Строительство уникальных зданий и сооружений. ISSN 2304-6295. 10 (85). 2019. 7-20

Construction of Unique Buildings and Structures

journal homepage: www.unistroy.spbstu.ru`

doi: 10.18720/CUBS.85.1

ЭМПИРИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ В РАСЧЕТАХ ЗЕМЛЯНОГО ПОЛОТНА ПО СДВИГУ

EMPIRICAL CONDITIONS OF PLASTICITY IN CALCULATIONS OF THE SUBGRADE BY SHIFT

А.С. Александров [1*], Г.В. Долгих[2], А.Л. Калинина [3]

[1-3] Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия

A. Aleksandrov [1*], G. Dolgikh [2], A. Kalinin [3]

[1-3] Siberian State Automobile And Highway Academy,Russian Federation

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Напряжение;
условие пластичности;
критерий Мора–Кулона;
расчет по сдвигу в грунте;
земляное полотно

KEYWORDS

stress;
plasticity condition;
Mohr-Coulomb criterion;
soil shear calculation;
subgrade

АННОТАЦИЯ

Учитывая тенденцию повышения сроков службы дорожных одежд, а так же необходимость проектирования конструкций под интенсивное движение тяже-лых и очень тяжелых транспортных средств, остро встает необходимость заме-ны условия пластичности Мора–Кулона другим критерием с более высокими касательными напряжениями. Кроме того, анализ современного нормативного расчета по сопротивлению сдвигу показал, что касательные напряжения от вре-менной нагрузки и от собственного веса слоев дорожной одежды, расположен-ных над рассматриваемым слоем, вычисляются для площадок, повернутых к главным осям под разными углами. В работе выполнен анализ условий пла-стичности Мора–Кулона, Друкера–Прагера, Матцуока–Накаи, Ладе–Дункана и эмпирического критерия Г.К. Арнольда. Показано, что для точек, принадлежа-щих оси симметрии нагрузки, в которых имеет место напряженное состояние, характеризуемое главными напряжениями s1>(s2=s3), результаты расчета каса-тельных напряжений по аналитическим критериям пластичности и условию Мо-ра–Кулона тождественны. Поэтому в качестве варианта замены условия Мора–Кулона рассмотрен эмпирический критерий Г.К. Арнольда. Установлено, что касательные напряжения, вычисляемые по этому критерию, имеют более высо-кие значения, чем напряжения, определяемые по общепринятому критерию пла-стичности. Разница между результатами расчета касательных напряжений воз-растает при увеличении угла внутреннего трения. Предложена новая расчетная схема, состоящая в том, что вначале вычисляется давление, передаваемое слоя-ми дорожной одежды на поверхность проверяемого по сопротивлению сдвигу грунта, а затем рассчитываются касательные напряжения в проверяемом земля-ном полотне. Показано, что, в этом случае, наиболее опасная точка, в которой возникает наибольшее касательное напряжение, расположена на некотором рас-стоянии от поверхности проверяемого полупространства. Установлена область применения эмпирического критерия.

ABSTRACT

Given the tendency to increase the service life of road pavement, as well as the need to design structures for heavy traffic of heavy and very heavy vehicles, it is nec-essary to replace the Mohr – Coulomb plasticity condition with another criterion with higher tangential stresses. In addition, an analysis of the modern normative cal-culation for shear resistance showed that the tangential stresses from the temporary load and from the own weight of the layers of pavement located above the layer un-der consideration are calculated for areas rotated to the main axes at different angles. The paper analyzes the plasticity conditions of Mohr – Coulomb, Drucker – Prager, Matsuoka – Nakai, Lade – Dun-can, and the empirical criterion G.K. Arnold. It is shown that for points belonging to the axis of symmetry of the load, in which there is a stress state which characterized by the main stresses 1>(2=3), the results of cal-culating the tangential stresses by the analytical plasticity criteria and the Mohr – Coulomb condition are identical. Therefore, G. K. Arnold empir-ical criterion is con-sidered as a variant of replacing the Mohr–Coulomb condition. It is established that the tangential stresses, calculated by this criterion, have higher values than the stresses determined by the generally accepted plasticity criterion. The difference be-tween the results of the calculation of tangential stresses increases with increasing angle of inter-nal friction. A new calculation scheme is proposed, consisting in the fact that the pressure transmitted by the layers of pavement to the surface of the soil checked by resistance to shear is calculated first, and then the tangential stresses in the tested subgrade are calculated. It is shown that, in this case, the most dangerous point at which the greatest tangential stress occurs is located at some distance from the surface of the tested half-space. The scope of the empirical criterion is established.

Содержание

1. Введение 8
2. Методы 12
3. Результаты и обсуждение 15
4. Заключение 17

1. Введение

Введение1 Проверка грунтов земляного полотна и песчаных дополнительных слоев оснований дорожной одежды по сопротивлению сдвигу является одним из основных критериев проектирования дорожной конструкции по условиям прочности. Такой расчет стал применяться в качестве нормативного критерия с 1972 г., войдя в перечень обязательных проверок дорожной конструкции по условиям прочности (см. ВСН 46-72). Общей гипотезой для всех вариантов этого расчета дорожной конструкции, применяемых в разное время, является использование условия пластичности Мора–Кулона [1, 2], согласно которому параметрами материала являются сцепление с и угол внутреннего трения φ.

Считается, что угол внутреннего трения гасит касательное напряжение τ, а сцепление является параметром прочности грунта на сдвиг. Таким образом, специалисты дорожной отрасли критерий Мора–Кулона приняли в форме, рекомендованной В.В. Соколовским, которая имеет вид:

$$\tau = \frac{1}{\cos\varphi} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \mathrm{tg}\varphi \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \le c\,, \tag{1}$$

где σ_1 и σ_3 – максимальное и минимальное главные напряжения, Па.

Условие пластичности Мора–Кулона применяется при расчете предельных нагрузок по теории предельного равновесия грунта [3–9], а так же касательных напряжений в грунте земляного полотна [10, 11]. В условие пластичности (1) специалистами дорожной отрасли введены различные коэффициенты, учитывающие: отклонение условий взаимодействия слоев на контакте от принятой расчетной схемы, влияние воздействия погодно-климатических факторов, повторности приложения транспортных нагрузок, возможной перегрузки автомобиля и др. факторов. В современном виде критерий проверки сопротивления сдвигу в грунте земляного полотна и песчаных дополнительных слоях оснований дорожной одежды дается в виде неравенства.

$$\mathrm{T_a} \le \frac{c_N \cdot k_д + 0{,}1 \cdot \gamma_{ср} \cdot z_{оп} \cdot \mathrm{tg}\varphi_1}{K_{пр}}\,, \tag{2}$$

где $T_а$ – активное напряжение сдвига, возникающее от воздействия транспортных нагрузок, МПа; c_N – значение сцепления после приложения N нагрузок; $k_д$ – коэффициент, учитывающий особенности работы конструкции на границе песчаного слоя с нижним слоем несущего основания; $\gamma_{ср}$ – средневзвешенный удельный вес конструктивных слоев, расположенных выше проверяемого слоя, кг/см^3; $z_{оп}$ – глубина расположения поверхности слоя, проверяемого на сдвигоустойчивость, от верха конструкции, см; φ_1 – величина угла внутреннего трения при статическом однократном действии нагрузки, ^{o}; $К_{пр}$ – коэффициент прочности при расчете по сдвигу.

Активное напряжение сдвигу определяет по формуле (1), но с заменой угла внутреннего трения φ на аналог φ_N, величина которого учитывает количество приложенных повторных нагрузок. В этом случае формула имеет вид:

$$\mathrm{T_a} = \frac{1}{\cos\varphi_N} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \mathrm{tg}\varphi_N \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\,, \tag{3}$$

Совместный анализ неравенства (2) и формулы (3) позволяет сделать важный вывод, для пояснения которого выражения (2) и (3) запишем в обобщенном виде, аналогичном условию (1).

$$\frac{K_{пр}}{k_д} \cdot \left[\frac{1}{\cos\varphi_N} \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \mathrm{tg}\varphi_N \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - 0{,}1 \cdot \gamma_{ср} \cdot z_{оп} \cdot \mathrm{tg}\varphi_1 \right] \le c_N\,. \tag{4}$$

Из анализа неравенства (4) следует, что в левой части этого условия производятся операции с касательными напряжениями, действующими на разных площадках, наклоненных к главным осям под различными углами. В подтверждении этого вывода приведем традиционные представления для нахождения угла скольжения.

Традиционная схема, иллюстрирующая отклонение площадок скольжения от главных площадок и линий действия главных напряжений, приведена на рис. 1, на котором угол $\alpha_{ск1}$ является углом отклонения площадок скольжения от главной площадки, расположенной нормально к направлению максимального главного напряжения σ_1.

