




Frequency-Dependent Dynamic Characteristics of the Soil Foundation

Shokin, Aleksei Aleksandrovich¹ 

Semenov, Daniil Arkadievich^{2*} 

¹ Saint Petersburg Mining University, St. Petersburg, Russian Federation

² Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

* dan290797@gmail.com

Keywords:

Soil-structure interaction; Frequency domain; Dynamic response; Earthquake engineering; Foundation vibration; Soil Dynamic; Perfectly matched layers

Abstract:

The object of the research is the dynamic characteristics of the soil foundation used for calculating structures for seismic loads. The purpose of this work is a comparative analysis of dynamic characteristics for different types of soils. The impact of the embedment of the foundation is also assessed. The article compares the normative and finite element methods of calculation. **Method.** The dynamic characteristics are determined from the solving of the task of harmonic vibrations of a stamp on an elastic half-space. The finite element model was verified using an analytical solution. To simulate an infinite region in the limited volume of soil, elements that absorb the energy of vibrations (Perfectly Matched Layer) were used. **Results.** Verification of the finite element model showed an acceptable error with an analytical solution. By solving a number of problems, it was found that the normative formulas for calculating dynamic characteristics give correct values only for low-frequency effects. Comparison graphs show a sharp increase in the frequency dependence of characteristics when soil conditions degrade (the shear wave velocity decreases).

1 Introduction

На территории Российской Федерации имеются районы с установленными и возможными очагами землетрясений [1], [2]. В соответствии с нормами [3], проектирование зданий и сооружений, расположенных в сейсмоопасных зонах, следует проводить с учетом динамического взаимодействия с грунтовым основанием. В гражданских строительных нормах отсутствуют рекомендации и методы учета взаимодействия сооружений с грунтом. Особые требования по обеспечению безопасности в районах с высокой сейсмической активностью имеют наиболее ответственные сооружения (например, атомные электростанции), для которых применяется иная нормативная документация.

Одним из этапов совместного динамического расчета является вычисление эквивалентных динамических характеристик грунтового основания – динамической жесткости и демпфирования. В отраслевых нормах проектирования атомных электростанций [4], [5], [6], [7] описана методика моделирования грунтового основания с помощью набора пружин-демпферов, численные характеристики которых вычисляются по формулам. В научно-технической литературе описаны более прогрессивные методы определения характеристик пружин [8], [9]. В этих источниках предложены полуэмпирические формулы вычисления грунтовых характеристик. Данные формулы имеют ряд ограничений: частотная независимость жесткости и демпфирования, простейшая форма фундамента, однородность основания и отсутствие возможности учёта заглубления. Учёт частотной зависимости, а также ограничений, позволил бы снизить консерватизм при расчетах на сейсмическое воздействие.

Аналитическое решение задачи о колебаниях штампа на упругом полупространстве получено лишь для штампов простейших форм на однородном основании [10], [11], [25] поэтому для расчета более сложных моделей следует использовать численные методы решения.

На данный момент существуют программные комплексы (ACS SASSI, CLASSI) [12], [13], [14], [24] которые позволяют учесть вышеперечисленные ограничения, однако они узкоспециализированные и требуют очень высокой вычислительной мощности.

В итоге, в настоящее время не существует общедоступных, универсальных и точных методов учёта динамической жёсткости: они, как правило, позволяют проводить расчёт в узком диапазоне условий, а в остальных случаях, требуют слишком больших затрат ресурсов.

В данной статье излагаются рекомендации к построению расчетной модели в конечно-элементной программе для определения динамических характеристик грунта, учитывая названные ограничения. Также проводится сравнение результатов расчета для различных типов оснований.

2 Materials and Methods

Для проведения численного расчета используется модель, описывающая гармонические колебания штампа на упругом полупространстве [15]. Штмп принят абсолютно жестким. Взаимодействие по контактным поверхностям принимается связным, не учитывающим проскальзывания и отрыва штампа.

Постановка граничных условий в выделенном объеме грунта осуществляется с применением так называемого идеально согласованного слоя (Perfectly Matched Layer), поглощающего энергию колебаний. Включение в расчетную схему PML-элементов позволяет симитировать бесконечную область в ограниченном объеме грунта [16], [17], [18], [22]. Использование данного метода позволило снизить размер конечно-элементной модели, требуемой для получения корректных результатов численного анализа.

Грунтовое основание представлено линейно деформируемой средой (средой линейной теории упругости), с характеристиками, принятыми согласно Eurocode 8 [19].

