



The Stress-Strain State of a Metal Cracked Plate with the Various Types of the Deformation Curve

Vasilyev, I.^{1*}; Bortyakov, D.¹; Grachev, A.¹

¹ Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University, Saint-Petersburg, Russia

* vasiliev_ia@spbstu.ru

Keywords:

Crack; Fracture mechanic; Strength; Stress-strain curves; Finite element method; Plasticity; Stress-strain state; Elastic–plastic deformation.

Abstract:

The object of research is the effect of the deformation curve on the stress-strain state of the steel elements in the vicinity of the crack. **Methods.** The study is based on a finite element solution of the elastic-plastic state of a set of samples. The sample is a plate with a thickness of 0 and 20 mm with two edge cracks from 10 to 40 mm long. **The results of the analysis** are obtained for a bilinear strain curve and a power-law strain curve for different sample parameters. The discrepancy between the parameters of the stress-strain state in the vicinity of the crack tip for different material deformation functions is in the range from 0.3% to 4.7%. This discrepancy estimate allows you to make a decision about choosing a material deformation model for further investigation of the state of the material in the vicinity of the crack. the discrepancy graph of the parameters of the stress-strain state shows the degree of influence of the type of deformation curve within different parameters of the sample.

1 Introduction

Сварные металлические конструкции грузоподъемной, строительной и дорожной техники зачастую работают в весьма жестких условиях, которые обусловлены холодным климатом, случайным характером нагружения и редким обслуживанием. Такие конструкции, как правило, имеют большое количество сварных соединений, часть из которых, достаточно сложной формы, что, в свою очередь, располагает к образованию технологических и иных трещин. Обзор данных показывает, что вероятность нарушения прочности техники в зимний период повышается в 2 – 3 раза, причем 90% разрушений происходит при отрицательных температурах [1]–[4]. Для оценки развития трещины анализируется упруго-пластическое деформирование в зоне предразрушения. Анализ напряженно-деформированного состояния этой зоны в упругой области нагружения хорошо описывается аппаратом линейной механики разрушения [5]–[8]. Для анализа конструкций пластических деформаций используются методы нелинейной механики разрушения [9]–[12]. Однако для большого спектра задач по проектированию конструкций общего назначения, которые встречаются в подъемно-транспортном оборудовании, строительных машинах, опорах ЛЭП и пр., аппарат нелинейной механики разрушения является весьма трудоёмким. Это связано с необходимостью проведения исследований и испытаний применяемого материала в эксплуатационных условиях, что зачастую недоступно в процессе проектирования конструкций общего назначения. Также, разрабатываются инженерные критерии локальной прочности, которые позволяют снизить трудозатраты при проектировании элементов сварных конструкций с учетом возможных трещиноподобных дефектов и эксплуатационных условий [13]–[15].

При разработке и использовании методик локальной прочности реальные диаграммы деформирования применяемых материалов с учетом характера эксплуатаций использовать невозможно, по причине отсутствия данных о конкретном материале. В таком случае применяются модели материалов. Одной из наиболее распространенных моделей является билинейная кривая деформирования, которая используется в программных комплексах MSC Nastran, Ansys и др. Наряду с ней применяется степенная кривая деформирования. В данной

работе исследуется влияние вида кривой деформирования на параметры НДС в области краевой трещины в стальной пластине. Оценка этого расхождения позволяет делать более обоснованный выбор модели материала.

2 Materials and Methods

Анализ влияния вида кривой деформирования производился на основе результатов конечно-элементного моделирования напряженно-деформированного состояния прямоугольной пластины с двумя краевыми трещинами (рис.1), нагруженной осевой растягивающей силой.

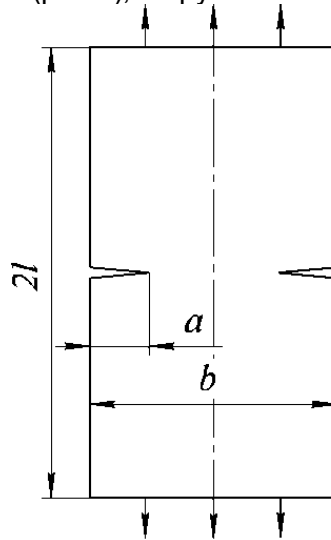


Рис. 1 – Вид модели
Fig. 1 – View of the model

Исследуемая модель, с учетом плоскостей симметрии, представляет собой восьмую часть пластины и имеет размеры $l \times 0,5b \times 0,5t$, где $l = 500$ мм, $b = 800$ мм и толщина пластины $t = 20$ мм и 10 мм. Длина трещины a составляла 10, 20 и 40 мм.