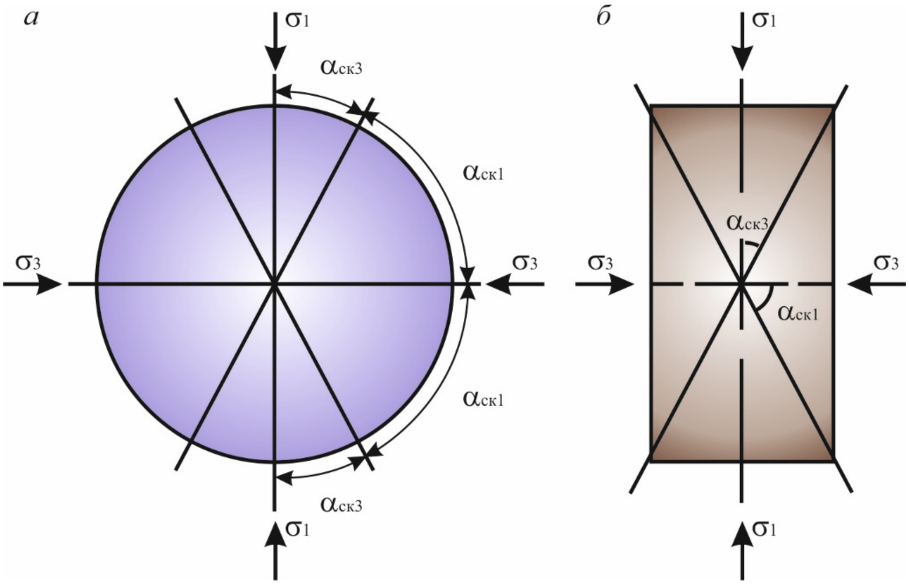

Рис. 1. Отклонения площадок скольжения (сдвига) от главных площадок:

а – на примере круга напряжений; *б* – на примере образца

Известны различные подходы к решению задачи о величине углов отклонения площадок скольжения от главных осей, основные зависимости таких решений приведены в таблице 1.

Таблица 1. Формулы для расчета углов наклона площадок сдвига к главным осям

Специалисты, применявшие формулу	Формула для определения углов наклона площадок сдвига к главным осям (площадкам)	
	$\alpha_{ск1}$	$\alpha_{ск3}$
A. Khasanov, Z. Khasanov [12], Tatsuoka et al. [13], Vardoulakis I. [14]	$\alpha_{ск1} = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$ или $\alpha_{ск1} = 45^0 + \frac{\varphi}{2}$	$\alpha_{ск3} = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$ или $\alpha_{ск3} = 45^0 - \frac{\varphi}{2}$
Roscoe K.H. [15]	$\alpha_{ск1} = \frac{\pi}{4} + \frac{\psi_д}{2}$ или $\alpha_{ск1} = 45^0 + \frac{\psi_д}{2}$	$\alpha_{ск3} = \frac{\pi}{4} - \frac{\psi_д}{2}$ или $\alpha_{ск3} = 45^0 - \frac{\psi_д}{2}$
Arthur J.R. et al. [16]	$\alpha_{ск1} = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{4} \cdot (\varphi + \psi_д) = \frac{\pi + \varphi + \psi_д}{4}$	$\alpha_{ск3} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} \cdot (\varphi + \psi_д) = \frac{\pi - \varphi - \psi_д}{4}$
Muhlhaus H.. et al. [17]	$\alpha_{ск1} = \frac{\pi}{4} + \frac{\nu}{2}, \ 0 \le \nu \le \varphi$	$\alpha_{ск3} = \frac{\pi}{4} - \frac{\nu}{2}, \ 0 \le \nu \le \varphi$

Где φ и $\psi_д$ – соответственно углы внутреннего трения и дилатансии; ν – угол наклона площадки сдвига к главным осям, величина которого не превышает значение угла внутреннего трения, но и не оказывается меньше нуля.

Из анализа формул, представленных в таблице 1, следует:

– Вычисление угла наклона площадки скольжения к главным осям через угол внутреннего трения приводит к тому, что при разных углах внутреннего трения углы наклона площадок к линиям действия напряжений σ_1 и σ_3 различны. Поэтому различные углы внутреннего трения характеризуют касательные напряжения на разных площадках.

Aleksandrov, A., Dolgikh, G., Kalinin, A. EMPIRICAL CONDITIONS OF PLASTICITY IN CALCULATIONS OF THE SUBGRADE BY SHIFT. Construction of Unique Buildings and Structures. 2019. 10(85). Pp. 7-20. DOI: 10.18720/CUBS.85.1

– Расчет угла наклона площадок сдвига к главным площадкам через угол дилатансии имеет свои особенности. Правила определения этого угла сформулированы в работах М.Д. Болтона [18], и применяются вплоть до настоящего времени [19–25]. Особенностью вычисления угла дилатансии является возможность его расчета через критическое значение угла внутреннего трения, а в модели Hardening Soil угол дилатансии песков средней плотности определяется углом внутреннего трения за вычетом 30 градусов [25]. Поэтому для одной и той же площадки сдвига величина угла дилатансии постоянная.

– При использовании формулы, рекомендованной Muhlhaus H. с соавт., угол наклона может варьироваться, принимая максимальное значение равное углу внутреннего трения. Но для одной и той, же площадки сдвига этот угол имеет только одно значение. То есть, возможно, только одно неравенство либо $0 \le \nu \le \varphi_1$, либо $0 \le \nu \le \varphi_N$.

Учитывая изложенные выводы, отметим, что в неравенствах (2) и (4) производятся операции с напряжениями от подвижной нагрузки и собственного веса, действующими вдоль разных площадок.

Рассматривая расчетную схему дорожной конструкции по сдвигу в грунте земляного полотна, отметим, что местоположение наиболее опасной точки принято по оси симметрии нагрузки на поверхности, рассчитываемого слоя или грунтового полупространства. Такое положение нормативных методов расчета тоже является спорным. Для демонстрации этого недостатка рассмотрим решения, позволяющие вычислять напряжения в полупространстве и слое конечной толщины.

Первым решением, позволяющим рассчитывать компоненты тензора напряжений в полупространстве, к поверхности которого приложена нагрузка, распределенная по круглой площадке, является решение C.R. Foster, R.G. Ahlvin, H.H. Ulery [26, 27]. Основные расчетные формулы этого решения приведены в табл. 2.

Таблица 2. Формулу для расчета напряжений табулированного решения Фостера–Ахлвина–Улера

Характеристика НС		Формула
Нормальные напряжения	вертикальное	$\sigma_z = p \cdot (A + B)$;
	горизонтальные	$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_r$; $\quad \sigma_r = p \cdot (2 \cdot \mu \cdot A + C + (1 - 2 \cdot \mu) \cdot F)$;
Касательное напряжение		$\tau_{zr} = \tau_{rz} = p \cdot G$
где *A*, *B*, *C*, *F* и *G* – табулированные функции, зависящие от относительной глубины расположения точки, в которой определяется напряжение, и относительного расстояния, на котором эта точка находится от оси симметрии нагрузки		
Главные напряжения в произвольной точке		$\sigma_1 = \frac{\sigma_z + \sigma_r}{2} + \frac{\sqrt{(\sigma_z - \sigma_r)^2 + 4 \cdot \tau_{zr}^2}}{2}$; $\sigma_2 = \mathrm{p} \cdot (2 \cdot \mu \cdot \mathrm{A} - \mathrm{D} + (1 - 2 \cdot \mu) \cdot \mathrm{E})$; $\sigma_3 = \frac{\sigma_z + \sigma_r}{2} - \frac{\sqrt{(\sigma_z - \sigma_r)^2 + 4 \cdot \tau_{zr}^2}}{2}$,

Где *E* и *D* – табулированные функции, зависящие от тех же параметров, что и функции *A*,*B*, *C*,*F* и *G*

Направление действия максимального главного напряжения задается вращением оси симметрии распределенной нагрузки. Следовательно, во всех точках, принадлежащих оси симметрии нагрузки направление главных осей и осей декартовой системы координат совпадают, а $\sigma_1=\sigma_z$, $\sigma_2=\sigma_y$ и $\sigma_3=\sigma_x$. Главные напряжения в точках по оси симметрии нагрузки определяются в зависимости от давления (*p*, Па), радиуса круглой площадки (*R*, м), расстояния от поверхности полупространства до точки, для которой производятся вычисления (*z*, м) и коэффициента Пуассона μ. Расчет выполняют по формулам [28, 29]

$$\sigma_1 = p \cdot \left\{ 1 - \left[1 + \left(\frac{R}{z} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} \right\}; \qquad \sigma_2 = \sigma_3 = p \cdot \left[\frac{1 + 2 \cdot \mu}{2} - \frac{1 + \mu}{\sqrt{1 + (R/z)^2}} + \frac{1}{2 \cdot \left(1 + (R/z)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right], \tag{5}$$

Зависимости (5) нашли широкое применение в работах специалистов дорожной отрасли [30–32]. Результаты расчета касательных напряжений по формуле (1) с вычислением главных напряжений по

Александров А.С., Долгих Г.В., Калинина А.Л. ЭМПИРИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ В РАСЧЕТАХ ЗЕМЛЯНОГО ПОЛОТНА ПО СДВИГУ // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2019. № 10(85). С. 7-20. DOI: 10.18720/CUBS.85.1

зависимостям (5) представлены на рис. 2 в виде эпюр, отражающих изменение касательного напряжения по глубине.