Для расчета используется сетка из 8-ми узловых изопараметрических конечных элементов [23]. Густота сетки принимается постоянной для корректного моделирования волновых процессов в основании. Шаг сетки, согласно [6], [20], [21] регламентируется следующим правилом: в длину волны сдвига, при наибольшей исследуемой частоте, должно укладываться не менее пяти конечных элементов.

$$L_{кэ} \cdot 5 = \frac{V_s}{f_{max}} \quad (1)$$

где V_s – скорость волн сдвига в основании;
 f_{max} – максимальная исследуемая частота.

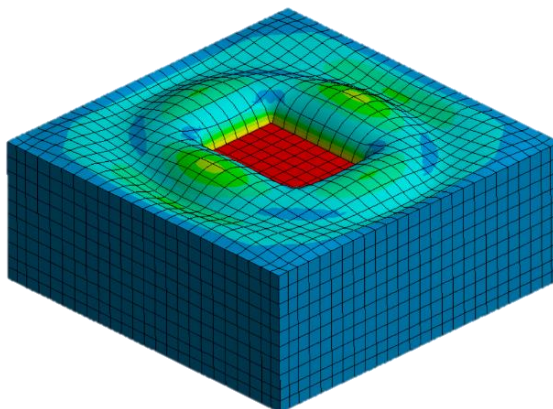


Рис. 1 - Расчетная схема при скорости волн сдвига в основании 1100 м/с
Fig. 1 - Calculation scheme for shear wave velocity in the foundation of 1100 m/s

3 Results and Discussion

3.1 Верификация расчетной схемы

Верификация численной модели сводится к сопоставлению результатов аналитического решения [10], [11], [26]. В качестве сравниваемой модели выбран круглый безмассовый штамп, подстилаемый упругим полупространством. Радиус штампа R принят 18.9 метров. Расчетная схема, а также принятые размеры выделенной области грунта представлены на Рис. 2.

Для расчета используются следующие характеристики материала полупространства:

- Модуль Юнга – $6.04 \cdot 10^9$ Па;
- Коэффициент Пуассона – 0.27;
- Плотность материала полупространства – 2000 кг/м³.

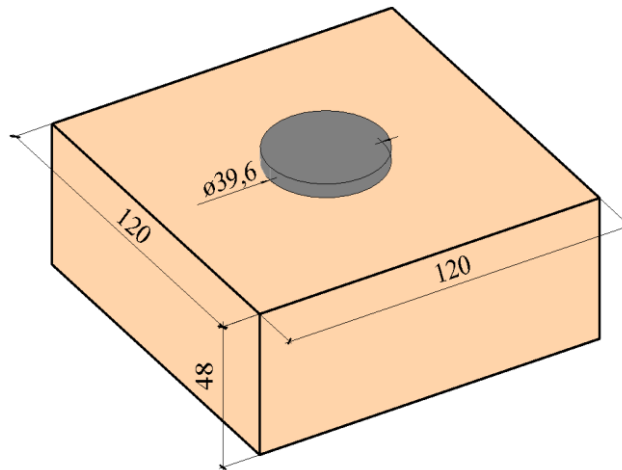


Рис. 2 - Расчетная схема аналитического решения
Fig. 2 - Calculation scheme of the analytical solution

Силовым граничным условием является вертикально приложенная гармоническая нагрузка:

$$P(\omega) = P_0 e^{i\omega t}, \quad (2)$$

где $P_0=1$ Н– амплитудное значение нагрузки.

Гармонические колебания штампа имеют следующий вид:

$$B(\omega) = B_0 e^{i(\omega t + \varphi)} \quad (3)$$

где B_0 – амплитуда колебаний;

φ – угол сдвига фаз между перемещением штампа и возмущающей силой.

Искомую импедансную функцию можно записать как:

$$K(\omega) = \frac{P(\omega)}{B(\omega)} = \frac{P_0 e^{i\omega t}}{B_0 e^{i(\omega t + \varphi)}} = \frac{P_0 e^{i\omega t}}{B_0 e^{i\omega t} e^{i\varphi}} = \frac{P_0}{B_0 e^{i\varphi}} \quad (4)$$

$$B_0 e^{i\varphi} = \text{Re}B + i\text{Im}B = B_0 \cos\varphi + iB_0 \sin\varphi \quad (5)$$

Нормативное значение характеристик определены по формулам ASCE 4-16:

$$k_z = \frac{4GR}{(1-\nu)} \text{ Н/м } c_z = 0,85k_z R \sqrt{\frac{\rho}{G}} \text{ Нс/м} \quad (6)$$

Сравнение решений представлено на Рис. 3.

