



Research Article

Received: February 20, 2022

Accepted: March 10, 2022

Published: March 10, 2022

ISSN 2304-6295

# Stress State of $\Gamma$ -Shaped Thin-Walled Rod Joints in Bending Torsion

Rybakov, Vladimir Alexandrovich<sup>1\*</sup>   
 Jos, Vladislav Andreevich<sup>2</sup> 

<sup>1</sup>Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation;  
 fishermanoff@mail.ru

<sup>2</sup>Technische Universität Dresden, Dresden, Germany; jos\_vlad@mail.ru

Correspondence:\* email [fishermanoff@mail.ru](mailto:fishermanoff@mail.ru); contact phone [+79118297767](tel:+79118297767)

## Keywords:

Lightweight gauge steel structures; bending torsion; plane frames; thin-wall rods; rigid joint; bimoment; warping; stresses

## Abstract:

The paper is devoted to the study of constrained torsion in joints of flat thin-walled rod systems. **The goal** of the work is to analyze the stress state of finite stiffness joints made of two thin-walled open-profile rods with different parameters, which are under conditions of bending torsion (**The object of research**), and to determine the corresponding rotation coefficient. **Method.** The main research method in the paper is the finite element method. The software program ABAQUS is used in order to design and calculate 1-D and 3-D finite element models of various joints and structures made of thin-walled profiles. **Results.** The areas of application of previously known hypotheses were determined: the hypothesis of A.R. Tusnin; the hypothesis of A.S. Gorodetsky and others. By the design and calculations of 3-D finite element models, the behaviour of the bimoment transmission was investigated in the joints made of thin-walled profiles: with different stiffness; connected at different angles; taking into account structural elements (gusset plate, corners, bolted connections). The recommended values of the “coefficient of the cross-sectional axis rotation” in the joints made of thin-walled profiles connected at the angle of 90° were determined. It is shown the existence of an angle between the profiles of the  $\Gamma$ -shaped connection, at which the rotation coefficient is equal to zero, which in turn demonstrates the absence of the bimoment transmission in the joint.

## 1 Introduction

Темой тонкостенных стержней и тонкостенных стержневых систем активно занимаются с середины XX века. Важнейшую роль в сфере создания концепции расчета тонкостенных стержней сыграли такие российские ученые, как В.З. Власов, А.А. Уманский, А.П. Ржаницын, А.П. Туснин, В.И. Сливкер, К. Saade, А.В. Перельмутер, В.В. Юрченко, В.В. Schafer, С. Szymczak, Z.Q. Wang, J.C. Zhao, I. Kreja, R. Pavazza, J.H. Gong, M. Vukasović и другие.

В последние годы (2015-2021гг.) были решены различные задачи статики [1]–[5], динамики [6],[7] и устойчивости [8]–[12] данных конструкций. Однако многие другие задачи и проблемы, в том числе уже рассмотренные, требовали и продолжают нуждаться в более глубоком и детальном изучении.

Одна из таких проблем касается подхода к выражению краевых условий в узлах. Существуют различные гипотезы учета бимоента в узлах.

Одной из первых предложенных гипотез, предложенной еще во второй половине XX века заключается в том, что бимоментом в узловых соединениях пренебрегают [13]: на конце стержня депланация либо полностью отсутствует (абсолютно жесткий узел), либо не встречает никаких препятствий (шарнир относительно депланации). В то же время опубликована книга [14], в которой предполагалось также, что пространственная ориентация стержня не влияет на депланацию, т.е. депланация в общей и местной системе координат считается одинаковой. Также

Rybakov, V.; Jos, V.

Stress State of  $\Gamma$ -Shaped Thin-Walled Rod Joints in Bending Torsion;

2022; *Construction of Unique Buildings and Structures*; 99 Article No 9903. doi: 10.4123/CUBS.99.3



в 1982г. Ю.И.Немчиновым [15],[16] была защищена докторская диссертация по методу конечных элементов в механике тонкостенных пространственных и стержневых конструкций.

В работах [17]–[19] рассматриваются различные типы тонкостенных конечных элементов и методики численного расчета для исследования стержневых конструкций, пригодные лишь для частных случаев.

А.Р. Туснин в 2003г. сначала в докторской диссертации, а затем и в последующих трудах [20]–[23] и прочих, при расчете систем тонкостенных стержней методом конечных элементов с помощью построенных им тонкостенных конечных элементов с 7 степенями свободы с помощью точной аппроксимации предложил гипотезу о том, что мера депланация  $\theta$  не изменяется при повороте, т.е. равен для всех стержней, сходящихся в одном узле. Результаты данной теории нашли применение в программном комплексе СТК. Данная гипотеза использована им в матрице поворота при принятии косинуса поворота соответствующей степени свободы, равного единице. При этом в статье [21] утверждается, что «...коэффициенты преобразования депланации определяются конструкцией узлов сопряжения стержней, направляющие косинусы зависят от геометрии конструкции», но ответа, как это сделать, автор не дает.