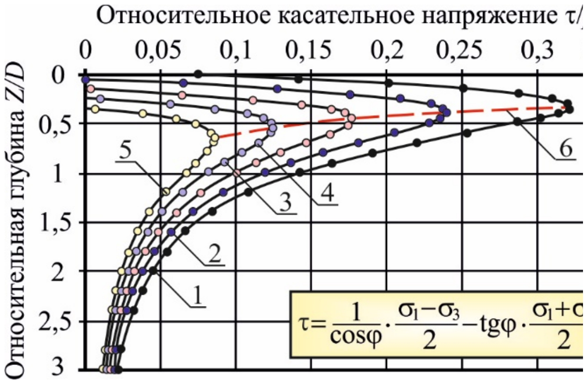

Рис 2. – Эпюра относительных касательных напряжений τ/p при μ=0,35: 1– максимальное касательное напряжение; 2–5 касательные напряжения по критерию Мора–Кулона при угле внутреннего трения 10°, 20°, 30° и 40°; 6 – линия местоположений наиболее опасной точки.

При расчете напряжений в дорожной кострукции, она приводится к двухслойной системе. В качестве верхнего слоя примаются слои, расположенные выше рассматриваемого слоя или грунтового полупространства. Толщина верхнего слоя h_1 определяется суммой толщин слоев h_i, из которых состоит этот верхний слой. Модуль упругости материала верхнего слоя E_1 определяется как усредненное по глубине значение модулей упругости материалов слоев E_i, объединенных в верхний слой. В этом случае применяют формулы:

$$h_1 = \sum_{i=1}^{n} h\,; \qquad E_1 = \sum_{i=1}^{n} E_i \cdot h_i \Bigg/ \sum_{i=1}^{n} h_i\,, \tag{6}$$

где i и n – порядковый номер слоя и общее количество слоев, объединяемых в верхний слой двухслойной системы.

Нижний слой считается подстилающим полупространством. В качестве модуля упругости материала нижнего слоя E_2 примается общий модуль упругости слоистой конструкции, подстилающей верхний слой двуслойной системы или модуль упругости грунта, если слой подстилается земляным полотном.

Модуль упругости верхнего слоя E_1 больше модуля упругости нижнего слоя E_2. Поэтому задачей расчета касательных напряжений является учет жесткости верхнего слоя. Для этого используют метод Н. Одемарка, который позволяет определить толщину слоя с одним модулем упругости эквивалентную толщине слоя с другим модулем упругости. Демонстрируя этот метод, примем, что искомая толщина подстилающего слоя h_2 приводится к толщине верхнего слоя покрытия h_1 с модулем упругости E_1. Тогда цилиндрические жесткости верхнего D_1 и нижнего слоев D_2 определяются по формулам:

$$D_1 = \frac{E_1 \cdot h_1^3}{12 \cdot \left(1-\mu_1^2\right)}, \qquad D_2 = \frac{E_2 \cdot h_2^3}{12 \cdot \left(1-\mu_2^2\right)}. \tag{7}$$

Задача сводится к тому, что необходимо определить значение h_2, при котором имеет место равенство $D_2=D_1$. Тогда приравняв зависимости (7) и выразив h_2, получим:

$$h_2 = h_1 \cdot \sqrt[3]{\frac{E_2 \cdot \left(1-\mu_1^2\right)}{E_1 \cdot \left(1-\mu_2^2\right)}}. \tag{8}$$

Специалисты дорожной отрасли считают, что отличие коэффициентов Пуассона материалов и грунтов незначительно, поэтому принимают, что в среднем μ=0,3. Это позволяет упростить зависимость (8). Подстановка зависимости (8) в формулу (5) вместо переменной z позволяют вычислять напряжения в точке, лежащей на границе раздела слоев двухслойной системы и принадлежащей оси симметрии нагрузки.

Таким образом, расчет касательного напряжения в точке, принадлежащей оси симметрии нагрузки и лежащей на поверхности нижнего слоя, в трактовке ОДН 218.046-01 и всех предшествующих нормативных документов выполняется, как расчет напряжений в самой нижней точке верхнего слоя. На первый взгляд такой расчет представляется вполне логичным. Тем не менее, анализируя эпюры рис. 2, можно прийти к диаметрально противоположному выводу. Рис. 2 справеллив для полупространства, но при отношении моделей $E_2/E_1=1$, этот рисунок справедлив для точек, принадлежащих оси симметрии нагрузки, верхнего слоя двухслойной ситемы, толщина которого равна $h_2=h_1=3\cdot D$. Из любой эпюры следует, что наиболее опасная точка для нижнего слоя будет иметь ординату $z=3\cdot D$. Однако расчетную схему можно изменить. В соответствии с новой схемой вначале определяется давление передаваемое верхним слоем двухслойной системы на нижний слой. Затем вычисляется диаметр и радиус площадки, по которой это давление распределено по нижнему слою. На завершающем этапе вычисляются напряжения в нижнем слое системы. В этом случае наиболее опасная точка принадлежит оси симметрии нагрузки, но расположена на некотором расстоянии от поверхности нижнего слоя. На эпюрах рис. 2 местоположение наиболее опасных точек показапно кривой 6, в этих точках касательное напряжение больше, чем напряжения на поверхности.

Особенностью условия Мора–Кулона является то, что сцепление и угол внутреннего трения определяются по данным трехосных испытаний при деформировании образца на величину 15 % (стандарты РФ) или 20 % (стандарты США и стран Евросоюза). Величина таких предельных деформаций соответствует началу текучести, вследствие чего при возникновении предельного состояния по критерию (2) в наиболее опасной точке грунт земляного полотна или дополнительного слоя основания дорожной одежды испытывает пластическое течение. Причем, если предлагаемая нами расчетная схема верна, то деформирование грунта будет происходить не в наиболее опасной точке, а в некоторой области. При расчете осадок земляного полотна такое деформирование грунта требует применения билинейных [33] или нелинейных зависимостей деформации от напряжений [34, 35]. Причем характер функции напливания остаточной деформации в процессе приложения повторных нагрузок может носить затухающий, установившийся или прогрессирующий характер, что подтверждается аналитическими и эмпирическими формулами [36–38]. В этом случае решение задачи, основанное на расчете касательных напряжений только из условия пластичности, не применимо. Дело в том, что такие решения классифицируются, как расчеты безопасных нагрузок по методам линейно деформируемой среды. Появление зоны пластического течение исключает возможность применения таких методов. В этом случае для расчета предельных нагрузок применяют теорию предельного равновесия грунта, реализация которой состоит в решении системы нелинейных дифференциальных уравнений. Такую сиистему составляют из уравнений равновесия В.В. Соколовского, а условием пластичности замыкают систему [6–8, 39].

Учитывая наш анализ, можно утверждать, что нормативный метод расчета по сопртивлению сдвигу нуждается в совершенствовании. При этом основными задачами являются:

1. Поиск и обоснование условия пластичности грунта, в котором касательные напряжения превышают наряжения сдвига в критерии Мора– Кулона.
2. Изменении расчетной схемы, и ее переориентация с расчета касательных напряжений в точке на границе раздела слоев в вычисление касательного напряжения в наиболее опасной точке нижнего слоя.

Актуальность нашей работы продиктована, как повышением достоверности расчета касательных напряжений, так и сложившейся тенденцией повышения сроков службы дорожных одежд, которое требует увеличения толщины слоев или применения материалов с более высоким модулем упругости.

2. Методы

Решение первой задачи начато с оценки возможности замены критерия Мора–Кулона аналитическим критерием прочности. Для этого рассматривали возможность применения критериев Друкера–Прагера, Матцуока–Накаи, Ладе–Дункана, оригинальной и модифицированной моделей Cam Clay. Эти критерии пластичности широко применяются в настоящее время [40–46]. В таблице 3 приведены уравнения предельного состояния анализируемых условий пластичности.