В диапазоне частот 20-25 Гц наблюдается погрешность порядка 11%, обусловленная наличием несогласованной конечно-элементной сетки в месте контакта штампа с полупространством. Данный недостаток характерен лишь для криволинейных в плане штампов.

Полученные результаты свидетельствуют о допустимой сходимости решений на всем диапазоне частот.

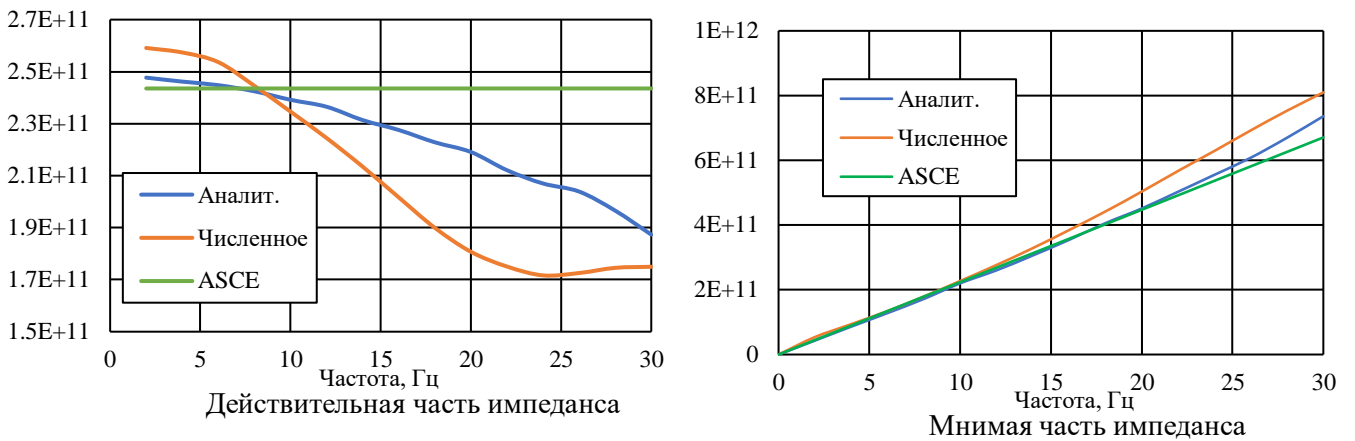


Рис. 3 - Сравнение аналитического и численного решений
Fig. 3 – Comparison of analytical and numerical solutions

3.2 Результаты расчета

Рассмотрены колебания прямоугольного штампа с габаритами 40x28 м на упругом полупространстве с различными характеристиками (тип А - С).

Используемые в расчете типы грунтов и их характеристики представлены в Таблица 1. Скорости волн сдвига для каждого типа приняты согласно Eurocode 8.

Нормативные значения динамических характеристик грунта приняты по ASCE 4-16.

Исследуются динамические характеристики, соответствующие шести степеням свободы штампа: вертикальная, две горизонтальные, две качательные, одна крутильная.

Таблица 1. Принятые характеристики грунта
Table 1. The accepted characteristics of the soil

Тип грунта	А		В	С
	1	2	3	4
Плотность ρ , кг/м ³	2600	2000	2000	2000
Модуль упругости Е, Па	$3.02 \cdot 10^{10}$	$6.15 \cdot 10^9$	$2.65 \cdot 10^9$	$5.92 \cdot 10^8$
Модуль сдвига G, Па	$1.26 \cdot 10^{10}$	$2.42 \cdot 10^9$	$9.8 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^8$
Коэффициент Пуассона ν	0.2	0.27	0.35	0.48
Скорость распространения продольных волн V_p , м/с	3800	1900	1700	1100
Скорость распространения поперечных волн V_s , м/с	2200	1100	700	300

Штамп поверхностного заложения

Импедансные функции для поступательных колебаний определяются как отношение приложенной силы к действительной или мнимой части перемещения.

