



Review Article

Received: July 01, 2021

Accepted: July 14, 2021

Published: July 14, 2021

ISSN 2304-6295

The Influence of Concrete Composition on the Ratio of Strength to Elastic Modulus as a Criterion of Crack Resistance

Barabanshchikov, Yuri Germanovich¹ Pham, The Hien¹

¹ Peter The Great Polytechnic University, Saint-Petersburg, Russian Federation; ugb@mail.ru (B.Yu.G.); phamthehien710@gmail.com (P.T.H)

Correspondence:* email phamthehien710@gmail.com; contact phone [+79816934628](tel:+79816934628)

Keywords:

Concretes; Concrete; Cement; blast-furnace slag; silica fume; superplasticizer; multivariate regression analysis; strength; elastic modulus.

Abstract:

Research object. The multivariate regression analysis of the modulus of elasticity and strength of concrete shows dependence on the composition of concrete (C , W/C , aggregate content) and additives (ground blast furnace slag, microsilica, superplasticizer). Portland cement CEM I 42.5 N was used. **Results.** It was found that with the same types of aggregates, the modulus of elasticity and the strength of concrete depend mainly on the water-cement ratio and cement consumption. In this case, regardless of the composition of concrete and its age, there is a linear correlation between the strength R and the modulus of elasticity E . From the point of view of the crack resistance of concrete, the ratio of strength to the modulus of elasticity R/E is of great importance since it shows the limiting value of elastic deformation before failure. This ratio increases with increasing concrete strength, but the aggregate factor translates all R/E values to a different level of correlation. In this case, it is not the quantity of aggregates that is essential, but their quality. So concrete on expanded clay gravel with the same strength has a lower modulus of elasticity than concrete on dense aggregate.

1 Introduction

При бетонировании монолитных конструкций важной проблемой является обеспечение способности бетона противостоять образованию трещин, вызываемых неравномерностью температурных и усадочных деформаций. Чем более высокие значения деформации растяжения до разрыва выдерживает бетон, тем выше его трещиностойкость. Предельная растяжимость бетона складывается из трех видов предельных деформаций при растяжении: упругой R_t/E_t (R_t и E_t – соответственно, предел прочности и модуль упругости при растяжении); пластической ε_1 и деформации ползучести ε_2 :

$$\varepsilon_{lim} = \frac{R_t}{E_t} + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (1)$$

Наибольшее значение имеет первое слагаемое в правой части уравнения. Для повышения трещиностойкости бетона необходимо повышать отношение R_t/E_t . Этого можно достигнуть двумя путями: повышая прочность при постоянном модуле упругости или понижая модуль упругости при постоянной прочности. Способы повышения прочности бетона в достаточной мере разработаны. Влияние различных факторов на модуль упругости изучено в меньшей степени. Известно, что модуль упругости бетона зависит от объема цементного теста, природы заполнителя, межфазной переходной зоны и плотности бетона [1].

Особое внимание в литературе уделяется влиянию вида и объемной доли крупного заполнителя. Считается, что модуль упругости бетона, как правило, тем выше, чем выше модуль составляющего заполнителя, но зависит также и от других факторов. Модуль упругости каждого



компонента влияет на модуль упругости композита. Разница между модулями оказывает значительное влияние на сцепление заполнителя. В работе [2] сделан вывод о том, что при уменьшении отношения E -заполнителя / E -матрицы концентрация напряжений в контактной зоне уменьшается, поэтому плохим решением является использование крупного заполнителя с высоким модулем упругости по отношению к цементному раствору. С другой стороны, заполнитель средней или низкой прочности и модуля упругости может быть ценным для сохранения целостности бетона. Сжимаемость заполнителя уменьшила бы повреждение бетона, в то время как прочный и жесткий заполнитель мог бы привести к растрескиванию окружающего цементного теста [1].

Нет сомнений в том, что модуль упругости увеличивается с увеличением прочности бетона на сжатие, но нет согласия относительно точной формы взаимосвязи. Можно отметить, что не существует общей взаимосвязи между прочностью и модулем упругости различных заполнителей [3]. Некоторые граниты, например, имеют модуль упругости 45 ГПа, а габбро и диабаз модуль упругости 85,5 ГПа, однако прочность всех этих пород находится в узком диапазоне от 145 до 170 МПа. В другой работе бетоны с доломитом, гранитом и кварцитом, практически с одинаковой прочностью на сжатие, показали радикально разные результаты. Все бетоны с доломитовым заполнителем имели самый высокий модуль упругости. Очень высокая прочность базальта не способствовала максимальной прочности бетона с этим заполнителем, и модуль упругости этого бетона не был самым высоким, хотя модуль упругости базальта в четыре раза выше, чем у гранита [4].

Опубликовано много исследований по изучению влияния резиновой крошки, как частичной замены заполнителей [5]–[9]. Добавление резиновой крошки эффективно снижает модуль упругости, однако прочность на сжатие также значительно снижается. Более того, изображения СЭМ продемонстрировали, что гидратация цемента вблизи частиц каучука была затруднена и приводила к плохой межфазной адгезии между цементным раствором и резиновой крошкой [5], [10].

P.L. Domone [11] проведя анализ и сравнение механических свойств бетонов на основании более чем 70 исследований сделал вывод, что модуль упругости самоуплотняющегося бетона может быть на 40 % ниже, чем у виброуплотняемого бетона при низкой (около 20 МПа) прочности на сжатие, но разница уменьшается до менее 5 % при высокой прочности (90–100 МПа), что автор связывает с влиянием объема цементного теста. В работе [12] получено, что модуль упругости цементной пасты больше у самоуплотняющихся бетонов, поскольку добавление мелочи известняка понижает пористость и создает более тонкую микроструктуру. Несмотря на это, модуль упругости самоуплотняющихся бетонов имеет тенденцию быть примерно на 2 % меньше, чем в обычных бетонах в результате большего количества цементного теста в самоуплотняющихся бетонах. Уменьшение модуля упругости с увеличением содержания пасты подтверждается и другими работами, например, [13]. Здесь также говорится, что с увеличением содержания мелкозернистого заполнителя по отношению ко всему заполнителю значение модуля упругости бетона уменьшается.

В.Сраеуе и др. [14], проанализировав более 250 научных статей приходят к мнению, что, учитывая большой разброс результатов, нельзя сделать однозначных выводов относительно влияния объема пасты на модуль упругости самоуплотняющегося бетона (SCC). Существенного влияния типа заполнителя на модуль упругости бетона также не наблюдается.

В работе [15] было проведено экспериментальное исследование 60 составов бетона. Определялось влияние водоцементного отношения, максимального размера заполнителя, типа заполнителя и содержания летучей золы. При заданном соотношении вода/цемент модуль упругости бетона был почти одинаковым независимо от размера крупного заполнителя. Добавление летучей золы существенно не повлияло на модуль упругости бетона. Модуль упругости бетона на известняковом заполнителе был ниже, чем у бетонов, изготовленных из заполнителей доломита, базальта или кварца. Соотношение R/E , полученное для низкопрочных бетонов, не соответствовало таковому для обычных бетонов. Соотношение R/E растет с увеличением прочности. Например, для высокопрочного бетона, с прочностью при сжатии от 70 до 104 МПа получено отношение прочности к секущему модулю упругости 2,18–2,69 МПа/ГПа [16].

В работе [17] установили, что увеличение плотности упаковки заполнителей на 8 и 10 % для бетонов с прочностью 25 и 40 МПа, соответственно, привело к среднему увеличению модуля упругости бетона на 21 % через 7 дней и 8 % через 28 дней.



В отношении различных добавок отмечается как положительное [18], так и отрицательное влияние на модуль упругости бетона молотого гранулированного доменного шлака в связи со снижением прочности бетона на сжатие [19], положительное влияние летучей золы при замене цемента в бетоне [20]. Отмечено также, что суперпластификаторы не влияют на модуль упругости, усадку и ползучесть [21].

На модуль упругости оказывают значительное влияние условия твердения [22]. Бетон, твердевший под водой, начиная с 3 суток, показал постоянное увеличение модуля упругости. Бетон, твердевший на воздухе после 3 суток влажного хранения, имел незначительное увеличение модуля упругости. В возрасте от 28 до 90 дней у этого бетона модуль упругости практически не возрастал, а позже началось его снижение. Известно также, что модуль упругости растет с увеличением влажности. Модуль упругости полностью пропитанного бетона увеличивался на 30 % по сравнению с полностью сухим бетоном [23].

Есть сведения о том, что модуль упругости обычного и высокопрочного бетона можно значительно улучшить при добавлении очень малых количеств эффективно диспергированных углеродных нанотрубок и нановолокон [24]. При этом увеличение модуля Юнга не связано с увеличением прочности на сжатие.

Повышение прочности и модуля упругости М. Nematzadeh и М. Naghipour [25] достигали путем сжатия свежего бетона в специальном аппарате под давлением около 12 МПа в течение шести дней. При этом отжимается и удаляется из бетона излишняя вода.

Прочность на сжатие сжатого бетона с различными эталонными значениями прочности бетона заметно увеличивается по сравнению с соответствующим несжатым бетоном. Увеличение прочности на сжатие достигало в отдельных случаях 160 %. Этот метод более эффективен для образцов с более низкой прочностью эталонного бетона.