Параметры механических свойств материала имеют следующие значения: модуль упругости $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, предел текучести $\sigma_T = 300$ МПа. Кривая деформирования задавалась тремя различными способами: 1) Билинейной зависимостью:

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} E \cdot \varepsilon & \text{при } \varepsilon < \varepsilon_T; \\ \sigma_T + G_p \cdot (\varepsilon - \varepsilon_T) & \text{при } \varepsilon \geq \varepsilon_T. \end{cases}$$

где ε_T – относительное удлинение, соответствующее пределу текучести; G_p – модуль пластического упрочнения, в настоящем исследовании рассмотрены следующие значения: $G_p = 1200$ МПа, $G_p = 3000$ МПа и $G_p = 0$. К диапазону значений G_p от 1200 МПа до 3000 МПа соответствуют конструкционным сталям, которые применяются при производстве ординарных конструкций [17]. Билинейная кривая со значением $G_p = 0$ характеризует материал без упрочнения и используется для сравнения рассматриваемых кривых деформирования. Во втором способе кривая задана степенной зависимостью:

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} E \cdot \varepsilon & \text{при } \varepsilon < \varepsilon_T; \\ \sigma_T \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_T}\right)^m & \text{при } \varepsilon \geq \varepsilon_T. \end{cases}$$

Параметр упрочнения материала в упругопластической области m выбирался из диапазона значений от 0 до 0,3, при котором, как показано в [16], степенная и билинейная кривые деформирования на начальных участках пластической зоны близки к экспериментальным кривым. Параметр m принимался равным: $m = 0,02$ для сопоставления с билинейной кривой при $G_p = 1200$ МПа и $m = 0,05$ для сопоставления с билинейной кривой при $G_p = 3000$ МПа. Кривые деформирования для указанных параметров представлены на рис.2.

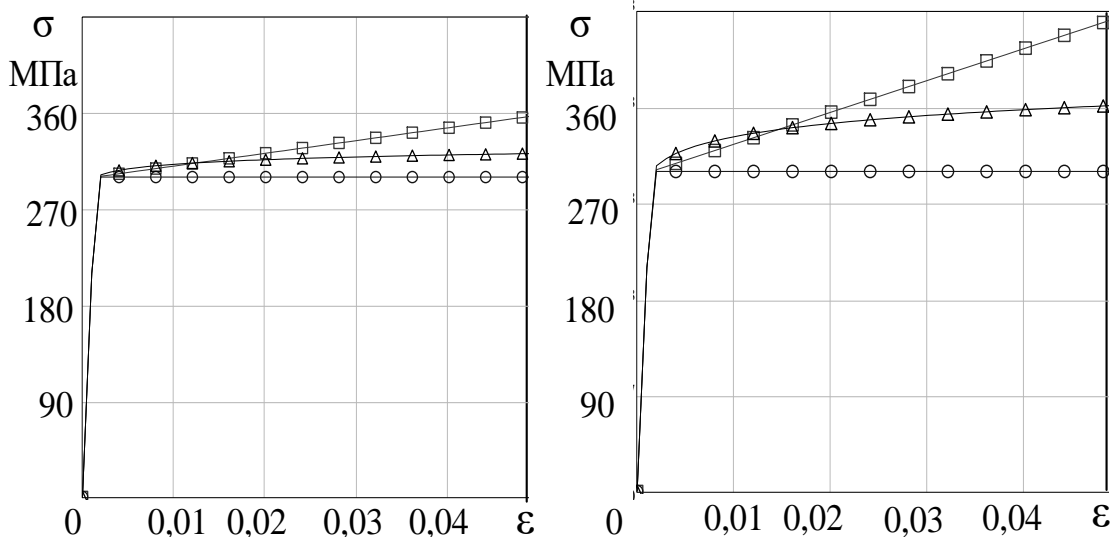


Рис. 2 – Кривые деформирования: а) □ – Билинейная ($Gp=1200MPa$); ▲ – степенная ($m=0,02$); ○ – Билинейная без упрочнения ($Gp=0$); б) □ – Билинейная ($Gp=3000MPa$); ▲ – степенная ($m=0,02$); ○ – Билинейная без упрочнения ($Gp=0$).