В случае с качательными или крутильными колебаниями искомые функции определяются как отношение приложенного момента к действительной или мнимой части угла вращения штампа.

$$K(\omega) = \frac{M(\omega)}{\varphi(\omega)} \tag{6}$$

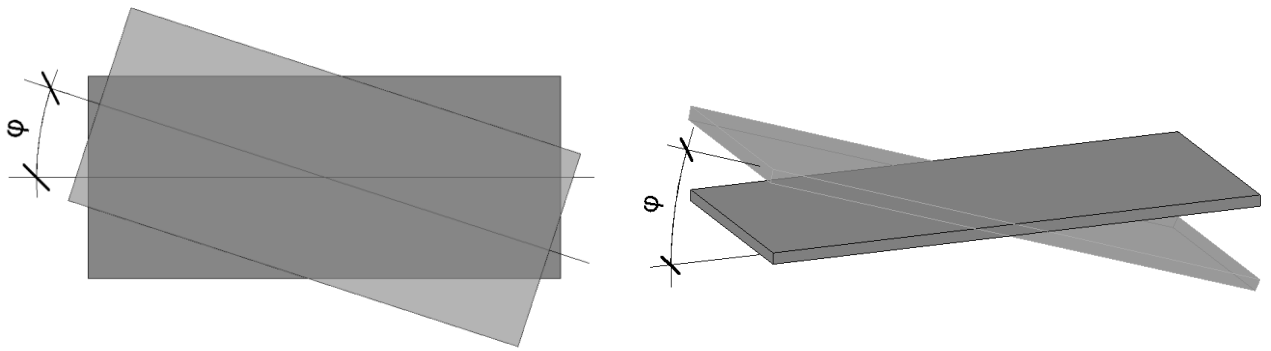


Рис. 4 - Угловые колебания штампа (крутильные и качательные)
Fig. 4 - Angular vibrations of the stamp (torsion and rocking)

На рисунках 5-8 представлены импедансные функции четырех типов колебаний (вертикальных, горизонтальных, крутильных и качательных), для грунта скоростью сдвиговых волн $V_s = 1100$ м/с (тип грунта A2).

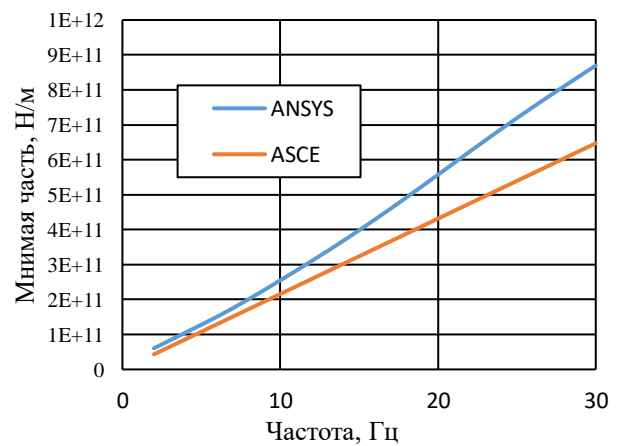
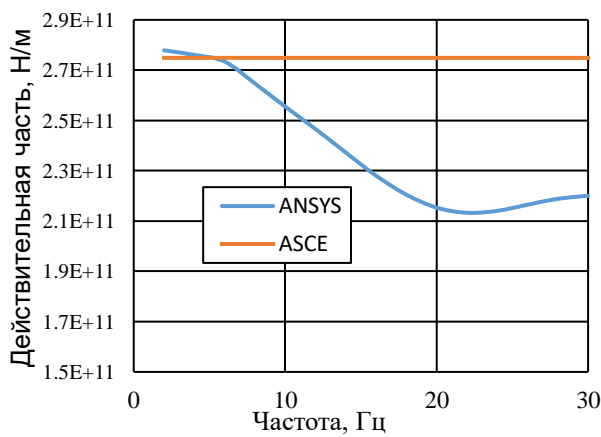


Рис. 5 - Вертикальные колебания
Fig. 5 - Vertical vibrations

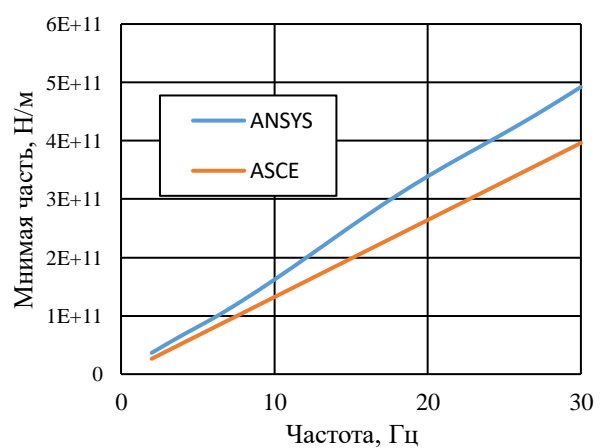
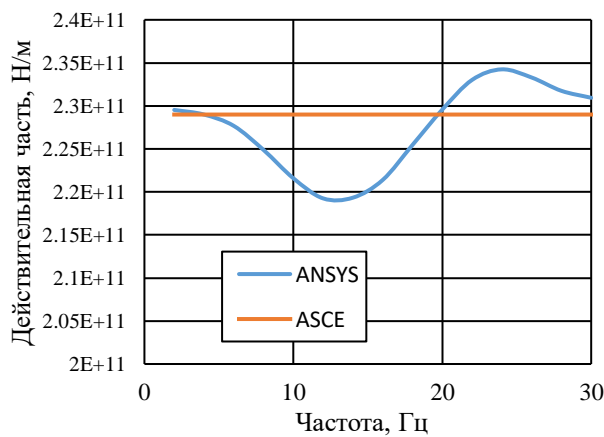