Анализ литературных данных показывает, что не установлены способы независимого влияния на прочность или только на модуль упругости бетона, связь между которыми не является однозначной и описывается различными эмпирическими моделями [26]–[28]. В этих условиях R/E выступает в качестве основной функции, влияние на которую позволит регулировать трещиностойкость бетона.

Цель данной работы – оценить зависимость отношения прочности к модулю упругости, как критерия трещиностойкости, от параметров состава бетона.

Объектом исследования является бетон на керамзитовом гравии и плотных заполнителях с добавками молотого доменного шлака, микрокремнезема и суперпластификатора.

Задачами работы являются: 1) экспериментальные исследования прочности и модуля упругости бетона при сжатии, а также их отношения; 2) проведение многофакторного анализа экспериментальных данных по влиянию параметров состава бетона на эти свойства.

Обычно в инженерных расчетах принимают модуль упругости бетона при растяжении равным модулю упругости при сжатии. В данной работе предполагалось, что отношение R/E при сжатии и растяжении симбатны. Поэтому при сравнительных исследованиях о качественном влиянии результатов определения R/E на критерий (1) можно судить по данным испытаний на сжатие.

2 Materials and Methods

2.1 Материал

Экспериментальные исследования проводились в аккредитованной в системе Росаккредитации научно-испытательной лаборатории «Политех-СКИМ-Тест» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Россия.

Для изготовления бетона использовались:

1. Портландцемент ЦЕМ I 42.5 Н, цемент общестроительного назначения, нормального твердения, с вводом вспомогательных компонентов до 5.0 %, производства Heidelbergcement «сланцевский цементный завод «Цесла». Минеральный и химический состав которого приведены в таблицу 1 и таблицу 2.

Таблица 1. Минералогический состав клинкера, %
Table 1. The mineralogical composition of the clinker, %

C_2S	C_3S	C_3A	C_4AF
--------	--------	--------	---------



13.0 ± 1.3	59.0 ± 1.3	7.8 ± 0.5	10.4 ± 0.5
------------	------------	-----------	------------

Таблица 2. Химический состав цемента, %
Table 2. Chemical composition of cement, %

SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	CaO	MgO	SO ₃	Na ₂ O	K ₂ O	R ₂ O	Cl ⁻	H ₂ O
19.86	5.15	3.25	60.75	4.30	2.99	0.09	1.41	1.02	0.027	0.48

2. Песок природный с $M_k = 2,0 \dots 2,5$, I-го класса.

3. Щебень из плотных горных пород (гранитный) фракции 5...10 мм и 5...20 марки по прочности не менее 1200 и содержанием зерен лещадной и игловатой формы не более 15 % (2-й группы), соответствующий ГОСТ 8267-93 Щебень и гравий из плотных горных пород для строительных работ (Russian Federation standart GOST 8267-93 "Crushed stone and gravel of solid rocks for construction works. Specifications").

3. Керамзитовый гравий, фракции 0-20 мм. Изготовитель ООО «СУОР» (г. Новочебоксарск). Марка по насыпной плотности М900, марка по прочности П250.

4. Микрокремнезем конденсированный МКУ-85 по ТУ 5743-048-02495332-96. Производитель ОСП «Юргинский ферросплавный завод». Удельная поверхность 15 м²/г. Содержание SiO₂ – 91,2 %.

5. Шлак доменный гранулированный молотый, производства ООО «Мечел-материалы». Химический состав которого приведен в таблицу 3.

Таблица 3. Химический состав шлака, %
Table 3. Chemical composition of slag, %

S	K	SiO ₂	CaO	MnO	Al ₂ O ₃	MgO	TiO ₂	FeO
0,710	1,54	38,90	40,50	0,57	10,50	7,50	0,73	0,63

6. Суперпластификаторы Sika ViscoCrete 571 и Sika VC E78

7. Воздухововлекающая добавка Sika AER 200-CRC/A

2.2 Методы испытаний

Модуль упругости определяли согласно ГОСТ 24452-80 «Методы определения призмной прочности, модуля упругости и коэффициента Пуассона» (Russian Federation standard GOST 24452-80 Concretes. Methods of prismatic, compressive strength, modulus of elasticity and Poisson's ratio determination) на образцах-цилиндрах, диаметром 100 мм путем ступенчатого нагружения образца до уровня, равного (40 ± 5) % ожидаемой разрушающей нагрузки с выдержкой на каждой ступени от 4 до 5 мин.

На одно испытание изготавливали 6 образцов цилиндров – три для определения прочности и три для испытания на модуль упругости.

Правила выдерживания образцов и сроки испытаний принимали по ГОСТ 10180-2012 Методы определения прочности по контрольным образцам (Russian Federation standard GOST 10180-2012 Concretes. Methods for strength determination using reference specimens). Распалубка образцов производилась через 1 сутки после изготовления. Последующее время образцы хранились при температуре 20 ± 2 °С и относительной влажности воздуха не ниже 96 %.

Исследовали два вида бетона, приготовленных из одних и тех же материалов, отличающихся видом крупного заполнителя. В случае обычного бетона применяли гранитный щебень, в другом случае – керамзитовый гравий.

3 Results and Discussion

3.1 Обычный бетон

Результаты определения прочности и модуля упругости бетона в возрасте 28 и 56 суток приведены в табл. 1 (составы расположены в порядке возрастания прочности).

Варьируемые факторы. Пределы варьирования:

X1 – расход цемента $C = 260 \div 470$ кг/м³;

X2 – водоцементное отношение $W/C = 0,35 \div 0,66$;

X3 – доля песка от массы заполнителей $r = S/(S+A) = 0,420 \div 0,564$ (где S – расход песка, A – расход щебня);

Varabanshchikov, Yu.G.; Pham, T.H.

The influence of concrete composition on the ratio of strength to elastic modulus as a criterion of crack resistance; 2021; *Construction of Unique Buildings and Structures*; 97 Article No 9704. doi: 10.4123/CUBS.97.4



X4 – содержание шлака $SI = 0 \div 52,8$ % от массы цемента;
 X5 – содержание микрокремнезема $MS = 0 \div 15,6$ % от массы цемента;
 Содержание добавки суперпластификатора $SP = 0 \div 2,14$ % от массы цемента не включалось в факторы варьирования, так как существует корреляционная связь с W/C .
 Параметры составов и механические свойства бетона представлены в таблице 4.

Таблица 4. Состав и механические свойства бетона
Table 4. Composition and mechanical properties of concrete

№ п/п	Параметры состава бетона			Содержание добавок, % от массы цемента			Предел прочности при сжатии, R , МПа, в возрасте, сутки		Модуль упругости E , ГПа, в возрасте, сутки	
	C , кг/м ³	W/C	r	SI	MS	SP	28	56	28	56
	X1	X2	X3	X4	X5	-	R_{28}	R_{56}	E_{28}	E_{56}
1	260	0,66	0,460	0,0	0,0	1,92	30,5	-	27,4	-
2	280	0,64	0,520	0,0	0,0	1,79	37,7	-	27,8	-
3	280	0,66	0,550	0,0	0,0	1,79	39,5	-	25,1	-
4	290	0,59	0,440	0,0	0,0	1,72	40,6	-	35,0	-
5	300	0,60	0,536	33,3	5,7	1,73	41,6	43,7	31,5	35,0
6	330	0,56	0,527	37,9	5,2	1,76	43,3	-	33,5	-
7	320	0,52	0,484	15,6	0,0	1,00	43,5	-	36,5	-
8	350	0,53	0,464	34,3	5,7	1,74	44,1	-	34,3	-
9	300	0,65	0,536	0,0	0,0	1,90	44,9	-	27,9	-
10	350	0,53	0,464	34,3	5,7	1,74	47,9	-	34,9	-
11	340	0,55	0,536	17,6	0,0	1,03	48,3	-	36,5	-
12	340	0,59	0,492	45,6	8,8	1,44	48,9	-	34,4	-
13	320	0,52	0,542	15,6	0,0	1,00	49,8	51,4	33,9	29,8
14	340	0,55	0,484	35,3	5,9	1,79	51,8	53,2	36,6	36,1
15	360	0,52	0,484	33,3	5,6	1,69	52,7	53,7	36,9	37,3
16	350	0,53	0,536	34,3	5,7	1,74	52,7	-	34,3	-
17	360	0,51	0,444	52,8	0,0	1,89	53,2	-	37,0	-
18	350	0,53	0,536	34,3	5,7	1,74	53,7	-	35,4	-
19	310	0,55	0,562	0,0	0,0	1,90	54,5	-	29,4	-
20	390	0,48	0,562	11,8	5,1	1,56	54,6	-	34,0	-
21	350	0,53	0,536	34,3	5,7	1,74	55,1	-	37,4	-
22	360	0,50	0,492	52,8	0,0	1,89	55,2	57,1	33,1	38,3
23	370	0,47	0,484	43,2	5,4	1,62	55,6	57,7	35,1	40,6
24	350	0,53	0,464	34,3	5,7	1,74	55,9	-	37,3	-
25	360	0,55	0,536	0,0	0,0	2,06	56,1	58,6	35,1	40,0
26	400	0,43	0,420	23,8	13,8	2,13	56,9	-	43,6	-
27	330	0,52	0,564	16,4	7,6	1,79	57,4	-	33,0	-
28	380	0,51	0,536	26,3	7,9	1,37	58,8	59,2	35,4	37,8
29	350	0,42	0,450	40,0	0,0	1,37	59,3	-	44,0	-
30	340	0,47	0,531	17,6	0,0	1,03	59,6	62,0	41,6	37,3
31	380	0,45	0,536	26,3	7,9	1,45	61,3	62,0	36,2	36,5
32	370	0,47	0,470	37,8	5,4	1,76	61,5	63,1	39,0	35,5
33	400	0,43	0,492	0,0	0,0	1,45	61,6	64,3	39,1	40,3
34	320	0,52	0,545	42,5	15,6	1,00	62,2	64,4	38,3	37,4