Fig. 2 – Deformation curves: a) □ – Bilinear ($Gp=1200MPa$); ▲ – power function ($m=0.02$); ○ – Bilinear without hardening ($Gp=0$); б) □ – Bilinear ($Gp=3000MPa$); ▲ – power ($m=0.02$); ○ – Bilinear without hardening ($Gp=0$).

Для последующего анализа использовались такие параметры НДС: как σ_1 – первое главное напряжение; σ_{vm} – эквивалентное напряжение по теории Фон Мизеса. К оценке принимались усредненные значения параметров по зоне при вершине трещины размерами 0,5x0,7 мм, размеры которой обоснованы в работе [16].

Влияние вида кривой деформирования на НДС в области вершины трещины оценивалось

по безразмерным параметрам: $s_1 = \sigma_1 / \sigma_T$ и $k = \frac{K_I}{\sigma_T \cdot \sqrt{\pi \cdot r_0}}$, где K_I – коэффициент

интенсивности напряжений; $r_0 = 0,5$ мм – характерный размер рассматриваемой зоны вдоль берега трещины.

Всего проанализировано 12 моделей: 6 образцов при варьировании размеров a и t , и двух разных модулей пластического упрочнения Gp . Значения переменных величин и обозначения образцов приведены в таблице 1.

Таблица 1. Значения параметров a и t .
Table 1. The values of the parameters a and t .

Обозначения образцов		
Длина трещины a , мм	Толщина образца, мм	
	10	20
10	11	21
20	12	22
40	13	23

3 Results and Discussion

Для анализа полученных результатов удобно использовать схематизацию процесса упругопластического деформирования в форме трехэтапного процесса [17], [18]: первый этап ограничивался упругой областью $k < k_1$; второй этап характеризовался небольшим ростом пластических деформаций и имеет явно нелинейный характер. Правой границе второго этапа соответствовал момент, когда коэффициент жесткости напряженно-деформированного

состояния $\eta = \frac{s_1}{s_{vm}}$ [19], [20] достигал максимального значения $k_1 < k \leq k_2$. Общий вид графика $\eta(k)$ для рассматриваемых пластин представлен на рис. 3.

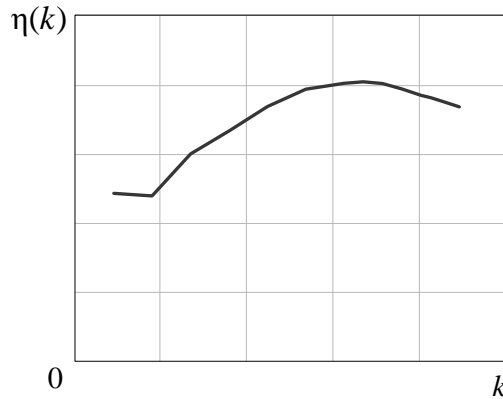


Рис. 3 – Общий вид зависимости $\eta(k)$
 Fig. 3-General view of the dependence $\eta(k)$

Третий этап характеризуется снижением параметра η , и значительным развитием пластических деформаций. Предполагается, что на втором и третьем этапах разрушение реализуется по разным механизмам, соответственно имеют место различные критерии прочности для этих этапов.

