatii ustoychivosti v stroitelnoy mekhanike [On the concept of stability in structural mechanics]. Problemy ustoychivosti v stroitelnoy mekhanike: trudy Vsesoyuz. konferentsii po problemam ustoychivosti v stroitelnoy mekhanike. Moscow: Stroyizdat, 1965. Pp. 6-27. (rus)

[16]. Panovko Ya. T., Gubanova I. I. Ustoychivost i kolebaniya uprugikh sistem. Sovremennyye kontseptsii, paradoksy i oshibki [Stability and oscillations of elastic systems. Modern concepts, paradoxes and mistakes]. Moscow: Nauka, 1987. 352 p. (rus)

[17]. Smirnov A. F. O vybore algoritma resheniya sistemy perekrestnykh balok s bolshim chislom neizvestnykh [On the choice of an algorithm for solving a cross-beam system with a large number of unknowns]. Stroitelnaya mekhanika. 1962. No. 155. Pp. 167-170. (rus)

[18]. Smirnov A. F. Ustoychivost i kolebaniya sooruzheniy [Stability and oscillation of structures]. Moscow: Transzheldorizdat, 1958. 571 p. (rus)

[19]. Smirnov A. F. Staticheskaya i dinamicheskaya ustoychivost sooruzheniya [Static and dynamic stability of structures]. Moscow: Stroyizdat, 1947. 340 p. (rus)

[20]. Tsigler G. Osnovy teorii ustoychivosti konstruktsiy [Fundamentals of structural stability theory]. Moscow: Mir, 1971. 192 p. (rus)

[21]. Rzhanitsin A. R. Ustoychivost ravnovesiya uprugikh system [Stability of the equilibrium of elastic systems]. Moscow: Gosteortekhizdat, 1955. 475 p. (rus)

[22]. Feodosyev V. I. Desyat lektsiy-besed po soprotivleniyu materialov [Ten lectures on strength of materials]. Moscow: Nauka, 1975. 174 p. (rus)

[23]. Broude B. M. Poterya ustoychivosti kak predelnoye sostoyaniye [Loss of stability as a limit state]. Stroitelnaya mekhanika i raschet sooruzheniy. 1970. No. 6. Pp. 4-7. (rus)

[24]. Papkovich P. F. Trudy po stroitelnoy mekhanike korablya. T.4. Ustoychivost sterzhney, perekrytiy i plastin [Works on the construction mechanics of the ship. Volume 4. Stability of rods, slabs and plates]. Saint Petersburg: Sudostroyeniye, 1963. 552 p. (rus)

[25]. Dinnik A. N. Ustoychivost arok [Stability of arches]. Moscow: Gostekhteorizdat, 1946. 128 p. (rus)

[26]. Kolokolov S. B. Metodika podbora secheniya stalnoy arki pri pomoshchi deformatsionnogo rascheta [Method for selecting the section of a steel arch using deformation calculation]. Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo universiteta. 2015. No. 5(180). Pp. 151-154. (rus)

[27]. Kolokolov S. B. Issledovaniya ustoychivosti stalnoy parabolicheskoy arki deformatsionnym metodom [Investigations of the stability of a steel parabolic arch using the deformation method]. Stroitelnaya nauka – 2014: teoriya, obrazovaniye, praktika, innovatsii: sbornik trudov mezhdunarod. nauchno-tekhn. konf. Arkhangelsk: Izdatelstvo OOO «Tipografiya TOChKA», 2014. Pp. 213-217. (rus)

[28]. Kolokolov S. B. Issledovaniye protsessa deformirovaniya arochnoy konstruktsii kak sposob otsenki yeye ustoychivosti [Investigation of the process of deformation of an arch structure as a way of assessing its stability]. Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo universiteta. 2010. No. 2(108) Pp. 150-153. (rus)

[29]. Kolokolov S. B. Deformirovaniye i ustoychivost stalnykh arok [Deformation and stability of steel arches]. Effektivnost stroitelnykh konstruktsiy: teoriya i praktika: sbornik statey X Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. Penza: Privolzhskiy Dom znaniy, 2010. Pp. 92–95. (rus)

С.17-23.