Таблица 3. Уравнения предельного состояния аналитических условий пластичности

Условие пластичности	Уравнение предельного состояния	Формулы для определения параметров условий пластичности
Критерий Друкера–Прагера	$\sqrt{J_2} - a \cdot I_1 = k$	$a = \dfrac{2 \cdot \sin\varphi}{\sqrt{3} \cdot (3 \pm \sin\varphi)}$; $k = \dfrac{6 \cdot c \cdot \cos\varphi}{\sqrt{3} \cdot (3 \pm \sin\varphi)}$,
Критерий Ладе–Дункана	$\dfrac{I_1^3}{I_3} = k_{L-D}$	$k_{L-D} = \dfrac{(3 - \sin\varphi)^3}{(1 - \sin\varphi) \cdot \cos^2\varphi}$

Александров А.С., Долгих Г.В., Калинина А.Л. ЭМПИРИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ В РАСЧЕТАХ ЗЕМЛЯНОГО ПОЛОТНА ПО СДВИГУ // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2019. № 10(85). С. 7-20. DOI: 10.18720/CUBS.85.1

Критерий Матцуока–Накаи $\frac{I_1 \cdot I_2}{I_3} = k_{M-N}$ $k_{M-N} = \frac{9-\sin^2\varphi}{1-\sin^2\varphi}$

где I_1, I_2 и I_3 – соответственно первый, второй и третий инвариант тензора напряжений, Па, Па^2 и Па^3 соответственно; a, k, k_{L-D} и k_{M-N} – параметры материала.

Обсуждая уравнения предельного состояния критериев пластичности, отметим, что в точках, принадлежащих оси симметрии нагрузки, эквивалентные напряжения по этим условиям пластичности тождественны касательным напряжениям критерия Мора–Кулона. В этом можно убедиться, анализируя рис.3, на котором приведены проекции предельных поверхностей на девиаторную плоскость.

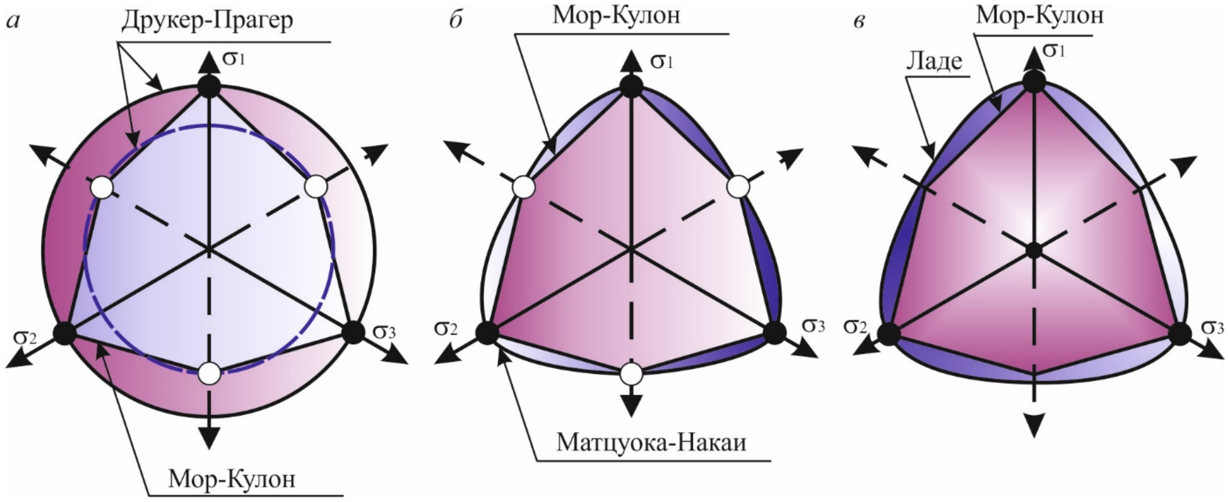

Рис. 3. – Предельные поверхности условий пластичности и их сравнение: *а* – поверхности Мора–Кулона и Друкера–Прагера; *б* – Мора–Кулона и Матцуока–Накаи; *в* – Мора–Кулона и Ладе.

На каждом из рис. 3 приведена проекция поперечного сечения пирамиды Мора на девиаторную плоскость. Эта проекция имеет форму шестигранника, у которого имеется шесть углов. Из этих шести углов три угла являются углами сжатия, а оставшиеся три угла являются углами растяжения. На рис. 3 кроме шестигранника Мора приведены проекции на девиаторную плоскость поперечного сечения конуса Друкера и предельных поверхностей Матцуока–Накаи и Ладе–Дункана. Предельные поверхности всех аналитических условий пластичности пересекают шестигранник Мора в вершинах углов сжатия и/или растяжения. Отсюда следует, что при решении осесимметричной задачи о начале пластичности материала при сжатии или растяжении касательные напряжения по аналитическим критериям и условию Мора–Кулона совпадают. Такой же результат получим, используя любое другое аналитическое условие пластичности, параметры материала которого определяются через сцепление и угол внутреннего трения. Поэтому замена критерия Мора–Кулона аналитическим условием пластичности эффекта в виде увеличения касательных напряжений в точках, принадлежащих оси симметрии нагрузки, не дает.

Отсюда возникает идея о возможности замены критерия Мора–Кулона эмпирическим условием, у которого касательные напряжения больше эквивалентного напряжения, определяемого формулами (1) и (3).

Для реализации нашей идеи рассмотрим результаты работ Р.Ф. Црайга [29] и Г.К. Арнольда [47]. Обе работы преследуют цель определения предельной величины минимального главного напряжения σ_3, при возникновении которого материал испытывает предельное состояние при заданной величине максимального главного напряжения σ_1 и параметрах грунта, характеризующих сопротивление сдвигу. Г.К. Арнольд [47] анализируя данные эксперимента, обнаружил, что в большинстве случаев разрушение образца или его деформирование до предельной величины происходит при минимальном главном напряжении σ_3, значение которого больше, предельной величины вычисляемой из традиционного критерия Мора–Кулона. Поэтому Г.К. Арнольд внес в фундаментальные формулы, рекомендованные Р.Ф. Црайгом, правки, увеличивающие величину напряжения σ_3 в зоне грунта, испытывающей активное ренкиновское состояние. Зависимости Р.Ф. Црайга [29] и Г.К. Арнольда [47] приведены в таблице 4.

Таблица 4. Формулы для вычисления предельной величины минимального главного напряжения, при котором грунт испытывает предельное состояние по общепринятому условию Мора–Кулона

Авторы подхода	Область массива грунта	Формула для определения предельной величины удерживающего минимального напряжения
Р.Ф. Црайг [29]	Зона активного ренкиновского состояния	$\sigma_3 = \sigma_1 \cdot K_{акт} - 2 \cdot c \cdot \sqrt{K_{акт}}$; $K_{акт} = \frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}$
	Зона пассивного ренкиновского состояния	$\sigma_3 = \sigma_1 \cdot K_{п} - 2 \cdot c \cdot \sqrt{K_{п}}$; $K_{п} = \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}$
	Зона упругого состояния	$\sigma_3 = \sigma_1 \cdot K_0$; $K_0 = 1 - \sin\varphi$
Г.К. Арнольд [47]	Зона активного ренкиновского состояния	$\sigma_3 = \sigma_1 \cdot K_{акт} - 2 \cdot c \cdot K_{акт}$; $K_{акт} = \frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}$
	Зона пассивного ренкиновского состояния	$\sigma_3 = \sigma_1 \cdot K_{п} - 2 \cdot c \cdot K_{п}$; $K_{п} = \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}$
	Зона упругого состояния	$\sigma_3 = \sigma_1 \cdot K_0$; $K_0 = 1 - \sin\varphi$

Анализируя значения предельного напряжения σ_3 в зоне активного ренкиновского состояния, вычисляемые по формулам табл. 4, отметим, что удерживающие напряжения по зависимостям Г.К. Арнольда превышают аналогичные напряжения по критерию Мора–Кулона. Поэтому согласно эмпирической зависимости Арнольда предельное состояние грунта возникает при более высоких, по сравнению с условием Мора–Кулона, минимальных главных напряжениях.

Решив зависимость Р.Ф. Црайга для зоны активного ренкиновского состояния относительно сцепления, получим уравнение предельного состояния общепринятого критерия Мора–Кулона, но в иной отличной от уравнений (1) и (10) форме записи. В этой форме уравнения предельного состояния и критерия устойчивости против сдвига имеют вид:

$$\tau = \frac{1}{2} \cdot \left(\sigma_1 \cdot \sqrt{\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}} - \sigma_3 \cdot \sqrt{\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}} \right) = c \text{ и } \tau = \frac{1}{2} \cdot \left(\sigma_1 \cdot \sqrt{\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}} - \sigma_3 \cdot \sqrt{\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}} \right) \le c. \quad (9)$$

Выполнив аналогичное преобразование в формуле Г.К. Арнольда, рекомендованной для вычисления σ_3 в зоне активного ренкиновского состояния, получим:

$$\tau = \frac{1}{2} \cdot \left(\sigma_1 - \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \cdot \sigma_3 \right) = c \text{ и } \tau = \frac{1}{2} \cdot \left(\sigma_1 - \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \cdot \sigma_3 \right) \le c. \quad (10)$$

Сравнивая касательные напряжения, определяемые левыми частями формул (9) и (10) несложно убедиться, что эмпирический критерий (10) дает более высокие значения. Вычисление в уравнении (10) главных напряжений по формулам (5) позволяет рассчитать величину касательного напряжения в любой точке, принадлежащей оси симметрии нагрузки. Результаты расчета приведены на рис. 4.