35	380	0,45	0,545	26,3	7,9	1,45	63,0	67,5	40,5	41,2
36	340	0,47	0,518	17,6	0,0	1,03	63,7	-	40,4	-
37	360	0,40	0,544	52,8	0,0	1,89	64,0	-	40,2	-
38	330	0,44	0,492	15,2	0,0	0,97	65,3	-	41,5	-
39	380	0,43	0,518	26,3	7,9	1,45	66,0	70,5	40,4	45,0
40	370	0,45	0,527	35,1	0,0	1,30	66,4	72,0	42,9	35,0
41	430	0,42	0,554	0,0	0,0	1,95	66,5	73,1	36,4	40,3
42	380	0,46	0,550	17,1	0,0	1,00	69,4	-	37,9	-
43	430	0,38	0,554	17,4	11,6	1,77	74,6	77,1	37,3	44,4
44	460	0,36	0,484	16,3	10,9	1,65	74,7	-	40,3	-
45	470	0,35	0,518	16,0	10,6	1,62	75,5	77,6	43,7	45,4
46	450	0,37	0,562	16,7	11,1	1,69	75,9	78,4	42,4	46,4
47	440	0,41	0,492	17,0	4,5	1,50	76,5	-	39,5	-
48	420	0,40	0,562	47,6	4,8	1,71	77,1	-	44,3	-
49	450	0,37	0,562	16,7	11,1	1,71	78,7	-	43,0	-
50	450	0,37	0,518	16,7	11,1	1,71	79,0	-	40,8	-
51	450	0,37	0,560	16,7	11,1	1,71	79,1	-	37,6	-
52	450	0,40	0,440	16,7	11,1	1,71	80,4	-	46,8	-
53	460	0,36	0,544	16,3	10,9	1,67	81,0	-	44,2	-
54	440	0,38	0,524	17,0	11,4	1,75	81,3	-	42,9	-
55	450	0,37	0,518	16,7	11,1	1,73	82,4	-	41,6	-
56	450	0,37	0,492	16,7	11,1	1,73	83,2	-	44,2	-
57	450	0,35	0,531	16,7	11,1	1,73	83,9	84,2	42,3	45,9
58	450	0,37	0,424	16,7	11,1	1,73	85,1	84,9	46,6	45,4
59	450	0,37	0,533	16,7	11,1	1,73	85,9	85,2	44,2	45,6
60	450	0,37	0,545	16,7	11,1	1,73	86,6	88,3	44,2	48,2
61	470	0,35	0,545	16,0	10,6	1,72	87,6	91,6	46,2	44,1

Регрессионный анализ результатов

Влияние независимых параметров состава ($X_1...X_6$) на прочность бетона (R_{28}), модуль упругости (E_{28}) и отношение предела прочности к модулю упругости (R_{28}/E_{28}) определяли многофакторным анализом на основе линейной регрессии с помощью программного пакета Excel. Результаты статистической обработки данных приведены в табл. 5.

Таблица 5. Показатели правомерности линейной гипотезы многофакторной регрессии для зависимости прочности, модуля упругости и отношения (R_{28}/E_{28}) от расхода компонентов бетонной смеси

Table 5. Indicators of the validity of the linear hypothesis of multifactorial regression for the dependence of strength, elastic modulus and ratio (R_{28} / E_{28}) on the consumption of concrete components

Свойство	R^2	F-статистика	Значимость F	Факторы	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-значение
Прочность (R_{28}), МПа	0,9067	106,9	4,77E-27	C	0,075	0,032	2,31	2,46E-02
				W/C	-100,8	18,56	-5,43	1,30E-06
				r	35,16	15,75	2,23	0,030
				SI	-0,048	0,044	-1,08	0,283
				MS	0,242	0,176	1,38	0,175
Модуль упругости (E_{28}), ГПа	0,8163	48,9	5,04E-19	C	-0,017	0,016	-1,06	0,294
				W/C	-58,7	8,98	-6,54	2,12E-08
				r	-25,2	7,62	-3,31	0,002
				SI	0,028	0,021	1,30	0,198

Barabanshchikov, Yu.G.; Pham, T.H.

The influence of concrete composition on the ratio of strength to elastic modulus as a criterion of crack resistance; 2021; *Construction of Unique Buildings and Structures*; 97 Article No 9704. doi: 10.4123/CUBS.97.4

				MS	0,056	0,085	0,654	0,516
Отношение (R_{28}/E_{28}) $\cdot 10^3$	0,7585	34,6	8,31E-16	C	0,006	0,001	4,56	2,88E-05
				W/C	0,001	0,002	0,654	0,516
				r	0,003	0,001	2,48	0,016
				SI	0,002	0,001	1,76	0,084
				MS	0,002	0,002	1,51	0,136

Построенные линейные модели регрессии для прочности, модуля упругости и их отношения R/E являются значимыми, так как Р-значение критерия Фишера значительно меньше 0,05 при достаточно высоких статистических значениях F (табл. 5). Корреляцию фактических результатов с ожидаемыми для модели прочности и модуля упругости можно считать хорошей (коэффициенты детерминации $R^2 = 0,9067$ и $0,8163$, соответственно), а для отношения R_{28}/E_{28} – удовлетворительной ($R^2 = 0,7585$).

Наиболее статистически значимыми факторами, отвечающими условию t-статистики $P < 0,05$, для прочности бетона являются C , W/C и r , для модуля упругости – W/C и r , а для их отношения – C и r . В отличие от регрессионных моделей прочности и модуля упругости величина W/C не является значимой для их отношения. Для всех трех функций отклика статистически значимым фактором выступает параметр r ($P < 0,05$), оказывающий положительное влияние на прочность и отношение R_{28}/E_{28} и отрицательное влияние на модуль упругости. Таким образом, при увеличении в составе смеси заполнителей доли песка и, соответственно, уменьшении доли щебня прочность бетона возрастает, а модуль упругости снижается.

Графики парных регрессий для значимых факторов приведены на рис. 1-3.

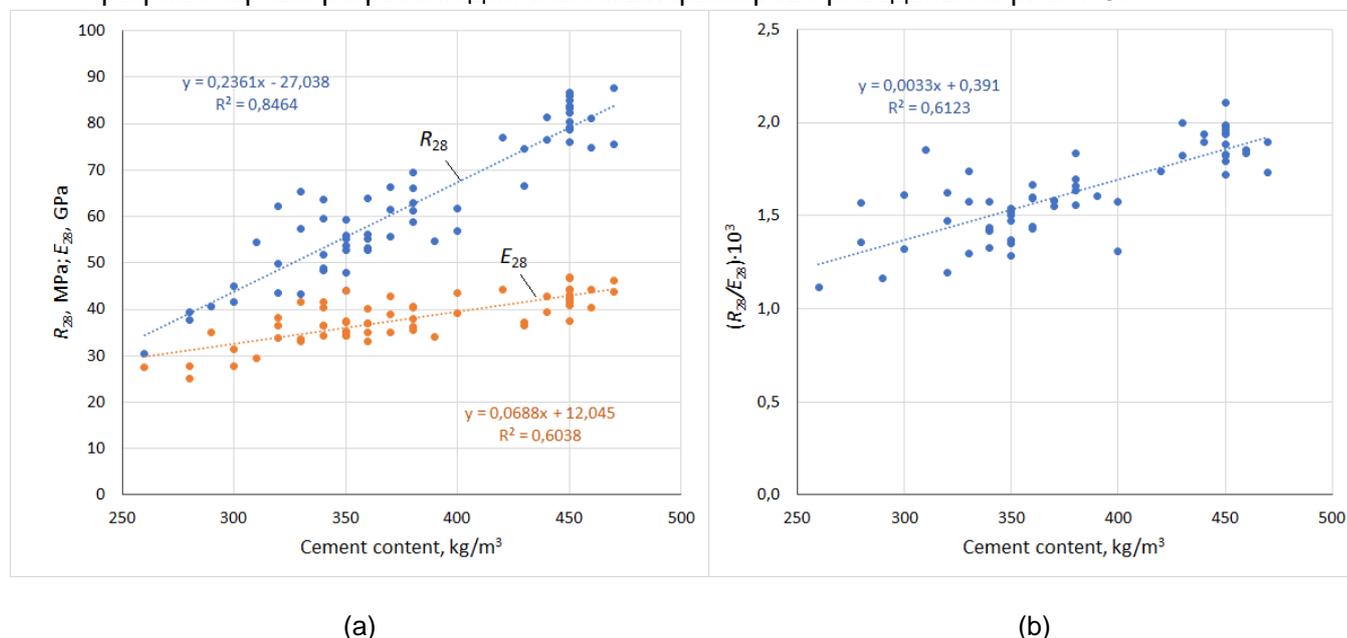
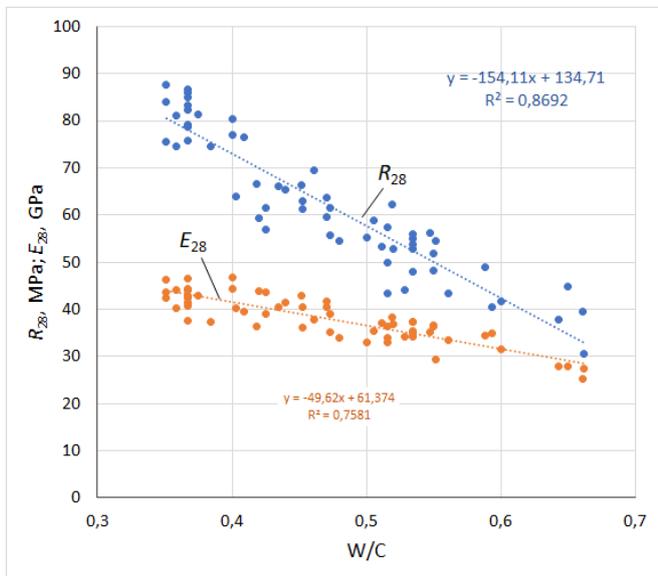