[36]. Мануйлов Г. А., Косицын С. Б., Бегичев М. М. Численное исследование пространственной устойчивости упругих круговых защемленных арок // INTERNATIONAL JOURNAL FOR COMPUTATIONAL CIVIL AND STRUCTURAL ENGINEERING. 2013. №1. С.78-84.

[37]. Мануйлов Г. А., Косицын С. Б., Бегичев М. М. Экспериментальное и численное исследования устойчивости равновесия преднапряженных двухшарнирных арок с учетом начальных несовершенств // Инженерные системы 2012: Труды V международной научно-практической конференции. М.: Издательство РУДН, 2012. С. 124-130.

[38]. Юнусов А. С. Арочные конструкции, востребованные времени, в строительной науке и технике // Инженерный вестник Дона. 2016. №1 (40). С. 44.

[39]. Камалов А. З., Хамидуллина А. А. К вопросу исследования напряженно-деформированного состояния и устойчивости арочных сооружений //Известия КГАСУ.2012.№4.С.130-138

[40]. Yongjun Xu, Xiaoming Gui, Bin Zhao, Ruiqi Zhou. In-plane elastic stability of arches under a radial concentrated load. Engineering. 2014. No. 6. Pp. 572–583.

[41]. Qinghua Han, Yuhao Cheng, Yan Lu, Tao Li, Peng Lu. Nonlinear buckling analysis of shallow arches with elastic horizontal supports.Thin walled Structures.2016.No.109.Pp. 88

[42]. Wen-Liang Qiu, Chin-Sheng Kao, Chang-Huan Kou, Jeng-Lin Tsai, Guang Yang. Stability analysis of special-shape arch bridge. Tamkang Journal of Science and Engineering. 2010. No. 4. Pp. 365–373.

[43]. Yue Geng, Gianluca Ranzi, Yu-Tao Wang, Yu-Yin Wang. Out-of-plane creep buckling analysis on slender concrete-filled steel tubular arches. Journal of Constructional Steel Research. 2018. No. 140. Pp. 174–190.

[44]. Ricardo A.M. Silveira, Christianne L. Nogueira, Paulo B. Gonçalves. A numerical approach for equilibrium and stability analysis of slender arches and rings under contact constraints. International Journal of Solids and Structures. 2013. No. 50. Pp. 147–159.

[45]. Yong-Lin Pi, M. A. Bradford. Non-linear buckling and postbuckling analysis of arches with unequal rotational end restraints under a central concentrated load. International Journal of Solids and Structures. 2012. No.49. Pp. 3762–3773.

[46]. Chen Jen-San, Shao-Yu Hung. Exact snapping loads of a buckled beam under a midpoint force. Applied Mathematical Modelling. 2012. No. 36. Pp. 1776–1782.

[47]. Adel Abdelgawad, Ahmed Anwar, Mohamed Nassar. Snap-through buckling of a shallow arch resting on a two-parameter elastic foundation. Applied Mathematical Modelling. 2013. No. 37. Pp. 7953–7963.

[48]. Ai-Rong Liu, Yong-Hui Huang, Qi-Cai Yu, Rui Rao. An analytical solution for lateral buckling critical load calculation of leaning-type arch bridge. Mathematical Problems in Engineering. 2014. No. 2015. 14 p.

[49]. Dimopoulos C. A, Gantes C. J. Nonlinear in-plane behavior of circular steel arches with hollow circular cross-section. Journal of Constructional Steel Research. 2008. No. 64.Pp.1436-1445.

[50]. Снитко Н.К. Устойчивость сжатых и сжато-изогнутых стержневых систем. М.: Госстройиздат, 1956. 207 с.

[51]. Снитко Н. К. Устойчивость стержневых систем в упругопластической области. Л.: Стройиздат, 1968. 249 с.