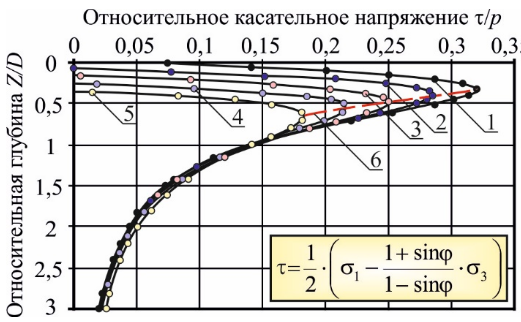

Рис 4. – Эпюра относительных касательных напряжений τ/p при μ=0,35: 1– максимальное касательное напряжение; 2–5 касательные напряжения по эмпирическому критерию (12) при угле внутреннего трения 10°, 20°, 30° и 40°; 6 – линия местоположений наиболее опасных точек.

Александров А.С., Долгих Г.В., Калинина А.Л. ЭМПИРИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ В РАСЧЕТАХ ЗЕМЛЯНОГО ПОЛОТНА ПО СДВИГУ // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2019. № 10(85). С. 7-20. DOI: 10.18720/CUBS.85.1

Анализируя результаты расчета касательных напряжений по эмпирическому критерию можно выделить преимущества и недостатки уравнения (10).

Сравнивая касательные напряжения в наиболее опасных точках эпюр, представленных на рис. 2 и рис. 4 отметим, что с увеличением угла внутреннего трения возрастает разница между касательными напряжениями. Так при φ=400 касательное напряжение по эмпирическому условию (10) более чем в 2 раза превышает аналогичное напряжение по критерию Мора–Кулона, а при φ=100 касательное напряжение по Мору–Кулону превышено приблизительно в 1,2 раза.

Учитывая изложенный анализ, отметим, что вычисление касательных напряжений по формуле (10) по сравнению с традиционным методом их расчета по зависимостям (1) или (3) приведет к увеличению толщины слоев дорожной одежды или необходимости замены материала слоев материалом с более высоким модулем упругости. Безусловно, что такие мероприятия повышают надежность проектирования, уменьшая вероятность отказа дорожной конструкции. Поэтому в свете проектирования дорожных одежд с повышенным сроком службы переход к расчету касательных напряжений по эмпирическому условию (10) представляется перспективным направлением в совершенствовании расчета дорожных конструкций по сдвигу в грунте.

Отметим недостаток критерия (10). Этот недостаток связан с вычислением минимального главного напряжения по формуле (5). Особенностью этой зависимости является то, что в точке оси симметрии нагрузки, расположенной на некоторой глубине от поверхности, удерживающее напряжение принимает нулевое значения, а в точках расположенных еще ниже, напряжения $\sigma 3$ имеют отрицательные значения. Это приводит к тому, что при расчете касательных напряжений по формуле (10) в таких точках максимальные главные напряжения и вычитаемые из них отрицательные напряжения $\sigma 3$ суммируются. Множитель к напряжению $\sigma 3$ больше единицы, вследствие чего касательные напряжения в таких точках, вычисленные по формуле (10) могут превышать максимальное касательное напряжение. Безусловно, что этого быть не должно. Поэтому область применения эмпирического критерия (10) ограничивается расчетом касательных напряжений в наиболее опасной точке.

Исходя из этого ограничения, авторы предпримут попытку разработки расчета дорожной конструкции по сопротивлению сдвигу.

3. Результаты и обсуждение

В соответствии с принятой расчетной схемой в первую очередь необходимо рассчитать давление, передаваемое слоями дорожной одежды на поверхность рассчитываемого слоя, а так же диаметр и радиус круглой площадки по которой распределено это давление. Для этого необходимо выделить слои дорожной одежды из материалов, работающих на изгиб и объединить эти слои в верхний слой двухслойной модели, подстилаемой слоистым полупространством из слоев неработающих на изгиб (необработанные материала) и слоев из материалов, имеющих плохое сопротивление изгибу. Под материалами, работающими на изгиб, следует понимать материалы, которые согласно ОДН 218.046-01, подлежат проверке по критерию усталостного разрушения от растяжения при изгибе. К таким материалам относятся все типы асфальтобетонов. К материалам с плохим сопротивлением изгибу и материалам не способным работать на изгиб отнесем все остальные материалы, в том числе обработанные вяжущим и укрепленные грунты. При объединении слоев в верхний слой модели его толщину и модуль упругости вычисляют по формулам (6), то есть согласно традиционным принципам расчета. Далее необходимо рассчитать контактные давления и диаметр площадки, по которой это давление распределено по поверхности нижнего слоя модели. Согласно первой схеме расчета слои из материалов, работающих на изгиб, объединяются в верхний слой двухслойной модели. Для этого можно применять различные известные решения, например, решения для расчета контактных давлений под бесконечной, полубесконечной и четветьбесконечной тонкими плитами. Преимущество такого подхода состоит в возможности учета влияния температурных и усталостных трещин асфальтобетонного покрытия на передаваемые им давления. Тем не менее, специалистами дорожной отрасли доказано, что НДС асфальтобетонного слоя или пакета слоев имеет свои особенности и отличается от НДС тонких плит (тонких пластин). Например, Н.Н. Иванов считал, что для асфальтобетонных слоев, работающих на изгиб, гипотеза о не надавливании продольных волокон не применима, вследствие чего в асфальтобетонных слоях возникают вертикальные нормальные напряжения и деформации. Для расчета таких напряжений Н.Н. Иванов рекомендовал формулу М.И. Якунина. При применении этой формулы контактное давление вычисляется при $z=h_1$, а, именно:

$$p_c = p \cdot \left[1 + a \cdot \left(\frac{h_1}{D_0} \cdot \sqrt[c]{\frac{E_1}{E_2}} \right)^2 \right]^{-1}, \qquad (11)$$

Aleksandrov, A., Dolgikh, G., Kalinin, A. EMPIRICAL CONDITIONS OF PLASTICITY IN CALCULATIONS OF THE SUBGRADE BY SHIFT. Construction of Unique Buildings and Structures. 2019. 10(85). Pp. 7-20. DOI: 10.18720/CUBS.85.1

где *a* – коэффициент концентрации, принимаемый равным 1 (для нежестких дорожных одежд) или 2,5 (для упругих изотропных тел); *c* – показатель степени радикала, обычно принимаемый равным 2,5 или 3; D_0 – диаметр площадки, по которой распределена нагрузка на поверхности верхнего слоя двухслойной модели, м.

Вычислив контактное давление p_c, необходимо определить диаметр (радиус) площадки, по которой давление распределено по поверхности нижнего слоя D_c. Такой расчет выполняют, полагая, что усилие от колеса расчетного автомобиля на поверхности верхнего N_0 и нижнего слоя N_c одинаковое, а давления p_0 и p_c, а также площади их распределения F_0 и F_c различны. Нагрузку от колеса на поверхности слоев двухслойной системы определяют произведением контактного давления и площади площадки его распределения, то есть $N_0=p_o\times F_0$ и $N_c=p_c\times F_c$. Площади круглых площадок определяется геометрическими формулами, а именно $F_0=\pi\cdot D_0^2/4$ и $F_c=\pi\cdot D_c^2/4$. Отсюда следует, что диаметр площадки распределения нагрузки по поверхности нижнего слоя двухслойной модели D_c находится по формуле:

$$D_c = D_0 \cdot \sqrt{\frac{p_0}{p_c}}\ , \tag{12}$$

Из анализа зависимости (12) следует, что так $p_0>p_c$, то и $D_c>D_0$.

После расчета контактного давления, передаваемого верхними слоями дорожной одежды из материалов, работающих на изгиб, и диаметра площадки распределения этого давления по поверхности, подстилающего слоистого полупространства, выполняется последующий анализ конструкции дорожной одежды. В результате этого анализа необходимо выделить слои основания из зернистых материалов, а также из материалов и грунтов, обработанных и укрепленных органическим или минеральным вяжущим. Эти слои объединяют в верхний слой двухслойной модели, подстилаемой либо песчаным дополнительным слоем основания, либо земляным полотном. После этого расчеты по формулам (6), (11) и (12) повторяют, вычисляя диаметр круглой площадки и давление, передаваемые на рассчитываемый по сдвигу дополнительный слой основание или грунт земляного полотна.