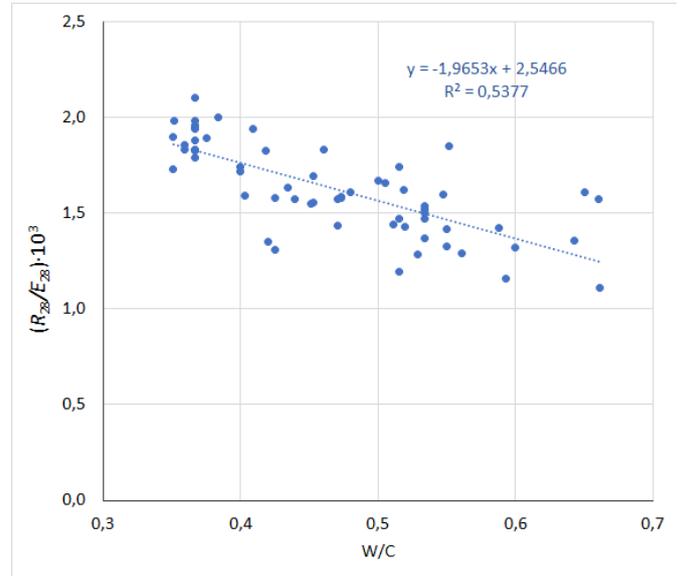
Рис. 1. Графики парных регрессий для зависимостей (а) R_{28} и E_{28} бетона и (б) соотношения R_{28}/E_{28} от расхода цемента в бетоне

Fig. 1. Paired regression plots for the dependences of (a) R_{28} and E_{28} and (b) R_{28}/E_{28} ratio of concrete on the consumption of cement in concrete

Влияние расхода цемента на прочность и модуль упругости в случае парных регрессий является положительным, однако, это согласуется с коэффициентом множественной регрессии только для прочности, а в отношении модуля упругости коэффициент отрицательный.

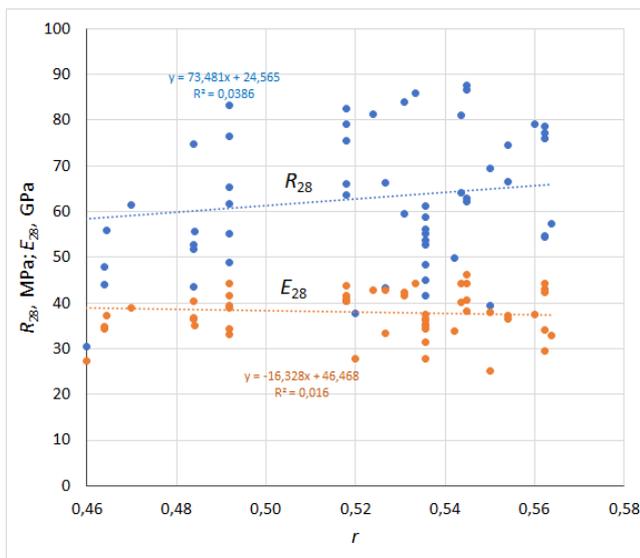


(a)

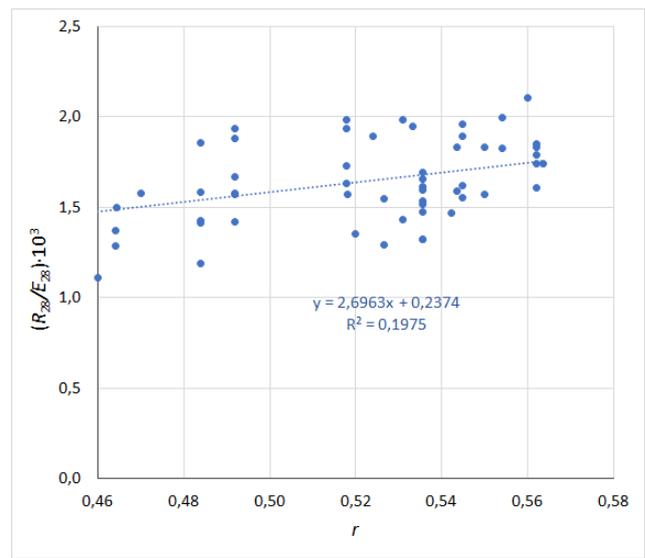


(b)

Рис. 2. Графики парных регрессий для зависимостей (а) R_{28} и E_{28} бетона и (б) соотношения R_{28}/E_{28} от водоцементного отношения
Fig. 2. Paired regression plots for the dependences of (a) R_{28} and E_{28} and (b) R_{28}/E_{28} ratio of concrete on the W/C ratio



(a)



(b)

Рис. 3. Графики парных регрессий для зависимостей (а) R_{28} и E_{28} бетона и (б) соотношения R_{28}/E_{28} от доли песка в массе заполнителей r
Fig. 3. Paired regression plots for the dependences of (a) R_{28} and E_{28} and (b) R_{28}/E_{28} ratio of concrete on the proportion of sand in the mass of aggregates r

Для анализа результатов статистической обработки данных в табл. 6 приведены значения коэффициентов уравнений регрессии, а также частных коэффициентов эластичности ε_i , вычисляемых по формуле:

$$\varepsilon_i = b_i \cdot \bar{x}_i / \bar{y}_i$$

где b_i – коэффициенты уравнения множественной линейной регрессии;
 \bar{x}_i – среднее значение данного фактора;
 \bar{y}_i – среднее значение функции отклика



Таблица 6. Степень влияния факторов на свойства бетона
Table 6. The degree of influence of factors on the properties of concrete

Функция отклика	Коэффициенты	Факторы				
		C	W/C	r	SI	MS
		X1	X2	X3	X4	X5
R_{28}	Множественной регрессии	0,075	-100,8	35,16	-0,048	0,242
	Парной регрессии	0,236	-154,1	73,5	-0,06	1,9
	Эластичности	0,452	-0,759	0,290	-0,017	0,022
E_{28}	Множественной регрессии	-0,017	-58,7	-25,2	0,028	0,056
	Парной регрессии	0,069	-49,6	-16,300	0,052	0,542
	Эластичности	-0,164	-0,724	-0,341	0,016	0,008
R_{28}/E_{28}	Множественной регрессии	0,0063	0,0012	0,0028	0,0021	0,0024
	Парной регрессии	0,003	-1,97	2,70	-0,003	0,026
	Эластичности	1,470	0,0004	0,001	0,029	0,008

Сравнение трех коэффициентов при каждом факторе, приведенных в табл. 6 подтверждает сделанные выше выводы и показывает, что наибольшее влияние (в данном случае отрицательное) на прочность и модуль упругости оказывает водоцементное отношение. Это следует из того, что значения всех трех коэффициентов, множественной, парной регрессии и эластичности, для данного фактора являются по абсолютной величине наибольшими, среди остальных. Влияние же W/C на отношение R_{28}/E_{28} уступает влиянию расхода цемента. Влияние C является положительным для R_{28} и отношения R_{28}/E_{28} и отрицательным для E_{28} . Вес этого фактора (C) в случае прочности уступает только W/C , в случае модуля упругости оказывается на третьем месте после параметра r , а в случае отношения R_{28}/E_{28} является наиболее влиятельным.

Таким образом, по убыванию степени влияния факторы можно расположить следующим образом: по влиянию на прочность – W/C , C , r , MS , SI ; на модуль упругости – W/C , r , C , SI , MS ; на отношение R_{28}/E_{28} – C , SI , MS , r , W/C .

В случае прочности все значения коэффициентов парной регрессии по абсолютной величине превышают соответствующие коэффициенты множественной регрессии. Это говорит о том, что взаимодействие факторов ослабляет влияние каждого из них по отдельности. В случае модуля упругости при совокупном действии факторов ослабляется влияние C , SI , MS и усиливается влияние W/C и r . В случае отношения R_{28}/E_{28} аналогичным образом усиливается влияние C и ослабляется влияние всех остальных факторов.