[52]. Себешев В. Г., Чаплинский И. А., Мищенко А. В. Предельное равновесие арок: учебное пособие. Новосибирск: НИСИ, 1990. 92 с.

[53]. Мельников Б. Е., Семенов А. С. Многомодельный анализ упругопластического деформирования материалов и элементов конструкций // НТВ СПбПУ. Естественные и инженерные науки. 2007. № 49. С. 86–97.

[54]. Ткаченкова В. П., Киметова Н. Р., Лалин В. В. Решение геометрически нелинейной задачи о деформации упругого консольного стержня при внецентренном сжатии // Синергия Наук. 2017. № 11. С. 878-904

[55]. Лалин В. В., Лалина И. И., Кузнецова Д. А. Доказательство ошибочности классических результатов в теории

[30]. Kolokolov S. B. Deformatsionnyy raschet i ustoychivost stalnykh arok [Deformation and stability of steel arches]. Innovatsionnyye stroitelnyye tekhnologii, teoriya i praktika: materialy nauchno-tekhn. konf. Orenburg: Izdatelstvo OGU, 2013. Pp. 82-86. (rus)

[31]. Grudev I. D. Ustoychivost sterzhnevykh elementov v sostave stalnykh konstruktsiy [Stability of core elements in steel structures]. Moscow: MIK, 2005. 319 p. (rus)

[32]. Grudev I. D., Simon N. Yu., Dvornikov V. A. Forma osi, konstruktsiya i raschet ustoychivosti arok [Shape of the axis, design and calculation of the stability of the arches]. Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitelstvo. 2008. No. 5. Pp. 22–24. (rus)

[33]. Ulitin V. V. Fizicheski nelineynyy analiz ustoychivosti konstruktsiy [Physically nonlinear analysis of structural stability]. Saint Petersburg: GIORD, 2007. 96 p. (rus)

[34]. Ulitin V. V., Yegorov V. V., Serov Ye. V. Analiz ustoychivosti pri slozhnom napryazhennom sostoyanii i fizicheskoy nelineynosti [Stability analysis for a complex stress state and physical nonlinearity]. Vestnik grazhdanskikh inzhenerov. 2016. No. 6(59). Pp. 121-122. (rus)

[35]. Manuylov G. A., Kositsyn S. B., Begichev M. M. Issledovaniye ustoychivosti krugovykh dvukhsharnirnykh arok s uchetom vliyaniya nachalnykh nesovershenstv [Investigation of the stability of circular two-hinged arches taking into account the influence of initial imperfections]. Stroitelnaya mekhanika i raschet sooruzheniy. 2009. No. 1. Pp. 17-23. (rus)

[36]. Manuylov G. A., Kositsyn S. B., Begichev M. M. Chislennoye issledovaniye prostranstvennoy ustoychivosti uprugikh krugovykh zashchemlennykh arok [Numerical study of the spatial stability of elastic circular pinched arches]. INTERNATIONAL JOURNAL FOR COMPUTATIONAL CIVIL AND STRUCTURAL ENGINEERING. 2013. No. 1. Pp.78-84. (rus)

[37]. Manuylov G. A., Kositsyn S. B., Begichev M. M. Eksperimentalnoye i chislennoye issledovaniya ustoychivosti ravnovesiya prednapryazhennykh dvukhsharnirnykh arok s uchetom nachalnykh nesovershenstv [Experimental and numerical studies of the stability of the equilibrium of prestressed two-hinged arches with allowance for initial imperfections]. Inzhenernyye sistemy 2012: Trudy V mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. Moscow: Izdatelstvo RUDN, 2012. Pp. 124-130. (rus)

[38]. Yunusov A. S. Arochnyye konstruktsii, vostrebovannyye vremeni, v stroitelnoy nauke i tekhnike [Arched constructions, in demand of time, in building science and engineering]. Inzhenernyy vestnik Dona. 2016. No. 1(40). Pp. 44. (rus)

[39]. Kamalov A. Z., Khamidullina A. A. K voprosu issledovaniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i ustoychivosti arochnykh sooruzheniy [On the study of the stress-strain state and stability of arch structures]. .Izvestiya KGASU. 2012. No. 4. Pp. 130-138. (rus)

[40]. Yongjun Xu, Xiaoming Gui, Bin Zhao, Ruiqi Zhou. In-plane elastic stability of arches under a radial concentrated load. Engineering. 2014. No. 6. Pp. 572–583.