Вычислив давления, передаваемые вышележащим слоем, на рассчитываемый слой или полупространство и диаметр площадки, по которой эти давления распределены, можно произвести расчет главных напряжений в точках, принадлежащих оси симметрии нагрузки. После вычисления главных напряжений рассчитываются касательные напряжения в этих точках, и строится эпюра касательных напряжений. При помощи эпюры определяют местоположение наиболее опасной точки и касательное напряжение в этой точке. На завершающем этапе расчета проверяют условие сопротивления сдвигу. Для этого находят отношение вычисленного касательного напряжения к допустимому напряжению сдвига, и сравнивают полученное отношение с требуемым коэффициентом прочности. Если отношение касательных напряжений превышает требуемый коэффициент прочности, то в дорожной одежде увеличивают толщину слоев или материалы слоев заменяют материалами с более высоким модулем упругости. После изменений конструкцию дорожной одежды рассчитывают заново.

Сравнение касательных напряжений, вычисляемых по критерию Мора–Кулона и эмпирическому условию Г.К. Арнольда. Показано, что величина касательных напряжений по критерию Мора–Кулона меньше, по сравнению с их величиной, рассчитываемой по эмпирическому условию. Такое сравнение показано количественно сравнением наибольших касательных напряжений, указанных на эпюрах рис. 2 и рис. 4. В данном разделе авторы приведут более подробный сравнительный анализ. Для такого анализа воспользуемся уравнениями предельного состояния обоих критериев, записанных в схожей форме. Такими уравнениями являются первые зависимости формул (9) и (10). Левые части этих уравнений определяют величину касательного напряжения. Тогда касательные напряжения по критерию Мора – Кулона и эмпирическому условию найдем по формулам:

$$\tau = \frac{1}{2} \cdot \left(\sigma_1 \cdot \sqrt{\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}} - \sigma_3 \cdot \sqrt{\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}} \right). \tag{13}$$

$$\tau = \frac{1}{2} \cdot \left(\sigma_1 - \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \cdot \sigma_3 \right). \tag{14}$$

Делением касательного напряжения, вычисляемого по формуле (14) на касательное напряжение, определяемое по формуле (13), найдем функцию k, которая показывает во сколько раз (при одинаковых значениях σ_1, σ_3, φ и c) касательное напряжение по эмпирическому критерию больше касательного напряжения по стандартному условию Мора – Кулона. Выполнив операцию деления, получим:

$$k = \sqrt{\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}}\,. \qquad (15)$$

Из анализа функции (15) следует, что при условии φ>0 величина касательного напряжения в эмпирическом критерии больше касательных напряжений оригинального условия Мора–Кулона. При φ=0 функция k равна единице, что говорит о том, что касательные напряжения, вычисляемые по (13) и (14) равны. Подстановка φ=0 в уравнения предельного состояния, записанные в формулах (9) и (10) позволяет сделать вывод, что в этом случае оба критерия преобразуются в третью теории прочности, в которой касательное напряжение равно максимальному касательному напряжению.

Выполненный анализ представим в графическом виде, представляющим результаты расчета по формуле (15).

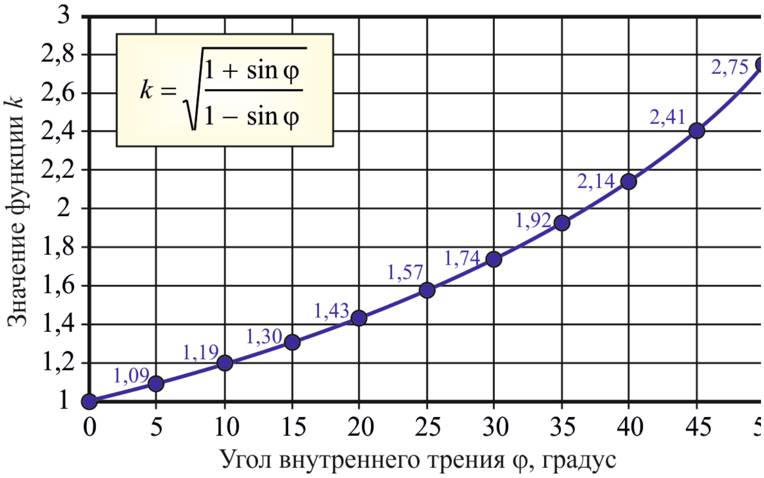

Рис. 5 – Зависимость значения функции k от угла внутреннего трения

На рис. 5 цифрами возле соответствующих точек указано значение функции k при соответствующей величине угла внутреннего трения.

4. Заключение

Предложенный метод расчета дорожной одежды по сопротивлению сдвигу включает в себя два новых элемента:

1. Эмпирическое условие пластичности, согласно которому касательные напряжения в точках принадлежа-щих оси симметрии нагрузки, превышают аналогичные напряжения, вычисляемые из традиционного критерия Мо-ра–Кулона
2. Схему расчета напряжений и приведения дорожной одежды к двухслойной системе, согласно которой ка-сательные напряжения вычисляются в нижнем слое модели, а наиболее опасная точка расположена на некотором расстоянии от поверхности рассчитываемого дополнительного слоя основания или земляного полотна.
3. Применение эмпирического критерия требует оговорки области его применения, обуславливаемой гранич-ными условиями. Предлагаемый критерий можно применять при любых значениях главных напряжений и парамет-ров материала (сцепления и угла внутреннего трения). Местоположение расчетной точки должно соответствовать местоположению наиболее опасной точки, в которой сохраняется зависимость, постулирующая уменьшение каса-тельного напряжения при увеличении угла внутреннего трения, но так, что при любых значениях входных параметров касательные напряжения □ всегда меньше максимального напряжения сдвига □max=(□1-□3)/2. При использовании эм-пирического условия пластичности не рекомендуется вводить допущение о возможности существования в земляном полотне зоны с касательными напряжениями, превышающими предельные значения по этому критерию. Такое ограничение связано со спецификой расчета минимального главного напряжения по традиционному решению Фостера.
4. Описанное нами ограничение области применения эмпирического критерия ставит задачу дальнейших ис-следований, заключающуюся в разработке трехпараметрических условий пластичности, объединяющих эмпириче-ский критерий Арнольда с классическим критерием Мора–Кулона или с третьей теорией прочности (критерием Треска).

Литература

[1]. Xu X., Dai Z-H. Numerical implementation of a modified

References

[1]. Xu X., Dai Z-H. Numerical implementation of a modified Mohr–

Mohr–Coulomb model and its application in slope stability analysis. Jour-nal of Modern Transportation 25(1), 40–51 (2017). doi:10.1007/s40534-017-0123-0.

[2]. Labuz J.F., Zang A. Mohr–Coulomb Failure Criterion. Rock Mechanics and Rock Engineering 45(6), 975–979 (2012). doi: 10.1007/s00603-012-0281-7.

[3]. Badanin A.N., Bugrov A.K., Krotov A.V. The determination of the first critical load on particulate medium of sandy loam foundation. Magazine of Civil Engineering 9(35), 29-34 (2012). doi: 10.5862/MCE.35.4.

[4]. Hambleton J.P., Drescher A. Modeling test rolling on cohesive subgrades. Advanced Characterisation of Pavement and Soil Engi-neering Materials, London. 359-368 (2007).

[5]. Hanna A.M., Meyerhof G.G. Experimental Evaluation of Bearing Capacity of Footings Subjected to Inclined Loads. Canadian Ge-otechnical Journal. 18(4), 599-603 (1981). doi: 10.1139/t81-072.

[6]. Karaulov A.M., Korolev K.V. A Static Solution for the Problem of the Stability of a Smooth Freestanding Sheet Pile Wall. Soil Me-chanics and Foundation Engineering. 4(54), 211-215 (2017). doi: 10.1007/s11204-017-9460-6.

[7]. Korolev K.V. Intermediate Bearing Capacity of Saturated Bed of Strip Foundation. Soil Mechanics and Foundation Engineering. 1(51), 1-8 (2014). doi:/10.1007/s11204-014-9246-z

[8]. Korolev K.V. Initial bearing capacity of saturated bed with different coefficients of pore-water pressure. Soil Mechanics and Founda-tion Engineering. 1(50), 7-13 (2013). doi: 10.1007/s11204-013-9202-3

[9]. Naumkina J.V., Pronozin Y.A., Epifantseva L.R. Load-bearing capacity of soil loaded with strip-shell foundations. Magazine of Civil Engineering 6(66), 29-34 (2016). doi: 10.5862/MCE.66.3

[10]. Aleksandrov A.S., Dolgih G.V., Smirnov A.V. Improvement of calculation of stresses in the earth bed and layers of road clothes from granulated materials. Part 1. Analysis of decisions and a new method. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 463, 1–11 (2018). doi:10.1088/1757-899X/463/2/022022

[11]. Kalinin A.L. Application of modified yield criteria for calculation of safe pressures on the subgrade soil. Magazine of Civil Engineer-ing 4(39), 35–45 (2013). doi: 10.5862/MCE.39.4

[12]. Khasanov A., Khasanov Z. Alternative concepts of the theory of strength of sand soil. Proceedings of the 19th Interna-tional Confer-ence on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Seoul 2017. 2017. P. 2163–2166.