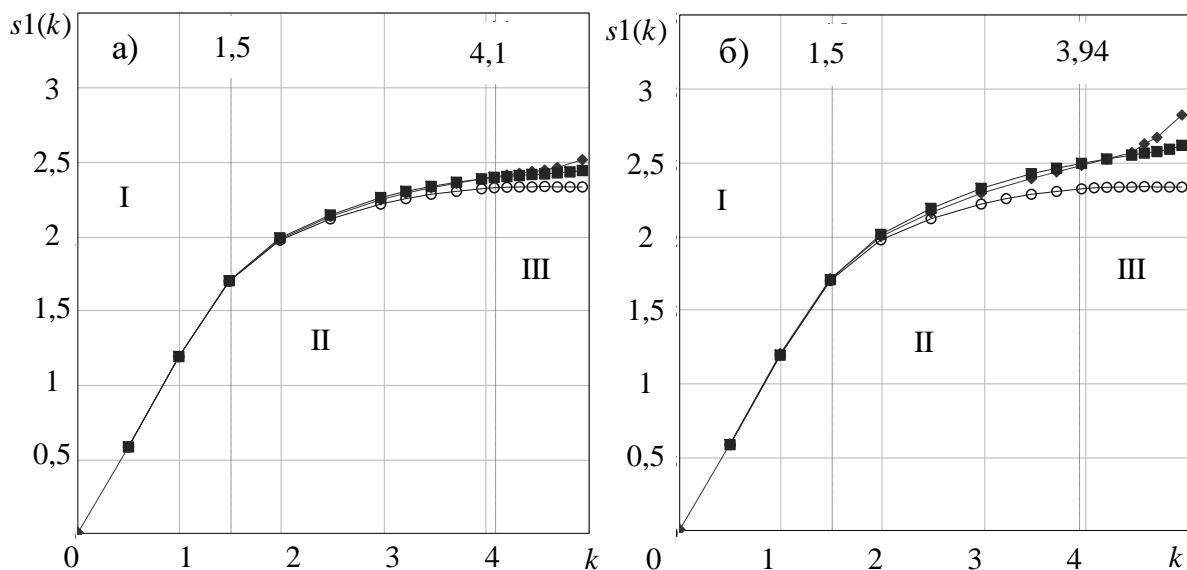


Рис. 4 – Графики зависимостей $s_1(k)$ для модели 01($a=10$; $t=10$); а) модуль упрочнения $G_p=1200$ МПа; б) модуль упрочнения $G_p=3000$ МПа. Вид кривой: \blacklozenge – Билинейная, \circ – Билинейная без упрочнения ($G_p=0$); \blacksquare – степенная.
 Fig. 4-Graphs of dependencies $s_1(k)$ for model 01($a=10$; $t=10$); а) strengthening module $G_p=1200$ MPa; б) strengthening module $G_p=3000$ MPa. Type of curve: \blacklozenge – Bilinear function, \circ – Bilinear without hardening ($G_p=0$); \blacksquare – power function.

Как говорилось во введении, область упругих деформаций (I этап) достаточно хорошо описывается инструментами линейной механики разрушения, и в данной серии работ не рассматривается. Этапы обозначены на графиках $s_1(k)$ (рис.4) римскими цифрами. На полученных графиках видно, что результаты моделей со степенной кривой деформирования и билинейной кривой наилучшим образом сходятся при малых размерах трещины и малых толщинах образца.

Наибольшее расхождение характерно для моделей с большим размером трещины $a=40$ мм, и большей толщиной $a=20$ мм (рис.5).