[41]. Qinghua Han, Yuhao Cheng, Yan Lu, Tao Li, Peng Lu. Nonlinear buckling analysis of shallow arches with elastic horizontal supports. Thin walled Structures. 2016. No. 109. Pp. 88–102.

[42]. Wen-Liang Qiu, Chin-Sheng Kao, Chang-Huan Kou, Jeng-Lin Tsai, Guang Yang. Stability analysis of special-shape arch bridge. Tamkang Journal of Science and Engineering. 2010. No. 4. Pp. 365–373.

[43]. Yue Geng, Gianluca Ranzi, Yu-Tao Wang, Yu-Yin Wang. Out-of-plane creep buckling analysis on slender concrete-filled steel tubular arches. Journal of Constructional Steel Research. 2018. No. 140. Pp. 174–190.

[44]. Ricardo A.M. Silveira, Christianne L. Nogueira, Paulo B. Gonçalves. A numerical approach for equilibrium and stability analysis of slender arches and rings under contact constraints. International Journal of Solids and Structures. 2013. No. 50. Pp. 147–159.

[45]. Yong-Lin Pi, M. A. Bradford. Non-linear buckling and postbuckling analysis of arches with unequal rotational end restraints under a central concentrated load. International Journal of Solids and Structures. 2012. No. 49. Pp. 3762–3773.

[46]. Chen Jen-San, Shao-Yu Hung. Exact snapping loads of a buckled beam under a midpoint force. Applied Mathematical Modelling. 2012. No. 36. Pp. 1776–1782.

устойчивости стержня Тимошенко // Материалы XI международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016). М.: Изд-во МАИ. 2016. С. 356-358.

[56]. Лалин В. В., Зданчук Е. В., Кушова Д. А., Розин Л. А. Вариационные постановки нелинейных задач с независимыми вращательными степенями свободы // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 4(56). С. 54-65.

[57]. Лалин В. В., Судинов В. В. Реализация метода конечных элементов в задачах устойчивости тонкостенных стержней для полусдвиговой теории В. И. Сливкера // Синергия Наук. 2017. № 11. С. 858-877.

[58]. Гарифулин М. Р., Ватин Н. И. Устойчивость тонкостенного холодногнутого профиля при изгибе – краткий обзор публикаций // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2014. № 6(21). С. 32-57.

[59]. Nazmeeva T. V., Vatin N. I. Numerical investigations of notched C-profile compressed members with initial imperfections. Magazine of Civil Engineering. 2016. No. 2(62). Pp 92-101.

[60]. Перельмутер А. В., Сливкер В. И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. М.: ДМК пресс, 2007. 597с.

[47]. Adel Abdelgawad, Ahmed Anwar, Mohamed Nassar. Snap-through buckling of a shallow arch resting on a two-parameter elastic foundation. Applied Mathematical Modelling. 2013. No. 37. Pp. 7953–7963.

[48]. Ai-Rong Liu, Yong-Hui Huang, Qi-Cai Yu, Rui Rao. An analytical solution for lateral buckling critical load calculation of leaning-type arch bridge. Mathematical Problems in Engineering. 2014. No. 2015. 14 p.

[49]. Dimopoulos C. A, Gantes C. J. Nonlinear in-plane behavior of circular steel arches with hollow circular cross-section. Journal of Constructional Steel Research. 2008. No. 64. Pp. 1436-1445.