Рис. 6 - Горизонтальные колебания
Fig. 6 - Horizontal vibrations

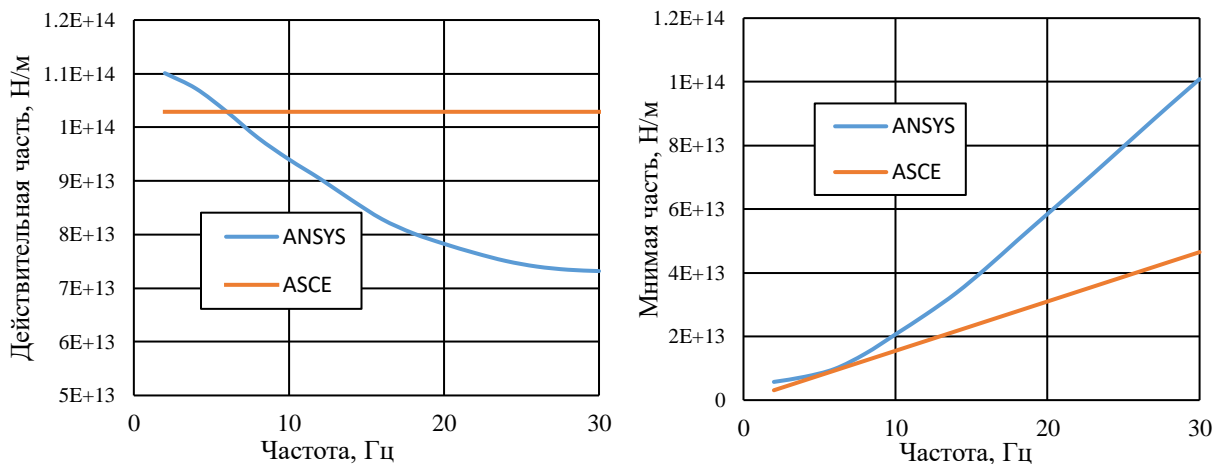


Рис. 7 - Крутильные колебания
Fig. 7 - Torsional vibrations

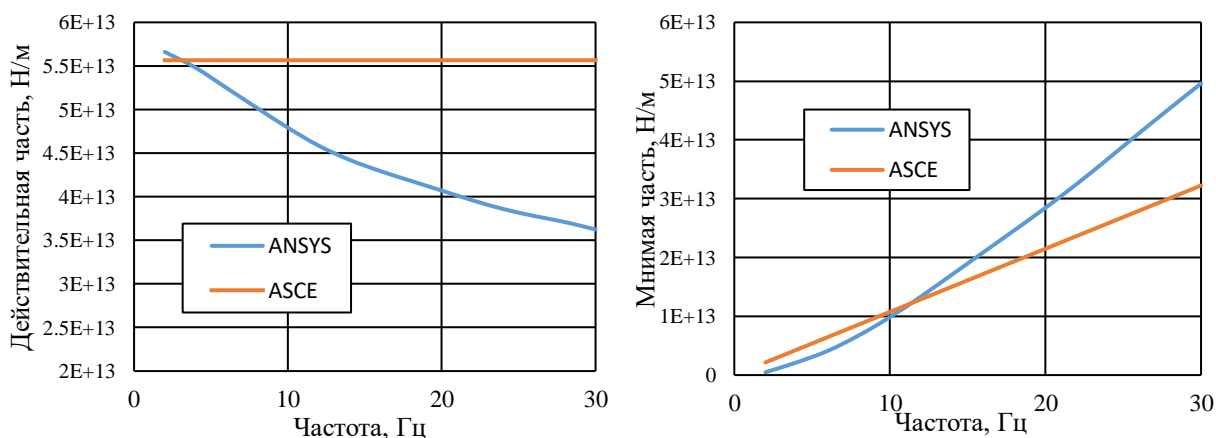


Рис. 8 - Качательные колебания
Fig. 8 - Rocking vibrations

Действительные и мнимые части всех импедансных функций имеют нелинейную частотную зависимость. Единственным исключением является горизонтальный импеданс. Его действительная часть существенно меньше зависит от частоты, а мнимая примерно пропорциональна частоте.