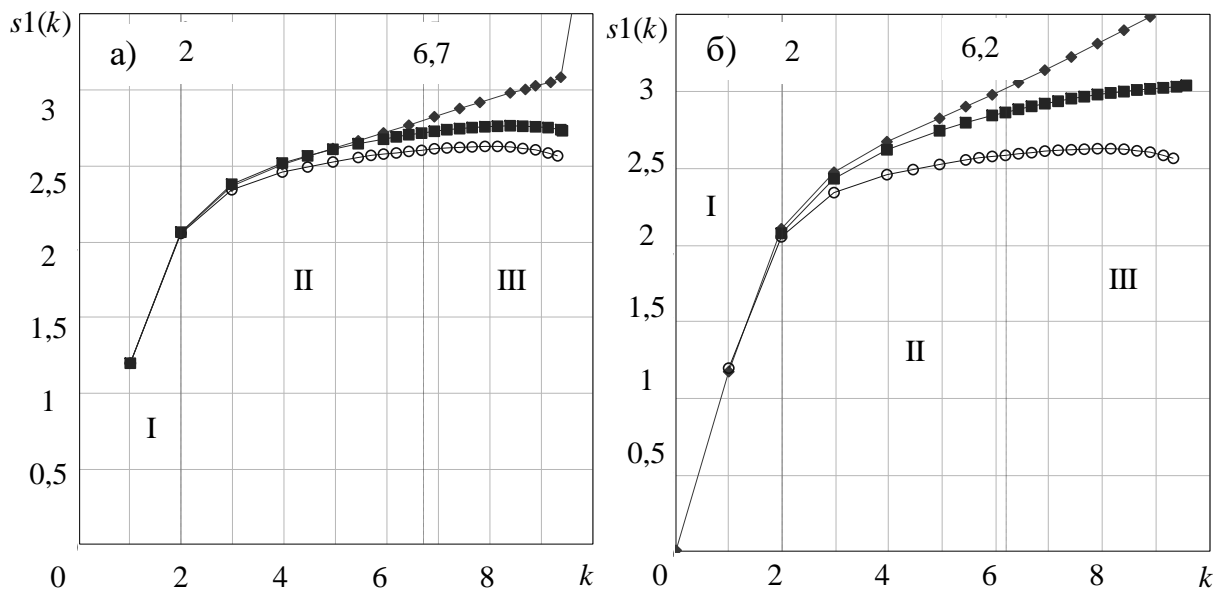


Рис. 5 – Графики зависимостей $s_1(k)$ для модели 11($a=40; t=20$); а) модуль упрочнения $G_p=1200\text{MPa}$; б) модуль упрочнения $G_p=3000\text{MPa}$. Вид кривой: \blacklozenge – Билинейная, \circ – Билинейная без упрочнения ($G_p=0$); \blacksquare – степенная.

Fig. 5 – graphs of dependencies $s_1(k)$ for model 11($a=40; t=20$); а) hardening module $G_p=1200\text{MPa}$; б) hardening module $G_p=3000\text{MPa}$. Type of curve: \blacklozenge - Bilinear, \circ - Bilinear without hardening ($G_p=0$); \blacksquare – power function

Замечено, что на II этапе нагружения на всех моделях самое большое расхождение возникает на правой его границе. Далее, на III этапе, расхождение между результатами моделей со степенной и билинейной кривыми деформирования расходятся значительно, что объясняется развитием значительных пластических деформаций.

Для оценки расхождения параметра s_1 рассматривались значения на границе второго и третьего этапов. При этом использовались относительные отклонения от результатов моделей с билинейной кривой деформирования без упрочнения ($G_p=0$), значения отклонений сведены в таблицу 2.

Таблица 2. Относительные отклонения параметра s_1 на границе II и III участков.
Table 2. Relative deviations of parameter s_1 at the border of sections II and III.

№ образца	Относительное отклонение $\delta, \%$			
	Кривые деформирования, соответствующие модулю упрочнения $G_p=1200\text{MPa}$		Кривые деформирования, соответствующие модулю упрочнения $G_p=3000\text{MPa}$	
	Билинейная	Степенная, $m=0,02$	Билинейная	Степенная, $m=0,05$
01	1,9	2,2	6,9	7,8
03	2,9	3,3	7,8	8,4
05	3,5	3,1	12,4	8,8
11	2,8	3,1	6,7	7,9
13	4,3	2,8	10,4	9,6
15	7,7	4,6	14,5	9,8

Расхождение параметра s_1 у моделей с билинейной и степенной кривыми деформирования определяется как $\gamma = |\delta_b - \delta_c|$, где δ_b – относительное отклонение при билинейной диаграмме деформирования, δ_c – относительное отклонение при степенной диаграмме деформирования. Получено что расхождение γ на границе II и III этапов имеет наименьшее значение $\gamma_{01} = |\delta_{b01} - \delta_{c01}| = |1,9 - 2,2| = 0,3\%$ (для образца 01 при $G_p=1200\text{MPa}$), а наибольшее $\gamma_{15} = 4,7\%$ (для образца 15 при $G_p=3000\text{MPa}$).