Степень влияния факторов удобно оценивать по значению частного коэффициента эластичности, который показывает, на сколько процентов в среднем изменяется функция отклика при изменении среднего значения данного фактора на 1 %.

Так, например, в табл. 7 приведены приращения функций R_{28} , E_{28} и R_{28}/E_{28} при увеличении значений каждого из факторов на 1 %.

Таблица 7. Приращения функций R_{28} , E_{28} и R_{28}/E_{28} при увеличении значений факторов на 1 %
Table 7. Increments of functions R_{28} , E_{28} and R_{28}/E_{28} with an increase in the values of factors by 1%

Факторы	C	W/C	r	SI	MS
Приращение R_{28} , МПа	0,282	-0,473	0,181	-0,011	0,014
То же E_{28} , ГПа	-0,063	-0,276	-0,130	0,006	0,003
То же R_{28}/E_{28}	0,024	5,8E-06	1,46E-05	0,0005	0,0001

Из табл. 7 следует, что при увеличении расхода цемента на 1 кг/м³ прочность, согласно полученной модели, возрастает на 0,075 МПа, а модуль упругости снижается на 0,017 ГПа. При увеличении W/C на 0,01 абсолютного значения обе характеристики снижаются, первая – на 1,01 МПа, вторая – на 0,587 ГПа.

3.2 Керамзитобетон

Испытания керамзитобетона проводили по той же методике и таких же образцах, что и в предыдущем случае.

Результаты определения прочности и модуля упругости керамзитобетона в возрасте 28 суток приведены в табл. 8 (составы расположены в порядке возрастания расхода цемента).

Варьируемые факторы. Пределы варьирования:



X1 – расход цемента $C=430-550$ кг/м³;

X2 – водоцементное отношение $W/C=0,31-0,51$;

X3 – объемная доля керамзитового гравия $E_x=0,13-0,67$;

X4 – содержание шлака $S=0-22,7$ % от массы цемента;

X5 – содержание микрокремнезема $MS=8,6-10,4$ % от массы цемента;

X6 – содержание воздухововлекающей добавки $AER=0-0,35$ % от массы цемента.

Содержание добавки суперпластификатора $SP=1,05-1,46$ % от массы цемента не включалось в факторы варьирования, так как существует корреляционная связь с W/C .

Таблица 8. Состав и механические свойства керамзитобетона
Table 8. Composition and mechanical properties of expanded clay concrete

№ п/п	C, кг/м ³	W/C	E _x	Содержание добавок, % от массы цемента				Предел прочности при сжатии, R ₂₈ , МПа, в возрасте 28 суток	Модуль упругости E ₂₈ , ГПа, в возрасте 28 суток
				S	MS	AER	SP		
				X4	X5	X6	-		
1	430	0,400	0,40	16,3	10,0	0,34	1,05	31,1	15,2
2	435	0,425	0,52	16,1	10,1	0,35	1,00	27,4	15,1
3	440	0,461	0,67	15,9	10,0	0,31	0,90	28,9	16,6
4	450	0,438	0,13	17,8	10,0	0,22	0,96	33,8	17,3
5	450	0,511	0,58	15,6	10,0	0,22	0,90	29,8	16,5
6	460	0,374	0,30	17,4	10,0	0,22	0,90	37,4	19,3
7	460	0,439	0,21	15,2	10,0	0,17	0,96	35,2	20,6
8	465	0,320	0,61	0,0	8,6	0,16	0,81	34,5	16,2
9	465	0,490	0,33	15,1	9,9	0,30	1,05	32,7	17,9
10	465	0,350	0,61	0,0	8,6	0,16	0,81	33,9	15,5
11	470	0,483	0,30	14,7	10,0	0,30	0,90	31,6	16,6
12	475	0,309	0,34	0,0	9,3	0,12	1,05	39,8	18,8
13	475	0,350	0,31	0,0	9,3	0,00	0,95	38,4	20,2
14	475	0,319	0,30	0,0	9,3	0,00	1,05	40,5	21,8
15	475	0,318	0,50	0,0	9,3	0,12	1,16	39,1	20,2
16	475	0,340	0,62	0,0	9,5	0,00	0,78	34,6	19,0
17	480	0,429	0,48	14,6	10,4	0,18	0,91	30,5	16,2
18	485	0,370	0,59	22,7	9,3	0,00	1,24	31,2	15,3
19	490	0,414	0,39	13,9	9,8	0,20	1,18	37,3	18,0
20	520	0,310	0,40	11,5	9,6	0,24	1,46	42,8	20,6
21	520	0,330	0,21	19,2	9,6	0,00	1,29	44,5	23,5
22	520	0,379	0,44	11,5	8,7	0,00	1,44	39,8	19,7
23	520	0,404	0,62	9,6	9,6	0,00	1,23	37,8	20,6
24	520	0,410	0,48	13,5	9,6	0,29	0,94	35,3	20,0
25	550	0,351	0,24	9,1	9,1	0	1,14	41,4	21,5

Регрессионный анализ результатов

Влияние независимых параметров состава (X₁...X₆) на прочность керамзитобетона (R₂₈), модуль упругости (E₂₈) и отношение предела прочности к модулю упругости (R₂₈/E₂₈) определяли также, как и в предыдущем случае многофакторным анализом на основе линейной регрессии с помощью программного пакета Excel. Результаты статистической обработки данных приведены в табл. 9.



Таблица 9. Показатели правомерности линейной гипотезы многофакторной регрессии для зависимости прочности, модуля упругости и отношения (R_{28}/E_{28}) от расхода компонентов в керамзитобетонной смеси

Table 9. Indicators of the validity of the linear hypothesis of multifactorial regression for the dependence of strength, elastic modulus and ratio (R_{28}/E_{28}) on the consumption of components in a claydite concrete mixture

Свойство	R^2	F-статистика	Значимость F	Факторы	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-значение
Прочность (R_{28}), МПа	0,8822	22,5	1,93E-07	C	0,07	0,02	4,51	0,0003
				W/C	-33,47	9,44	-3,54	0,0023
				Ex	-11,91	2,58	-4,61	0,0002
				SI	-0,09	0,07	-1,18	0,255
				MS	0,41	1,21	0,34	0,741
				AER	-1,12	4,25	-0,26	0,796
Модуль упругости (E_{28}), ГПа	0,7537	9,18	1,11E-04	C	0,042	0,012	3,53	0,002
				W/C	-7,05	7,06	-0,999	0,331
				Ex	-5,93	1,93	-3,07	0,007
				SI	-0,094	0,055	-1,71	0,104
				MS	1,84	0,907	2,03	0,057
				AER	-4,44	3,18	-1,40	0,180
Отношение (R_{28}/E_{28}), 10^3	0,5146	3,18	2,63E-02	C	-0,0007	0,001	-0,721	0,480
				W/C	-1,08	0,543	-1,99	0,062
				Ex	-0,038	0,149	-0,253	0,803
				SI	0,006	0,004	1,30	0,210
				MS	-0,190	0,070	-2,72	0,014
				AER	0,388	0,245	1,59	0,130

Линейные модели регрессии для прочности, модуля упругости керамзитобетона для возраста образцов 28 суток, а также отношения R_{28}/E_{28} являются значимыми, так как P-значение критерия Фишера меньше 0,05 при достаточно высоких статистических значениях F (табл. 9). Корреляцию фактических результатов с ожидаемыми для модели прочности можно считать хорошей (коэффициент детерминации $R^2 = 0,8822$), для модуля упругости – удовлетворительной ($R^2 = 0,7537$), а для отношения R_{28}/E_{28} – плохой ($R^2 = 0,5146$).

Наиболее статистически значимыми факторами, отвечающими условию t-статистики $P < 0,05$, для прочности бетона являются C, W/C и Ex, для модуля упругости - W/C и Ex, а для их отношения – MS. В отличие от регрессионной модели прочности величина W/C не является значимой для модуля упругости и отношения R_{28}/E_{28} . Фактор X3 (объемная доля керамзитового заполнителя Ex) оказывает отрицательное влияние на прочность и модуль упругости.

Таким образом, при уменьшении в составе смеси доли керамзитового гравия и, соответственно, увеличении доли песка прочность и модуль упругости керамзитобетона возрастают. Незначительное положительное влияние на эти свойства оказывает расход цемента.

Графики парных регрессий для значимых факторов приведены на рис. 4-5.