Отметим, что нормативное допущение о постоянной действительной и линейной мнимой частях весьма условно. Эмпирические нормативные формулы достаточно точно описывают решение задачи лишь при малых частотах (2-7 Гц).

Импедансные функции существенно различаются друг от друга в зависимости от характеристик основания. Рассмотрим вертикальные колебания штампа для четырех типов грунта (А-С). На Рис. 9 представлены действительные части функции в относительных величинах. Для скальных и полускальных грунтов (тип А1, А2) частотная зависимость динамических характеристик минимальна. С ухудшением грунтовых условий частотная зависимость действительной части стремительно растет. Более того, для грунтов категории С ($V_s=700$ м/с) она принимает отрицательные значения. Частотная зависимость мнимой части остается приближенно линейной для всех типов грунтов.

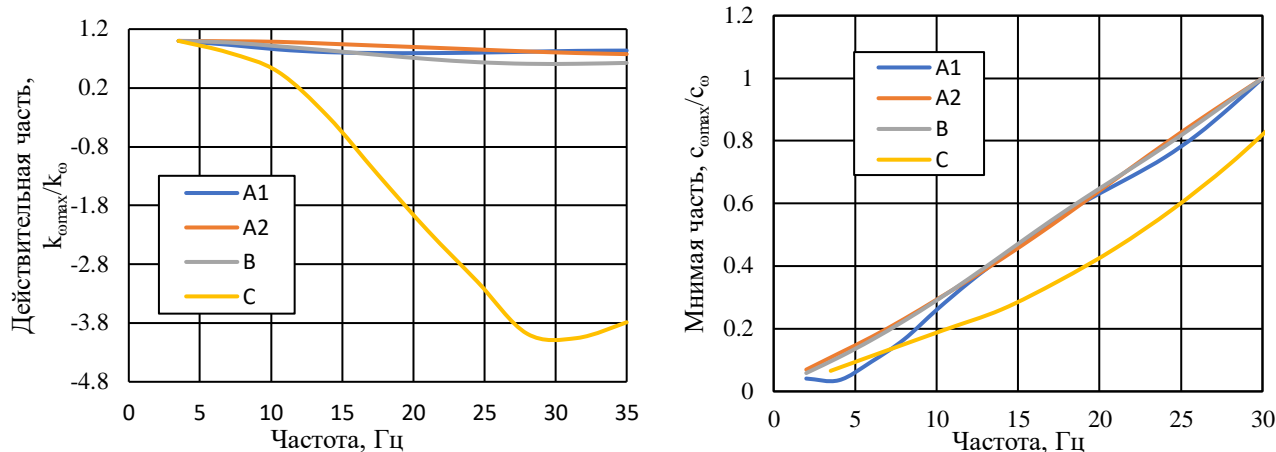


Рис. 9 - Вертикальные колебания для различных типов грунтов
Fig. 9 – Vertical vibrations for different types of soil

Заглубленный штамп

Рассмотрим влияние заглубления штампа на поведение импедансных функций (Рис. 10).

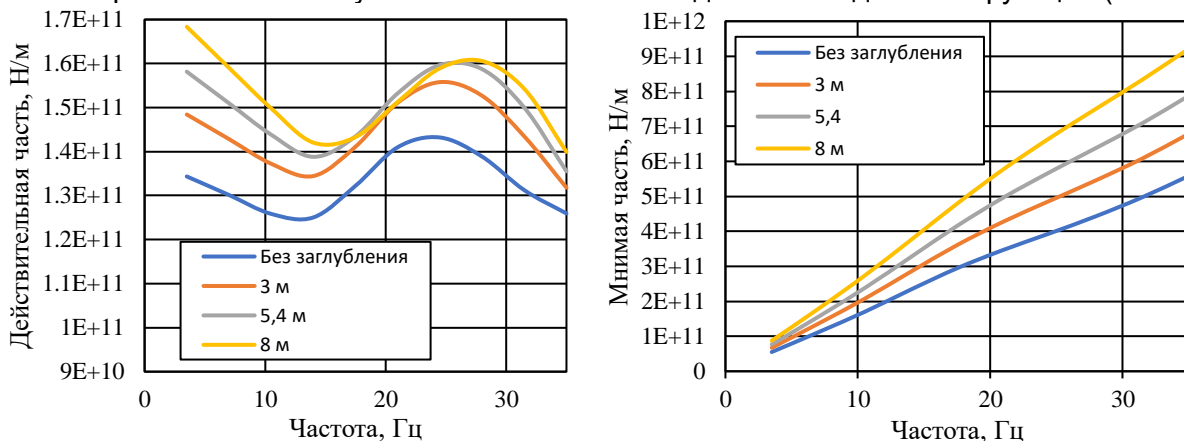


Рис. 10 - Жесткости основания при различных заглублениях штампа
Fig. 10 - The stiffness of the foundation in various cavities of the stamp