На основании данных таблицы 2 получена зависимость отклонения γ от размера трещины (рис.6). Таким образом, можно сделать вывод, что модели с более высоким значением модуля пластического упрочнения более чувствительны к виду кривой деформирования. Также величина

отклонения γ слабо зависит от размера трещины при меньшей толщине образца, эта зависимость становится значительнее с повышением толщины образца до 20мм.

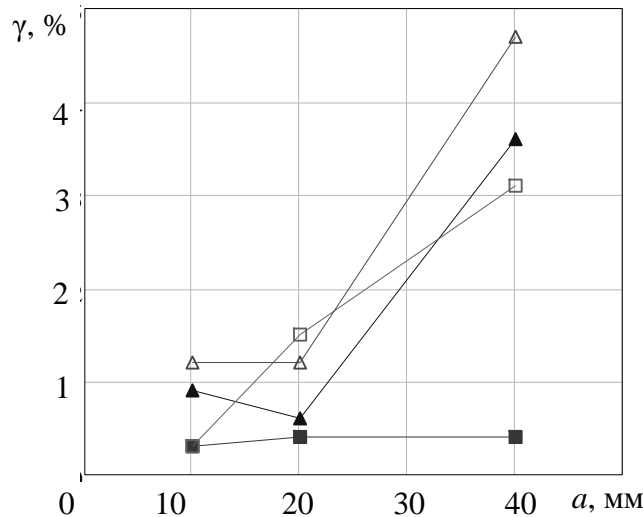


Рис. 6 – график зависимости отклонения γ от размера трещины a . Обозначения графиков: ■ и ▲ - γ толщине образца $t=10$ мм и $G_p=1200$ МПа и 3000 МПа соответственно; □, △ - γ при толщине образца $t=20$ мм и $G_p=1200$ МПа и 3000 МПа соответственно;
Fig. 6 – graph of the dependence of the deviation γ on the size of the crack a . Chart designations: ■ and ▲ - γ for the sample thickness $t=10$ mm and $G_p=1200$ MPa and 3000 MPa respectively; □, △ - γ for the sample thickness $t=20$ mm and $G_p=1200$ MPa and 3000 MPa respectively;

4 Conclusions

На основании приведенных результатов, можно судить о степени влияния вида кривой деформирования, используемых при численном анализе НДС стальных элементах конструкций. Выявлено, что большее влияние на расхождение результатов моделей с билинейной кривой деформирования и степенной кривой оказывает размер трещины.

Модели с высокими значениями модуля пластического упрочнения более чувствительны к виду кривой деформирования.

В связи с возрастающим расхождением результатов на третьем этапе нагружения, можно говорить о необходимости проведения дальнейшего исследования для определения модели деформирования, или, что предпочтительнее использование реальной диаграммы растяжения, полученной экспериментально для конкретной стали.

В случае использования силового критерия прочности в запас надежности рекомендуется использовать модель материала с билинейной диаграммой, которая дает большую степень деформационного упрочнения.

5 Acknowledgements

Авторы выражают благодарность Соколову Сергею Алексеевичу, д-ру технических наук, профессору Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, г.Санкт-Петербург, Россия, в поддержке исследования. (Sokolov Sergei Alekseevich, doctor of Engineering Science, professor, Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University).

References

1. Rosenstein, I.M. Features of Brittle Destruction of Vertical Steel Welded Tanks. TERRITORIJA NEFTEGAS. 2007. 73(3). Pp. 53–57.
2. Mohseni, P., Solberg, J.K., Akselsen, O.M., Østby, E. Application of electron backscatter diffraction (EBSD) on facet crystallographic orientation studies in Arctic steels. Proceedings of the International Offshore and Polar Engineering Conference. 2011. Pp. 402–406.
3. Akimenko, O.Y. Avarii kranov iz za hrupkih razrusheniy metallokonstruktsiy. Eurasian Union of

Vasilyev, I.; Bortyakov, D.; Grachev A.