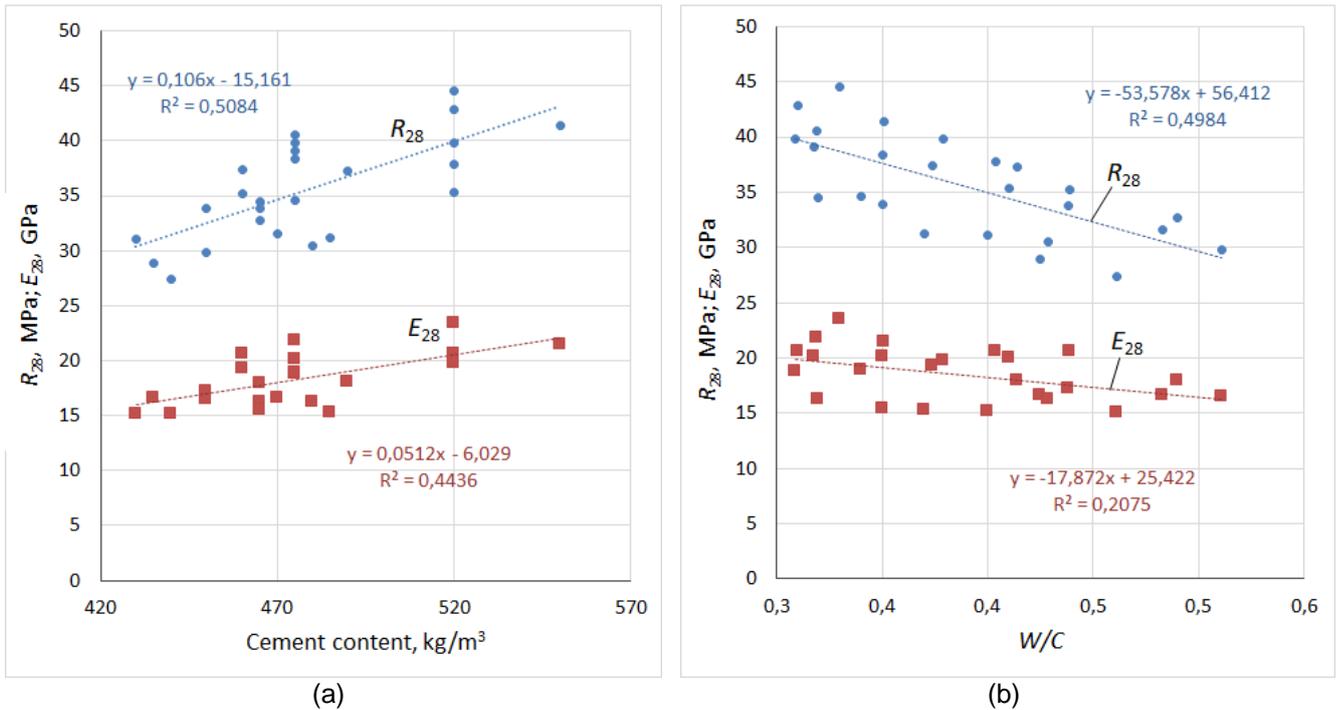


Рис. 4. Графики парных регрессий для зависимостей R_{28} и E_{28} керамзитобетона (а) от расхода цемента и (б) от водоцементного отношения

Fig. 4. Paired regression plots for the dependences of R_{28} and E_{28} of expanded clay concrete (a) on the consumption of cement and (b) on the water-cement ratio

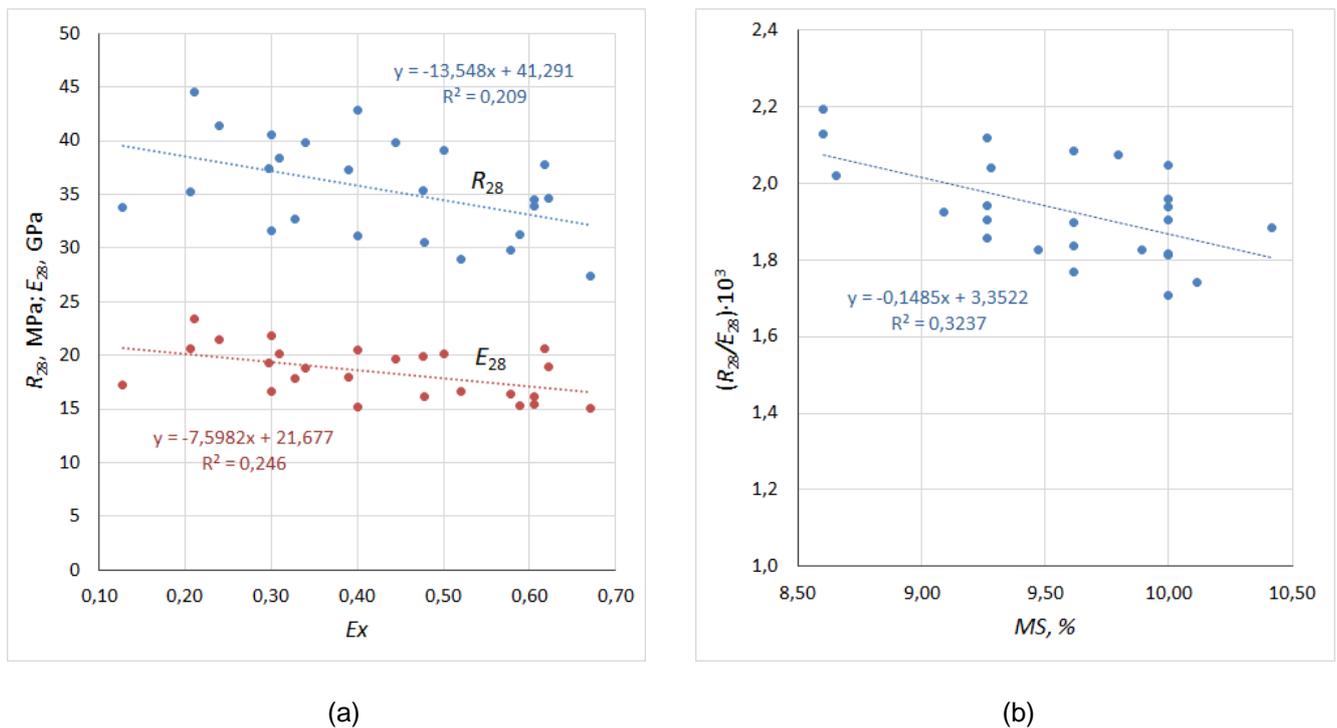


Рис. 5. Графики парных регрессий для зависимостей R_{28} и E_{28} керамзитобетона (а) от объемной доли керамзитового заполнителя E_x и (б) от процентного содержания микрокремнезема

Fig. 5. Paired regression plots for the dependences of R_{28} and E_{28} of expanded clay concrete (a) on the volume fraction of expanded clay aggregate E_x and (b) on the the percentage of microsilica

Для анализа результатов статистической обработки данных в табл. 10 приведены значения коэффициентов уравнений регрессии, а также частных коэффициентов эластичности ε_i .

Таблица 10. Степень влияния факторов на свойства керамзитобетона
Table 10. The degree of influence of factors on the properties of expanded clay concrete

Функция отклика	Коэффициенты	Факторы					
		C	W/C	Ex	SI	MS	AER
		X1	X2	X3	X4	X5	X6
R_{28}	Множественной регрессии	0,071	-33,47	-11,91	-0,087	0,41	-1,12
	Парной регрессии	0,106	-53,6	-13,5	-0,214	-4,22	-21,9
	Эластичности	0,954	-0,366	-0,141	-0,026	0,110	-0,0049
E_{28}	Множественной регрессии	0,042	-7,05	-5,93	-0,094	1,84	-4,44
	Парной регрессии	0,0512	-17,9	-7,60	-0,068	-0,894	-10,4
	Эластичности	1,08	-0,149	-0,136	-0,055	0,956	-0,037
R_{28}/E_{28}	Множественной регрессии	-0,00065	-1,08	-0,038	0,0055	-0,190	0,388
	Парной регрессии	0,0004	-1,10	0,061	-0,0050	-0,149	-0,132
	Эластичности	-0,162	-0,218	-0,0082	0,031	-0,941	0,031

Сравнение коэффициентов, приведенных в табл. 10 показывает, что, судя по данным множественной регрессии, наибольшее влияние (в данном случае отрицательное) на прочность, модуль упругости и их отношение оказывает величина W/C . Однако это не согласуется с частными коэффициентами эластичности, по которым наибольшую степень влияния на R_{28} и E_{28} имеет расход цемента.

Если ориентироваться на частные коэффициенты эластичности, то по убыванию степени влияния факторы можно расположить следующим образом: по влиянию на прочность – C , W/C , Ex , MS , SI , AER ; на модуль упругости – C , MS , W/C , Ex , SI , AER ; на отношение R_{28}/E_{28} – MS , W/C , C , Ex , SI , AER .

В случае прочности все значения коэффициентов парной регрессии по абсолютной величине превышают соответствующие коэффициенты множественной регрессии. Это говорит о том, что взаимодействие факторов ослабляет влияние каждого из них по отдельности. В случае модуля упругости при совместном действии факторов ослабляется влияние C , W/C , Ex и AER и усиливается влияние SI и MS . В случае отношения R_{28}/E_{28} усиливается влияние C , MS , SI , AER и ослабляется влияние остальных факторов.

Рассчитаем, на сколько процентов в среднем изменяется функция отклика при изменении среднего значения данного фактора на 1 %.

В табл. 11 приведены приращения функций R_{28} , E_{28} и R_{28}/E_{28} при увеличении значений каждого из факторов на 1 %.