При увеличении площади поверхности контакта значения мнимых и действительных импедансов растёт. В нормативных формулах данный эффект никак не учитывается, что свидетельствует о том, что рассчитанные эквивалентные динамические характеристики по ASCE 4-16 не будут отражать реальное поведение системы. Данный фактор приводит к искажению расчётов прочности и поэтажных спектров отклика.

4 Conclusions

Приведенные в статье результаты демонстрируют, что нормативные методы учета грунтового основания при динамических расчетах корректно описывают его работу лишь для очень жестких типов грунтов. (скальных, полускальных). Для менее жестких оснований наблюдаются большие различия в результатах расчета. Нормативные эмпирические формулы позволяют корректно описать решение только на малых частотах (0-7 Гц) и для штампов типовой формы (круг, кольцо, четырехугольник). Для штампов более сложной формы возможен лишь численный расчет импедансных функций.

Корректное численное решение задачи о колебаниях штампа на упругом полупространстве возможно лишь при соблюдении ряда условий:

- для моделирования грунта принимается КЭ-сетка постоянной густоты;
- в длину волны сдвига, при наибольшей исследуемой частоте, должно укладываться не менее пяти конечных элементов;
- учет любых типов нелинейностей не допускается;

- необходима постановка специальных граничных условий в выделенном объеме грунта, поглощающих энергию колебаний, например, идеально согласованный слой (Perfectly Matched Layer).

Таким образом, импедансный метод учета работы основания при динамических расчетах позволяет снять ограничение о частотной зависимости грунтовых характеристик. Но в то же время импедансный метод не снимает ограничения об абсолютной жесткости фундамента и о линейной работе грунтового основания. Данная постановка задачи применима для всех типов оснований, несклонных к разжижению, однако ее использование может привести к излишне консервативным результатам расчета. Учет фактической нелинейности в основании возможен при использовании в модели деградированных (измененных в следствие прохождения сейсмических волн) свойств грунта, полученных при расчете прохождения воздействия через слоистое основание (метод эффективных линейных характеристик), что является следующим шагом исследования.

References

1. Guseva, T.V., Krupennikova, I.S., Mokrova, A.N., Perederin, V.P., Rozenberg, N.K. Satellite monitoring and seismic activity of the North-West of Russia. *Geophysical Research*. 2020. 21(1). Pp. 24-32. DOI: 10.21455/gr2020.1-2.
2. Razumov, V.V., Razumova, N.V., Linkov, A.D., Kondratieva, N.V., Guseynova, N.O., Gadzhibekov, M.I. Earthquake manifestation activity in the border territories of the south of the European part of Russia. *South of Russia: Ecology, Development*. 2020. 15(2). Pp. 91-102. DOI: 10.18470/1992-1098-2020-2-91-102.
3. Russian Building Code SP 14.13330.2018 Seismic building design code. Moscow, 2018, 122 p. URL: <http://docs.cntd.ru/document/550565571> (date of application: 25.11.2018).
4. Construction Design Standards for Nuclear Power Plants with Various Types of Reactors. PIN AE-5.6. The Department of Nuclear Energy, 1987. 24 p. URL: <http://docs.cntd.ru/document/1200062964> (date of application: 01.01.1987).
5. Standard for Designing Earthquake-resistant Nuclear Power Plants. NP-031-01. Atomenergoproekt, Moscow, 2010. 26 p. URL: <http://docs.cntd.ru/document/1200035149> (date of application: 01.01.2002).
6. Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures and Commentary. The American Society of Civil Engineers (ASCE), 2017. 204 p. DOI:10.1061/9780784413937
7. EN 1998:1-2004 Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings. European Committee for Standardization, 2011. 231 p. URL: <https://www.phd.eng.br/wp-content/uploads/2015/02/en.1998.1.2004.pdf> (date of application: 01.12.2004).
8. Gazetas, G. Analysis of Machine Foundation Vibrations: State of The Art. *International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 1983. 2(1). Pp. 2-42. DOI: 10.1016/0261-7277(83)90025-6.
9. Sargsyan, A.E. Dynamics and Earthquake Resistance of Nuclear Power Plant Structures. Sarov, 2015. 550 p. URL: https://rusneb.ru/catalog/000200_000018_RU_NLR_BIBL_A_010397433.
10. Korenev, B.G., Rabinovich, I.M. Dynamic Calculations of Structures for Special Impacts. Moscow, 1981. 215 p. URL: <https://search.rsl.ru/ru/record/01001054830>.
11. Radisic, M., Petronijevic, M., Muller, G. Vibrations of Flexible Strip on Viscoelastic Halfspace. 10th International Conference on Structural Dynamics. 2017. 199(1). Pp. 2420-2425. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.09.314.
12. Gustavo, A. SHAKE2000. A Computer Program for 1-D Analysis of Geotechnical Earthquake Engineering Problems. University of California, Berkley, 2005. 266 p. URL: <http://www.geomotions.com/Download/SHAKE2000Manual.pdf>.
13. Kim, J.-M., Lee, E.-H., Lee, D.-E., Lee, C., Yang, S. Influence of radius of central soil column in POINT module of the SASSI program on seismic response of foundation. *Journal of Earthquake Engineering*. 2018. 22(3). Pp. 520-532. DOI: 10.1080/13632469.2016.1264321.
14. Yang, K.-Y., Song, J.-K., Kim, J.-S. Evaluation of embedment effect in soil-structure interaction analysis considering dynamic characteristics of nuclear power plant structure and soil. *Journal of the Korea Concrete Institute*. 2019. 31(5). Pp. 437-447. DOI: 10.4334/JKCI.2019.31.5.437.