[13]. Tatsuoka et al. Strength anisotropy and shear band direction in plane strain tests of sand. Soils and Foundations, 1990. Vol. 30, pp. 35-54. doi: 10.3208/sandf1972.30.35

[14]. Vardoulakis I. Localization in geomechanics. Proceedings of the 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. 2005–2006. Pp. 3663–3668. doi:10.3233/978-1-61499-656-9-3663

[15]. Roscoe K.H. The influence of strains in soil mechanics. Geotechnique. 1970. – Vol. 20(2). – Pp. 129 – 170.

[16]. Arthur J.R. et al. Plastic deformation and failure of granular media. Geotechnique, 1977. Vol. 27. Pp. 53–74.

[17]. Muhlhaus H. et al. The influence of non-coaxiality on shear banding in viscous-plastic materials. Granular Matter 2010 Volume 12, Issue 3, pp 229–238. doi: 10.1007/s10035-010-0176-9

[18]. Bolton M.D., The strength and dilatancy of sands,

Coulomb model and its application in slope stability analysis. Jour-nal of Modern Transportation 25(1), 40–51 (2017). doi:10.1007/s40534-017-0123-0.

[2]. Labuz J.F., Zang A. Mohr–Coulomb Failure Criterion. Rock Mechanics and Rock Engineering 45(6), 975–979 (2012). doi: 10.1007/s00603-012-0281-7.

[3]. Badanin A.N., Bugrov A.K., Krotov A.V. The determination of the first critical load on particulate medium of sandy loam foundation. Magazine of Civil Engineering 9(35), 29-34 (2012). doi: 10.5862/MCE.35.4.

[4]. Hambleton J.P., Drescher A. Modeling test rolling on cohesive subgrades. Advanced Characterisation of Pavement and Soil Engi-neering Materials, London. 359-368 (2007).

[5]. Hanna A.M., Meyerhof G.G. Experimental Evaluation of Bearing Capacity of Footings Subjected to Inclined Loads. Canadian Ge-otechnical Journal. 18(4), 599-603 (1981). doi: 10.1139/t81-072.

[6]. Karaulov A.M., Korolev K.V. A Static Solution for the Problem of the Stability of a Smooth Freestanding Sheet Pile Wall. Soil Me-chanics and Foundation Engineering. 4(54), 211-215 (2017). doi: 10.1007/s11204-017-9460-6.

[7]. Korolev K.V. Intermediate Bearing Capacity of Saturated Bed of Strip Foundation. Soil Mechanics and Foundation Engineering. 1(51), 1-8 (2014). doi:/10.1007/s11204-014-9246-z

[8]. Korolev K.V. Initial bearing capacity of saturated bed with different coefficients of pore-water pressure. Soil Mechanics and Founda-tion Engineering. 1(50), 7-13 (2013). doi: 10.1007/s11204-013-9202-3

[9]. Naumkina J.V., Pronozin Y.A., Epifantseva L.R. Load-bearing capacity of soil loaded with strip-shell foundations. Magazine of Civil Engineering 6(66), 29-34 (2016). doi: 10.5862/MCE.66.3

[10]. Aleksandrov A.S., Dolgih G.V., Smirnov A.V. Improvement of calculation of stresses in the earth bed and layers of road clothes from granulated materials. Part 1. Analysis of decisions and a new method. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 463, 1–11 (2018). doi:10.1088/1757-899X/463/2/022022

[11]. Kalinin A.L. Application of modified yield criteria for calculation of safe pressures on the subgrade soil. Magazine of Civil Engineer-ing 4(39), 35–45 (2013). doi: 10.5862/MCE.39.4

[12]. Khasanov A., Khasanov Z. Alternative concepts of the theory of strength of sand soil. Proceedings of the 19th Interna-tional Confer-ence on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Seoul 2017. 2017. P. 2163–2166.

[13]. Tatsuoka et al. Strength anisotropy and shear band direction in plane strain tests of sand. Soils and Foundations, 1990. Vol. 30, pp. 35-54. doi: 10.3208/sandf1972.30.35

[14]. Vardoulakis I. Localization in geomechanics. Proceedings of the 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. 2005–2006. Pp. 3663–3668. doi:10.3233/978-1-61499-656-9-3663

[15]. Roscoe K.H. The influence of strains in soil mechanics. Geotechnique. 1970. – Vol. 20(2). – Pp. 129 – 170.

[16]. Arthur J.R. et al. Plastic deformation and failure of granular media. Geotechnique, 1977. Vol. 27. Pp. 53–74.

[17]. Muhlhaus H. et al. The influence of non-coaxiality on shear banding in viscous-plastic materials. Granular Matter 2010 Volume 12, Issue 3, pp 229–238. doi: 10.1007/s10035-010-0176-9

[18]. Bolton M.D., The strength and dilatancy of sands, Geotechnique, 1986, 36, No. 1, 65–78.

[19]. Schanz T., Vermeer P.A. Angles of friction and dilatancy of sand. Geotechnique 46, No1, pp. 145–151 (1996). doi:

Geotechnique, 1986, 36, No. 1, 65–78.

[19]. Schanz T., Vermeer P.A. Angles of friction and dilatancy of sand. Geotechnique 46, No1, pp. 145–151 (1996). doi: 10.1680/geot.1996.46.1.145

[20]. Cinicioglu O. et al. Variation of Friction Angle and Dilatancy For Anisotropic Cohesionless Soils. Proceedings of the 18th Interna-tional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Paris 2013. Pp. 895–898.

[21]. Szypcio Z., Stress-dilatancy for soils. Part I: The frictional state theory, Studia Geotechnica et Mechanica, 2016, Vol. 38, No. 4, 51–57. doi: 10.1515/sgem-2016-0030

[22]. Szypcio Z., Stress-dilatancy for soils. Part II: Experimental validation for triaxial tests. Studia Geotechnica et Mechanica, 2016, Vol. 38, No. 4, 59–65. doi: 10.1515/sgem-2016-0031

[23]. Szypcio Z. Stress-dilatancy for soils. Part III: Experimental validation for the biaxial condition. Studia Geotechnica et Mechanica, 2017, Vol. 39, No. 1, 73–80. doi:10.1515/sgem-2017-0007

[24]. Строкова Л.А. Определение параметров для численного моделирования поведения грунтов // Известия Томско-го политех-нического университета. 2008. Т. 313. № 1. С. 69—74.

[25]. Орехов В.В., Орехов М.В. Использование модели упрочняющегося грунта для описания поведения песка раз-личной плот-ности при нагружении. Вестник МГСУ, 2014 №2. – С. 91–97.

[26]. Foster C.R., Ahlvin R.G. Stresses and deflections induced by a uniform circular load. // Proc. Highway Research Board. – 1954. – Vol. 33. – P. 236 – 246.

[27]. Ahlvin R.G., Ulery H.H. Tabulated Values for Determining the Complete Pattern of Stresses, Strains and Deflections Beneath a Uni-form Load on a Homogeneous Half Space, Bull. 342, Highway Research Record, pp. 1–13, 1962.

[28]. Das, B.M. Advanced soil mechanics, Third Edition. New York, Taylor & Francis. 2008. – 567 p.

[29]. Craig, R.F. Soil Mechanics. – Seventh edition. Department of Civil Engineering, University of Dundee, UK. – Published by Taylor & Francis e-Library, London and New York, 2004. – 447 p.

[30]. Al-Tayer, T.H. A prototype simple shear and compaction apparatus with application to asphaltic concrete . Ph.D. thesis, University of Arizona, 1995.

[31]. Appea, A.K. Validation of FWD Testing Results at the Virginia Smart Road: Theoretically and by Instrument Respons-es. Ph.D. the-sis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 2003.

[32]. Steven, B.D. The development and verification of a pavement response and performance model for unbound granular pavements Ph.D. thesis, University of Canterbury. – 2005. – p. 291.

[33]. Федоровский, В.Г. Расчет осадок фундаментов мелкого заложения и выбор модели основания для расчета плит / В.Г. Федо-ровский, С.Г. Безволев // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2000. – № 4. – С. 10 – 18.

[34]. Александров А.С. Нелинейное пластическое деформирование материалов при воздействии повторных кратко-временных нагрузок // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2008. № 10. С. 74–84.

[35]. Александров А.С. Расчет пластических деформаций материалов и грунтов дорожных конструкций при воздействии транс-портной нагрузки // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2009. № 2. С. 3-11.

10.1680/geot.1996.46.1.145

[20]. Cinicioglu O. et al. Variation of Friction Angle and Dilatancy For Anisotropic Cohesionless Soils. Proceedings of the 18th Interna-tional Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Paris 2013. Pp. 895–898.