[50]. Snitko N.K. Ustoychivost szhatykh i szhato-izognutykh sterzhnevykh system [Stability of compressed and compressed-bent rod systems]. Moscow: Gosstroyizdat, 1956. 207 p. (rus)

[51]. Snitko N. K. Ustoychivost sterzhnevykh sistem v uprugoplasticheskoy oblasti [Stability of rod systems in the elastoplastic region]. Saint Petersburg: Stroyizdat, 1968. 249 p. (rus)

[52]. Sebeshev V. G., Chaplinskiy I. A., Mishchenko A. V. Predelnoye ravnovesiye arok: uchebnoye posobiye [Limit equilibrium of arches]. Novosibirsk: NISI, 1990. 92 p. (rus)

[53]. Melnikov B. Ye., Semenov A. S. Mnogomodelnyy analiz uprugoplasticheskogo deformirovaniya materialov i elementov konstruktsiy [Multi-model analysis of elasto-plastic deformation of materials and structural elements]. NTV SPbPU. Yestestvennyye i inzhenernyye nauki. 2007. No. 49. Pp. 86–97. (rus)

[54]. Tkachenkova V. P., Kimetova N. R., Lalin V. V. Resheniye geometricheski nelineynoy zadachi o deformatsii uprugogo konsolnogo sterzhnya pri vnetsentrennom szhatii [Solution of the geometrically nonlinear problem of deformation of an elastic cantilever rod with eccentric compression]. Sinergiya Nauk. 2017. No. 11. Pp. 878-904. (rus)

[55]. Lalin V. V., Lalina I. I., Kuznetsova D. A. Dokazatelstvo oshibochnosti klassicheskikh rezultatov v teorii ustoychivosti sterzhnya Timoshenko [Proof of the error of classical results in the stability theory of Timoshenko's rod]. Materialy XI mezhdunarodnoy konferentsii po neravnovesnym protsessam v soplakh i struyakh (NPNJ'2016). Moscow: Izdatelstvo MAI. 2016. Pp. 356-358. (rus)

[56]. Lalin V. V., Zdanchuk Ye. V., Kushova D. A., Rozin L. A. Variational formulations for non-linear problems with independent rotational degrees of freedom. Magazine of Civil Engineering. 2015. No. 4(56). Pp. 54-65. (rus)

[57]. Lalin V. V., Sudinov V. V. Realizatsiya metoda konechnykh elementov v zadachakh ustoychivosti tonkostennykh sterzhney dlya polusdvigovoy teorii V. I. Slivkera [ealization of the Finite Element Method in the Problems of Stability of Thin-Walled Rods for Semi-Shift Theory VI Slivker]. Sinergiya Nauk. 2017. No. 11. Pp. 858-877. (rus)

[58]. Garifullin M.R., Vatin N.I. Buckling analysis of thin-walled cold-formed beams — short review. Construction of Unique Buildings and Structures. 2014. No. 6(21). Pp. 32-57. (rus)

[59]. Nazmeeva T. V., Vatin N. I. Numerical investigations of notched C-profile compressed members with initial imperfections. Magazine of Civil Engineering. 2016. No. 2(62). Pp 92-101.

[60]. Perelmuter A. B., Slivker V. I. Raschetnyye modeli sooruzheniy i vozmozhnost ikh analiza [Computational models of structures and the possibility of their analysis]. Moscow: DMK press, 2007. 597 p. rus)

Контактная информация

1.* +7(999)2490900, dmitriefan@outlook.com (Дмитриев Андрей Николаевич, студент)

2. +7(917)7765858, asfugntu@yandex.ru (Семенов Александр Александрович, к. т. н., доцент, профессор кафедры "Строительные конструкции")

3. +7(921)3199878, vllalin@yandex.ru (Лалин Владимир Владимирович, д. т. н., проф., заведующий кафедрой "Строительная механика и строительные конструкции")

Contact information

1.* +7(999)2490900, dmitriefan@outlook.com (Andrey Dmitriev, Student)

2. +7(917)7765858, asfugntu@yandex.ru (Alexander Semenov, Ph.D., Associate Professor)

3. +7(921)3199878, vllalin@yandex.ru (Vladimir Lalin, Ph.D., Professor)

© Дмитриев А.Н., Семенов А.А., Лалин В.В., 2018