15. Luco, J.E., Mita, A. Response of a circular foundation on a uniform half-space to elastic waves. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 1987. 15(1). Pp. 105-118. DOI: 10.1002/eqe.4290150108.
16. Bolisetti, C., Whittaker, A.S., Coleman, J.L. Linear and nonlinear soil-structure interaction analysis of buildings and safety-related nuclear structures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2018. 107(1). Pp. 218-233. DOI: 10.1016/j.soildyn.2018.01.026.
17. Froio, D., Rizzi, E., Simoes, F.M.F., da Costa, A.P. A true PML approach for steady-state vibration analysis of an elastically supported beam under moving load by a DLSFEM formulation. *Computers and Structures*. 2020. 239(1). DOI: 10.1016/j.compstruc.2020.106295.
18. Basu, U., Chopra, A.K. Perfectly matched layered for transient elastodynamics of unbounded domains. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2004. 59(8). Pp. 1039-1074. DOI: 10.1002/nme.896.
19. EN 1998:5-2004 Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 5: Foundations, retaining structures and geotechnical aspects. European Committee for Standardization, 2004. 47 p. URL: <https://www.phd.eng.br/wp-content/uploads/2014/11/en.1998.5.2004.pdf> (date of application: 01.11.2004).
20. Lysmer, J., Kuhleymer R.L. Finite Dynamic Model for Infinite Media. *Journal of the Engineering Mechanics Division*. 1969. 95(4). Pp. 859-877. DOI: 10.1061/JMCEA3.0001144.
21. PEER/ATC 72-1: Modeling and acceptance criteria for seismic design and analysis of tall buildings, 2010. 242 p. URL: https://peer.berkeley.edu/sites/default/files/peer-atc-72-1_report.pdf.
22. Whitman, R.V., and Richart, F.E. Design procedures for dynamically loaded foundations. *Geotechnical Special Publications*. 2006. 93(118). Pp. 1-57. DOI: 10.1061/JSFEAQ.0001050.
23. Stevenson, J. D., Coman, O. Design of hazardous mechanical structures, systems and components for extreme loads. The American Society of Mechanical Engineers. 2006. 300 p. DOI: 10.1115/1.802426.
24. Argyris, J., and Mlejnek, H-P. Dynamics of structures. The Netherlands, 1991. 606 p. DOI: 10.1017/S0001924000024556.
25. Huang, Y.-N., Whittaker, A. S., Luco, N. A probabilistic seismic risk assessment procedure for nuclear power plants: (I) Methodology. *Nuclear Engineering and Design*. 2011. 241(9). Pp. 3996-4003. DOI: 10.1016/j.nucengdes.2011.06.051.
26. Gao, L., Zejun H., Jiando Li. An efficient approach for dynamic impedance of surface footing on layered-halfspace. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2013. 49(1). Pp. 39-51. DOI: 10.1016/j.soildyn.2013.01.008.