The Stress-Strain State of a Metal Cracked Plate with the Various Types of the Deformation Curve 2020; Construction of Unique Buildings and Structures; Volume 92 Article No 9205. doi: 10.18720/CUBS.92.5

- Scientists. 2015. 19(10–2). Pp. 75–76.
4. Fuller, R.W., Ehergott, J.Q., Heard, W.F., Robert, S.D., Stinson, R.D., Solanki, K., Horstemeyer, M.F. Failure analysis of AISI 304 stainless steel shaft. *Engineering Failure Analysis*. 2008. 15(7). Pp. 835–846. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2007.11.001>.
 5. Bradt, R.C., Scott, A.N. Crack extension in refractories. *Proceedings UNITECR 2011 Congress: 12th Biennial Worldwide Conference on Refractories - Refractories-Technology to Sustain the Global Environment*. 2011. Pp. 856–863.
 6. M. Krejsa L. Koubova J. Flodr J. Protivinsky Q. T. Nguyen. Probabilistic prediction of fatigue damage based on linear fracture mechanics. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2017. (39). Pp. 143–159.
 7. Livne, A., Bouchbinder, E., Fineberg, J. Breakdown of linear elastic fracture mechanics near the tip of a rapid crack. *Physical Review Letters*. 2008. 101(26). DOI:10.1103/PhysRevLett.101.264301.
 8. Cuenca, C.A., Sarzosa, D.F.B. Modeling ductile fracture using critical strain locus and softening law for a typical pressure vessel steel. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2020. 183. DOI:10.1016/j.ijpvp.2020.104081.
 9. Matvienko, Y.G. The simplified approach for estimating probabilistic safety factors in fracture mechanics. *Engineering Failure Analysis*. 2020. 117. DOI:10.1016/j.engfailanal.2020.104814.
 10. Matvienko, Y.G. The effect of crack-tip constraint in some problems of fracture mechanics. *Engineering Failure Analysis*. 2020. 110. DOI:10.1016/j.engfailanal.2020.104413.
 11. Wang, X. Two-parameter characterization of elastic-plastic crack front fields: Surface cracked plates under uniaxial and biaxial bending. *Engineering Fracture Mechanics*. 2012. DOI:10.1016/j.engfracmech.2012.07.014.
 12. Park, J., Lee, K., Sung, H., Kim, Y.J., Kim, S.K., Kim, S. J-integral Fracture Toughness of High-Mn Steels at Room and Cryogenic Temperatures. *Metallurgical and Materials Transactions A: Physical Metallurgy and Materials Science*. 2019. DOI:10.1007/s11661-019-05200-5.
 13. Neimitz, A., Graba, M., Gałkiewicz, J. An alternative formulation of the Ritchie–Knott–Rice local fracture criterion. *Engineering Fracture Mechanics*. 2007. 74(8). Pp. 1308–1322. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2006.07.015>.
 14. Matvienko, Y.G. Kriterii osredneniia napriazhenii V.V. Novozhilova i diagrammy treshchinostoikosti. *Trudy TcNII im. akad. A.N.Krylova*. 2010. 337(53.1). Pp. 93–98. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=28368187>.
 15. Sibilev, A.V., Mishin, V.M. Assignment cold brittleness criteria of steel samples based on the criteria of local destruction. *Fundamental research*. 2013. (4). Pp. 843–847. URL: <https://www.fundamental-research.ru/en/article/view?id=31283>.
 16. Sokolov, S.A., Grachev, A.A. Local criterion for strength of elements of steelwork. *International Review of Mechanical Engineering*. 2018. 12(5). Pp. 448–453. DOI:10.15866/ireme.v12i5.14582.
 17. Sokolov, S.A., Grachev, A.A., Vasil'ev, I.A. Strength of Cracked Steel Structural Components at Negative Temperatures. *Russian Engineering Research*. 2020. DOI:10.3103/S1068798X20020203.
 18. Sokolov, S., Vasilyev, I., Manzhula, K. The strength of welded structures at low climatic temperatures. *MATEC Web of Conferences*. 2018. DOI:10.1051/mateconf/201824508001.
 19. Shtayura, S.T. Influence of stiffness of the stressed state under biaxial loading of tubular specimens on the strength characteristics of 20 steel in hydrogen. *Materials Science*. 2015. 51(2).

Pp. 254–260. DOI:10.1007/s11003-015-9837-5.

20. Karkhin, V.A., Kopel'man, L.A. STRESS CONCENTRATION IN BUTT WELDS. *Weld Prod.* 1976. 23(2). Pp. 8–9.