Таблица 11. Приращения функций R_{28} , E_{28} и R_{28}/E_{28} при увеличении значений факторов на 1 %
Table 11. Increments of functions R_{28} , E_{28} and R_{28}/E_{28} with an increase in the values of factors by 1 %

Факторы	C	W/C	Ex	SI	MS	AER
Приращение R_{28} , МПа	0,339	-0,130	-0,050	-0,0093	0,039	-0,0017
То же E_{28} , ГПа	0,199	-0,027	-0,025	-0,010	0,177	-0,0069
То же R_{28}/E_{28}	-0,0031	-0,0042	-0,00016	0,00059	-0,018	0,00061

По данным табл. 11 легко подсчитать, что при увеличении расхода цемента на 1 кг/м³ прочность, согласно полученной модели, возрастает на 0,071 МПа, а модуль упругости - на 0,042 ГПа. При увеличении W/C на 0,01 абсолютного значения обе характеристики снижаются, первая – на 0,335 МПа, вторая – на 0,071 ГПа. При увеличении объемной доли керамзита на 0,01 абсолютного значения R_{28} снижается, на 0,119 МПа, а E_{28} – на 0,059 ГПа.

Результаты проведенных испытаний показывают, что для каждого вида бетона существует определенная корреляционная связь между прочностью и модулем упругости, которая показана на рис. 6. Для бетона в возрасте 28 суток коэффициент линейной корреляции Пирсона r составляет 0,834, а в возрасте 56 суток – 0,825. Согласно шкале Чеддока при коэффициенте корреляции от 0,7 до 0,9 считается, что сила связи между величинами высокая. Несущественное различие в коэффициенте корреляции для разного возраста бетона говорит о том, что сильная связь сохраняется независимо от степени его отвердевания. Угловые коэффициенты и свободные члены уравнений парной регрессии для возраста бетона 28 и 56 суток также весьма близки (рис. 6). При увеличении 28-суточной прочности на 1 МПа, модуль упругости возрастает

Barabanshchikov, Yu.G.; Pham, T.H.

The influence of concrete composition on the ratio of strength to elastic modulus as a criterion of crack resistance; 2021; *Construction of Unique Buildings and Structures*; 97 Article No 9704. doi: 10.4123/CUBS.97.4

на 290 МПа, а в случае 56-суточной прочности на 300 МПа. С учетом погрешностей в пределах указанных сроков можно считать отношение приращений $\Delta R/\Delta E$ постоянным. Однако отношение R/E растет с увеличением прочности бетона.

Для керамзитобетона в возрасте 28 суток сила связи между прочностью и модулем упругости также является высокой ($r = 0,871$). Приращение значения E на 1 МПа роста прочности у керамзитобетона в 1,5 раза выше, чем у обычного бетона, и составляет 450 МПа.

Так как потолок прочности керамзитобетона уступает обычному бетону сравнение их деформационных свойств рационально производить в одном диапазоне прочности, например, 25-45 МПа. При одинаковой прочности 25 МПа отношение R/E составляет: для обычного бетона – $0,91 \cdot 10^{-3}$, для керамзитобетона – $1,83 \cdot 10^{-3}$. При прочности 45 МПа – соответственно, $1,35 \cdot 10^{-3}$ и $1,99 \cdot 10^{-3}$.

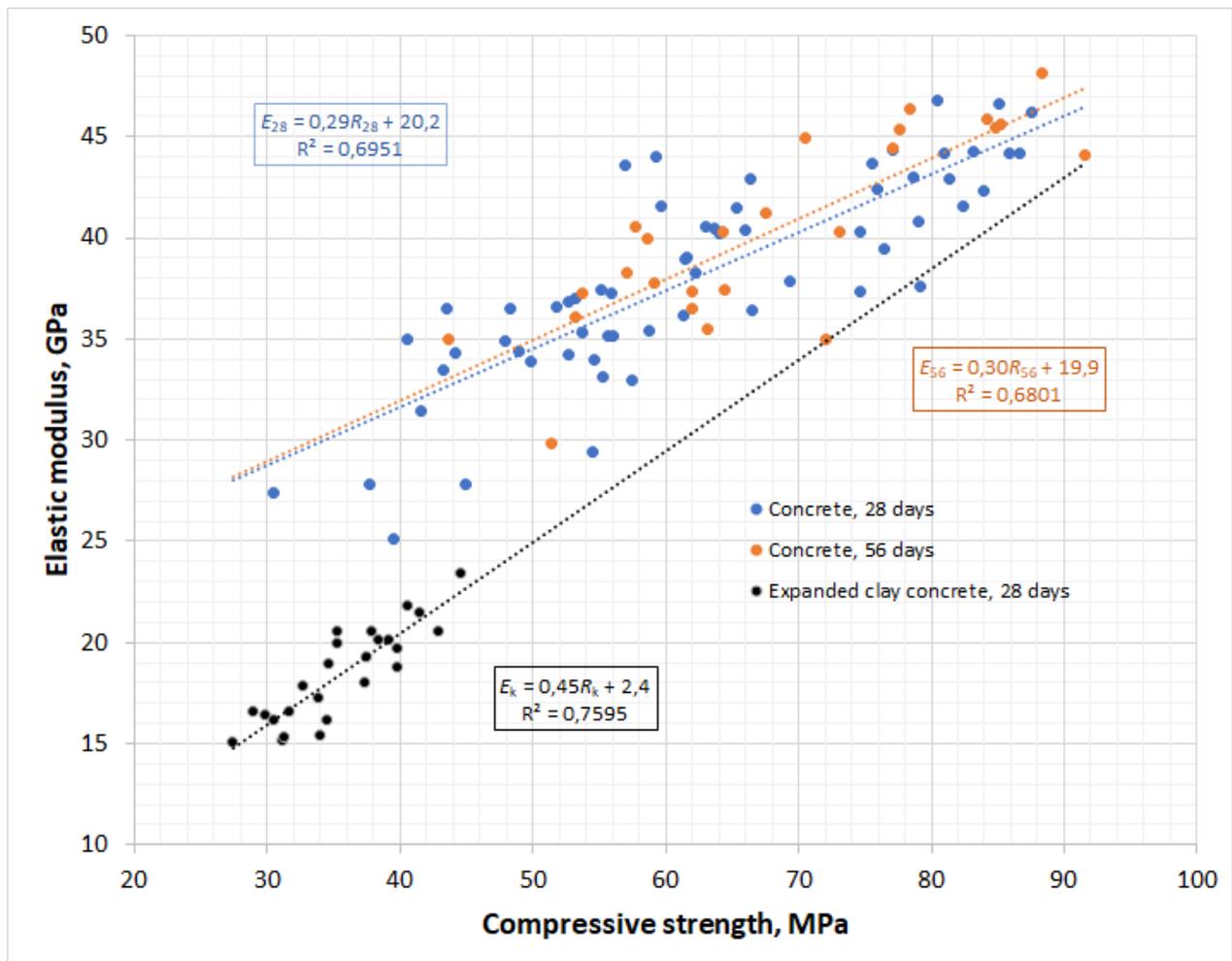


Рис. 6 - Графики линейной корреляции между прочностью и модулем упругости обычного бетона и керамзитобетона

Fig. 6 - Linear correlation graphs between strength and elastic modulus of concrete and expanded clay concrete

Таким образом, керамзитобетон, имеющий при равной прочности и других равных условиях более высокое (в 1,5-2 раза) отношение R/E , будет в 1,5-2 раза и более трещиностойким. Эффективность керамзитобетона в этом отношении снижается с увеличением его прочности. Замена обычного бетона на керамзитобетон может быть целесообразной для тонкостенных конструкций, невысоких классов до В40-45, имеющих жесткие связи с другими элементами. Такими конструкциями являются стены и перекрытия жилых и общественных зданий.



4 Conclusions

1. Выполнены параллельные испытания по определению прочности и модуля упругости разных классов обычного бетона (В35-В80) и керамзитобетона (В25-В40).

2. На основании полученных коэффициентов линейной корреляции (0,83-0,87) установлено, что сила связи между прочностью и модулем упругости является высокой по шкале Чеддока.

3. Проведен многофакторный анализ экспериментальных данных по влиянию параметров состава на механические свойства бетона и керамзитобетона. Установлено, что по убыванию степени влияния значимые факторы можно расположить следующим образом. Наибольшее значение для прочности и модуля упругости имеет величина водоцементного отношения, которая понижает оба эти свойства. На втором месте по влиянию на прочность (положительному) находится расход цемента, а по влиянию (отрицательному) на модуль упругости – доля песка от массы заполнителей g , причем g в отношении прочности является значимым положительным фактором после расхода цемента. Расход цемента по влиянию на модуль упругости стоит на третьем месте после g . Отношение R/E зависит в первую очередь от расхода цемента и шлака и в меньшей степени – от микрокремнезема и доли песка g . Все эти факторы повышают R/E . Интересно, что V/C , не является значимым фактором для этого отношения.

В случае керамзитобетона по убыванию степени влияния факторы можно расположить следующим образом: по влиянию на прочность – расход цемента, V/C , объемная доля керамзита; на модуль упругости – расход цемента, микрокремнезем, V/C , объемная доля керамзита; на отношение R_{28}/E_{28} – микрокремнезем, V/C , расход цемента, объемная доля керамзита.

Установлено, что взаимодействие факторов ослабляет влияние каждого из них по отдельности. В случае модуля упругости бетона при совокупном действии факторов ослабляется влияние расхода цемента и усиливается влияние V/C и g . В случае отношения R_{28}/E_{28} бетона аналогичным образом усиливается влияние C и ослабляется влияние всех остальных факторов. В случае модуля упругости керамзитобетона при совместном действии факторов ослабляется влияние C , V/C , доли керамзита и усиливается влияние шлака и микрокремнезема. В случае отношения R_{28}/E_{28} керамзитобетона усиливается влияние C , микрокремнезема, шлака, воздухововлекающей добавки и ослабляется влияние остальных факторов.