[21]. Szypcio Z., Stress-dilatancy for soils. Part I: The frictional state theory, Studia Geotechnica et Mechanica, 2016, Vol. 38, No. 4, 51–57. doi: 10.1515/sgem-2016-0030

[22]. Szypcio Z., Stress-dilatancy for soils. Part II: Experimental validation for triaxial tests. Studia Geotechnica et Mechanica, 2016, Vol. 38, No. 4, 59–65. doi: 10.1515/sgem-2016-0031

[23]. Szypcio Z. Stress-dilatancy for soils. Part III: Experimental validation for the biaxial condition. Studia Geotechnica et Mechanica, 2017, Vol. 39, No. 1, 73–80. doi:10.1515/sgem-2017-0007

[24]. Strokova L.A. Opredeleniye parametrov dlya chislennogo modelirovaniya povedeniya gruntov. [Determination of the Parameters for the Numerical Simulation of the Behavior of Soils]. News of Tomsk Polytechnic University. 2008. T. 313. № 1. P. 69—74.

[25]. Orekhov V.V., Orekhov M.V. Ispolzovaniye modeli uprochnyayushchegosya grunta dlya opisaniya povedeniya peska razlichnoy plotnosti pri nagruzhenii. [Using Hardening Soil Model for Describing the Behavior of Varied Density Sand under the Load]. Pro-ceedings of Moscow State University of Civil Engineering, 2014 №2. P. 91–97.

[26]. Foster S.R., Ahlvin R.G. Stresses and deflections induced by a uniform circular load. // Proc. Highway Research Board. 1954. Vol. 33. – P. 236 – 246.

[27]. Ahlvin R.G., Ulery H.H. Tabulated Values for Determining the Complete Pattern of Stresses, Strains and Deflections Beneath a Uni-form Load on a Homogeneous Half Space, Bull. 342, Highway Research Record, pp. 1–13, 1962.

[28]. Das, B.M. Advanced soil mechanics, Third Edition. New York, Taylor & Francis. 2008. – 567 p.

[29]. Craig, R.F. Soil Mechanics. – Seventh edition. Department of Civil Engineering, University of Dundee, UK. – Published by Taylor & Francis e-Library, London and New York, 2004. – 447 p.

[30]. Al-Tayer, T.H. A prototype simple shear and compaction apparatus with application to asphaltic concrete . Ph.D. thesis, University of Arizona, 1995.

[31]. Appea, A.K. Validation of FWD Testing Results at the Virginia Smart Road: Theoretically and by Instrument Respons-es. Ph.D. the-sis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 2003.

[32]. Steven, B.D. The development and verification of a pavement response and performance model for unbound granular pavements Ph.D. thesis, University of Canterbury. – 2005. – p. 291.

[33]. Fedorovskiy, V.G. and Bezvolev, S.G. Raschet osadok fundamentov melkogo zalozheniya i vybor modeli osnovaniya dlya rascheta plit. [Prediction of shallow foundation settlements and selection of bed models for slab analysis]. Soil Mechanics and Foundation Engineering. 2000. № 4. P. 10 – 18.

[34]. Aleksandrov A.S. Nelineynoye plasticheskoye deformirovaniye materialov pri vozdeystvii povtornykh kratko-vremennykh nagruzok. [Nonlinear Plastic Deformation of Materials under the Action of Repeated Momentary Loads]. News of higher educational institu-tions. Construction. 2008. № 10. P. 74–84.

[35]. Aleksandrov A.S. Raschet plasticheskikh deformatsiy materialov i gruntov dorozhnykh konstruktsiy pri vozdeystvii transportnoy nagruzki [Calculation of plastic deformation of materials and soil road constructions under the influence of traffic loads]. Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2009. No.2. Pp. 3–11. (rus)

[36]. Niemunis A., Wichtmann T. (2014): Separation of time scale in the HCA model for sand. Acta Geophysica, Vol. 62, No. 5, pp. 1127-1145.

[37]. Werkmeister S., Dawson A., Wellner F. Permanent Deformation Behavior of Granular Materials. Road Materials and Pavement De-sign, 2005. Vol. 6 No. 1, Pp. 31–51.

[38]. Александров А.С. Пластическое деформирование гранодиоритового щебня и песчано-гравийной смеси при воз-действии трехосной циклической нагрузки. Инженерно-строительный журнал. 2013. № 4 (39). С. 22-34.

[39]. Korolev K.V. Terminal (Maximum) Bearing Capacity of the Saturated Bed of a Strip Foundation. Soil Mechanics and Foundation Engineering. 4(50), 143-149 (2013).

[40]. Alejano L.R., Bobet A. Drucker–Prager Criterion. Rock Mechanics and Rock Engineering 45(6): 995–999 (2012).

[41]. Zhu J., Peng K., Shao, J.F., Liu H. Improved slope safety analysis by new Druker-Prager type criterion. Journal of Central South University 19(4), 1132–1137 (2012).

[42]. Matsuoka H., Nakai T. Relationship among Tresca, Mises, Mohr–Coulomb and Matsuoka–Nakai failure criteria. Soils and founda-tion 25(4), 123–128 (1985).

[43]. Lade, P.V., Duncan, J.M. Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil. Journal. Geotechnical Engineering Di-vision 101(10), 1037–1053 (1975).

[44]. Ma Z., Liao H., Dang F. Unified elastoplastic finite difference and its application. Applied Mathematics and Mechanics 34(4), 457–474 (2013).

[45]. Ma Z., Liao H., Dang F. Effect of intermediate principal stress on strength of soft rock under complex stress states. Journal of Central South University 21(4), 1583–1593 (2014).

[46]. Veiskarami M., Ghorbani A., Alavipour M. Development of a constitutive model for rockfills and similar granular mate-rials based on the disturbed state concept. Frontiers of Structural and Civil Engineering 6(4), 365–378 (2012).

[47]. Arnold, G.K. Rutting of Granular Pavements. Ph.D. thesis, The University of Nottingham, November 2004. – 417 p.

[36]. Niemunis A., Wichtmann T. (2014): Separation of time scale in the HCA model for sand. Acta Geophysica, Vol. 62, No. 5, pp. 1127-1145.

[37]. Werkmeister S., Dawson A., Wellner F. Permanent Deformation Behavior of Granular Materials. Road Materials and Pavement Design, 2005. Vol. 6 No. 1, Pp. 31–51.

[38]. Aleksandrov A.S. Plasticheskoye deformirovaniye granodioritovogo shchebnya i peschano-graviynoy smesi pri vozdeystvii trekhos-noy tsiklicheskoy nagruzki. [Plastic deformation of the granodiorite gravel and sand-gravel mixtures when exposed to cyclic triaxial load]. Magazine of Civil Engineering. 2013. № 4 (39). P. 22-34.

[39]. Korolev K.V. Terminal (Maximum) Bearing Capacity of the Saturated Bed of a Strip Foundation. Soil Mechanics and Foundation Engineering. 4(50), 143-149 (2013).

[40]. Alejano L.R., Bobet A. Drucker–Prager Criterion. Rock Mechanics and Rock Engineering 45(6): 995–999 (2012).

[41]. Zhu J., Peng K., Shao, J.F., Liu H. Improved slope safety analysis by new Druker-Prager type criterion. Journal of Central South University 19(4), 1132–1137 (2012).

[42]. Matsuoka H., Nakai T. Relationship among Tresca, Mises, Mohr–Coulomb and Matsuoka–Nakai failure criteria. Soils and founda-tion 25(4), 123–128 (1985).

[43]. Lade, P.V., Duncan, J.M. Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil. Journal. Geotechnical Engineering Di-vision 101(10), 1037–1053 (1975).

[44]. Ma Z., Liao H., Dang F. Unified elastoplastic finite difference and its application. Applied Mathematics and Mechanics 34(4), 457–474 (2013).

[45]. Ma Z., Liao H., Dang F. Effect of intermediate principal stress on strength of soft rock under complex stress states. Journal of Cen-tral South University 21(4), 1583–1593 (2014).

[46]. Veiskarami M., Ghorbani A., Alavipour M. Development of a constitutive model for rockfills and similar granular mate-rials based on the disturbed state concept. Frontiers of Structural and Civil Engineering 6(4), 365–378 (2012).

[47]. Arnold, G.K. Rutting of Granular Pavements. Ph.D. thesis, The University of Nottingham, November 2004. – 417 p.

Контактная информация

1.* Aleksandrov00@mail.ru (Александров Анатолий Сергеевич, к.т.н., доцент)

2. gennadiy1987_87@mail.ru (Долгих Геннадиий Владимирович, к.т.н., доцент)

3. a1exsandr55ne@mail.ru (Калинина Александр Львович, аспирант)

Contact information

1.* Aleksandrov00@mail.ru (Aleksandrov Anatoliy , Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor)

2. gennadiy1987_87@mail.ru (Dolgikh Gennadiy , Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor)

3. a1exsandr55ne@mail.ru (Kalinin Alexsandr, Graduate Student)