4. Результаты проведенных испытаний показывают, что для каждого вида бетона существует определенная корреляционная связь между прочностью и модулем упругости. Несущественное различие в коэффициенте корреляции для разного возраста бетона говорит о том, что сильная связь сохраняется независимо от степени его отвердевания. Угловые коэффициенты и свободные члены уравнений парной регрессии для возраста бетона 28 и 56 суток также весьма близки. При увеличении 28-суточной прочности на 1 МПа, модуль упругости возрастает на 290 МПа, а в случае 56-суточной прочности на 300 МПа. С учетом погрешностей в пределах указанных сроков можно считать отношение приращений $\Delta R/\Delta E$ постоянным. Однако отношение R/E растет с увеличением прочности бетона.

Для керамзитобетона в возрасте 28 суток сила связи между прочностью и модулем упругости также является высокой. Приращение значения E на 1 МПа роста прочности у керамзитобетона в 1,5 раза выше, чем у обычного бетона, и составляет 450 МПа.

При одинаковой прочности 25 МПа отношение R/E для обычного бетона составляет $0,91 \cdot 10^{-3}$, для керамзитобетона – $1,83 \cdot 10^{-3}$. При прочности 45 МПа – соответственно, $1,35 \cdot 10^{-3}$ и $1,99 \cdot 10^{-3}$. Таким образом, керамзитобетон, имеющий при равной прочности и других равных условиях более высокое (в 1,5-2 раза) отношение R/E , будет в 1,5-2 раза и более трещиностойким. Эффективность керамзитобетона в этом отношении снижается с увеличением его прочности. Замена обычного бетона на керамзитобетон может быть целесообразной для тонкостенных конструкций, невысоких классов до В40-45, имеющих жесткие связи с другими элементами. Такими конструкциями являются стены и перекрытия жилых и общественных зданий.



5 Acknowledgements

Авторы статьи выражают признательность и благодарность Лаборатории СКИМ – Тест Санкт-Петербургского Политехнического Университета Петра Великого за поддержку, необходимую для проведения исследований.

References

1. Neville, A.M. Properties of Concrete. Fifth edition 2011.
2. Nesvetaev, G., Koryanova, Y., Ivanchuk, E., Gortsevskoy, A. The influence of the e-modulus of coarse aggregate on the stress-strain diagram of the concrete with frame structure. *Materials Science Forum*. 2020. 974 MSF. Pp. 299–304. DOI:10.4028/www.scientific.net/MSF.974.299.
3. Kaplan, M.F. Flexural and Compressive Strength of Concrete as Affected by the Properties of Coarse Aggregates. *Journal of the American Concrete Institute*. 1959. 30(11).
4. Piasta, W., Góra, J., Budzyński, W. Stress-strain relationships and modulus of elasticity of rocks and of ordinary and high performance concretes. *Construction and Building Materials*. 2017. 153. Pp. 728–739. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2017.07.167.
5. Sun, X., Wu, S., Yang, J., Yang, R. Mechanical properties and crack resistance of crumb rubber modified cement-stabilized macadam. *Construction and Building Materials*. 2020. 259. Pp. 119708. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2020.119708. URL: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.119708>.
6. Yang, Z., Wang, Y.H., Li, M.H. The mechanical properties analysis of new rubber concrete. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2021. 692(3). DOI:10.1088/1755-1315/692/3/032024.
7. Huang, X., Pang, J., Liu, G., Chen, Y. The influence of equal amplitude high stress repeated loading on the mechanical and deformation characteristics of rubber concrete. *Construction and Building Materials*. 2021. 266. Pp. 121135. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2020.121135. URL: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.121135>.
8. Jalal, M., Grasley, Z., Nassir, N., Jalal, H. Strength and dynamic elasticity modulus of rubberized concrete designed with ANFIS modeling and ultrasonic technique. *Construction and Building Materials*. 2020. 240. Pp. 117920. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2019.117920. URL: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.117920>.
9. Gorninski, J.P., Dal Molin, D.C., Kazmierczak, C.S. Study of the modulus of elasticity of polymer concrete compounds and comparative assessment of polymer concrete and portland cement concrete. *Cement and Concrete Research*. 2004. 34(11). Pp. 2091–2095. DOI:10.1016/j.cemconres.2004.03.012.
10. Mohammed, B.S., Anwar Hossain, K.M., Eng Swee, J.T., Wong, G., Abdullahi, M. Properties of crumb rubber hollow concrete block. *Journal of Cleaner Production*. 2012. 23(1). Pp. 57–67. DOI:10.1016/j.jclepro.2011.10.035. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jclepro.2011.10.035>.
11. Domone, P.L. A review of the hardened mechanical properties of self-compacting concrete. *Cement and Concrete Composites*. 2007. 29(1). Pp. 1–12. DOI:10.1016/j.cemconcomp.2006.07.010.
12. Parra, C., Valcuende, M., Gómez, F. Splitting tensile strength and modulus of elasticity of self-compacting concrete. *Construction and Building Materials*. 2011. 25(1). Pp. 201–207. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2010.06.037. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.06.037>.
13. Sadowski, G., Jaskulski, R. Comparative analysis of dependence of the elastic modulus of concrete on its composition. *Materials Structures Technology*. 2018. 1(1). Pp. 1–9. DOI:10.31448/mstj.01.01.2018.1-9.
14. Craeye, B., Van Itterbeeck, P., Desnerck, P., Boel, V., De Schutter, G. Modulus of elasticity and tensile strength of self-compacting concrete: Survey of experimental data and structural design codes. *Cement and Concrete Composites*. 2014. 54. Pp. 53–61. DOI:10.1016/j.cemconcomp.2014.03.011. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2014.03.011>.
15. Yildirim, H., Sengul, O. Modulus of elasticity of substandard and normal concretes. *Construction and Building Materials*. 2011. 25(4). Pp. 1645–1652. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2010.10.009.
16. Saridemir, M. Effect of silica fume and ground pumice on compressive strength and modulus of



- elasticity of high strength concrete. 492013.
17. Klein, N.S., Lenz, L.A., Mazer, W. Influence of the granular skeleton packing density on the static elastic modulus of conventional concretes. *Construction and Building Materials*. 2020. 242. Pp. 118086. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2020.118086. URL: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.118086>.
 18. Kalla, J., Karri, S., Sathi, K.V. Experimental analysis on modulus of elasticity of slag based concrete. *Materials Today: Proceedings*. 2020. 37(Part 2). Pp. 2114–2120. DOI:10.1016/j.matpr.2020.07.537. URL: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.07.537>.
 19. Shariq, M., Prasad, J., Abbas, H. Effect of GGBFS on age dependent static modulus of elasticity of concrete. *Construction and Building Materials*. 2013. 41. Pp. 411–418. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2012.12.035. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.12.035>.
 20. Balasundaram, N., Muruges, V., Johnpaul, V., Sindhu, R., Pratheba, S. Experimental study on the behavior of modulus of elasticity of concrete with partial replacement of cement by WHA. *Materials Today: Proceedings*. 2020. (xxxx). DOI:10.1016/j.matpr.2020.10.237. URL: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.10.237>.
 21. Brooks, J.J., Wainwright, P.J., Neville, A.M. Superplasticiser effect on time-dependent properties of air-entrained concrete. *Concrete (London)*. 1979. 13(6).
 22. Kocab, D., Kucharczykova, B., Misak, P., Zitt, P., Kralikova, M. Development of the Elastic Modulus of Concrete under Different Curing Conditions. 1952017.
 23. Liu, B.D., Lv, W.J., Li, L., Li, P.F. Effect of moisture content on static compressive elasticity modulus of concrete. 692014.
 24. Konsta-Gdoutos, M.S., Danoglidis, P.A., Shah, S.P. High modulus concrete: Effects of low carbon nanotube and nanofiber additions. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2019. 103(March). DOI:10.1016/j.tafmec.2019.102295.
 25. Nematzadeh, M., Naghipour, M. Compressive strength and modulus of elasticity of freshly compressed concrete. *Construction and Building Materials*. 2012. 34. Pp. 476–485. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2012.02.055. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.02.055>.
 26. Alsalman, A., Dang, C.N., Prinz, G.S., Hale, W.M. Evaluation of modulus of elasticity of ultra-high performance concrete. *Construction and Building Materials*. 2017. 153. Pp. 918–928. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2017.07.158. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.07.158>.
 27. Vilanova, A., Fernandez-Gomez, J., Landsberger, G.A. Evaluation of the mechanical properties of self compacting concrete using current estimating models: Estimating the modulus of elasticity, tensile strength, and modulus of rupture of self compacting concrete. *Construction and Building Materials*. 2011. 25(8). Pp. 3417–3426. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2011.03.033. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.03.033>.
 28. Topçu, I.B., Bilir, T., Boğa, A.R. Estimation of the modulus of elasticity of slag concrete by using composite material models. *Construction and Building Materials*. 2010. 24(5). Pp. 741–748. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2009.10.034.