Несколько позже профессор А.В. Перельмутер и В.В. Юрченко проверили данные подходы к учету граничных условий и пришли к выводу, что значения бимоента отличны в сходящихся в узле стержнях и не имеют как таковой зависимости [24],[25].

В дальнейшем профессор А.Р.Туснин в работе [26] в развитие данной темы исследует экспериментально граничные условия для различных типов узловых опорных соединений и выявляет количественные характеристики, позволяющие инженерам-расчетчикам их использовать в расчетных схемах, отличных от стержневых систем с идеализированными опорами – шарнирными или жесткозакрепленными. При этом тема внутренних узловых соединений для плоских и пространственных рам не затронута.

В работе Е.И.Бритвина [27] также подтверждается несостоятельность гипотезы непрерывной передачи депланации через узел. В рамках классической теории В.З.Власова предлагается метод расчета пространственных стержневых тонкостенных конструкций, учитывающий неравенство депланаций подходящих к узлу сечений, и построения матрицы жесткости узла с помощью сочетания анализа конечноэлементной модели узла с последующим ее «обжатием» при помощи аналитических построений. Указанная работа, по мнению авторов данной статьи, является важным этапом в развитии теории тонкостенных стержней.

В работах профессора Серпика И.Н. и Школяренко И.О. [28],[29] и др. также рассмотрена тема стесненного кручения в Г и Т-образных стержнях, так же, как и в остальных рассмотренных работах показан существенный дисбаланс по бимоентам на стыках стержней корытообразного профиля и предложен итерационный процесс определения соответствующих коэффициентов матрицы жесткости тонкостенного стержня путем изменения расположения вспомогательных связующих элементов между стержнями.

Каждая предложенная из гипотез при расчете систем, состоящих из тонкостенных стержней, дает отличный друг от друга результат, что приводит к отсутствию четкого понимания методики расчета подобных конструкций, и в свою очередь может стать причиной разрушения конструкции, которая может быть запроектирована неверно. Данное положение отражает актуальность темы данной статьи.

Для того, чтобы принять наиболее подходящий способ учета бимоента в узлах тонкостенных стержневых систем с целью их дальнейшего расчета и обеспечения необходимой несущей способности, необходимо более подробно изучить явление стесненного кручения в данных узлах.

В соответствии с этим, **целью** работы является анализ напряженно-деформированного состояния упруго-податливых узловых соединений двух тонкостенных стержней открытого профиля, имеющих различные параметры, находящихся в условиях стесненного кручения (**объект исследования**), и определение соответствующего коэффициента поворота сечения.

Для достижения поставленной цели сформулированы **задачи**, заключающиеся в создании и расчете в программном комплексе ABAQUS пространственных конечно-элементных моделей узловых соединений, выполненных из тонкостенных стержней:

- 1) под разными углами;
- 2) разной жесткости;
- 3) с учетом конструктивных элементов узлового соединения.



Для каждого замоделированного узлового соединения необходимо исследовать характер передачи бимоента и определить коэффициент поворота.

Основным допущением является идеализация узлового соединения – гипотеза сплошности, однородности и изотропности соединяющихся друг с другом элементов; в работе не рассмотрены дополнительные конструктивные элементы, такие как метизы (за исключением задачи 3), сварка, фрикционная работа элементов и др.

Целью работы НЕ является изучение характера работы конструкции в узле для заданных параметров, т.к. эта тема является более, чем изученной в мировой литературе и научного интереса, с точки зрения строительной механики, по мнению авторов, не представляет. Указанное допущение принято в данной работе исключительно для изучения **предмета исследования** - явления поворота бимоента как силового фактора, составляющего НДС тонкостенного стержня, в частных задачах о стесненном кручении Г-образной рамы.

Обозначенная проблема уже неоднократно рассматривалась авторами настоящей статьи в [30],[31] и др., где было высказано предположение о том, что значения бимоента  $B_1$  и  $B_2$  в двух стержнях (а следовательно – и бимоментные напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  в их узловых сечениях, сходящихся в узле, имеют зависимость, и их отношение определяется коэффициентом поворота  $K_\omega$ .

$$\sigma \sim \frac{B}{I_\omega} \omega \rightarrow K_\omega = \frac{B_2}{B_1} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (1)$$

Данный коэффициент поворота используется в матрице поворота  $[C]$  двухузлового стержневого конечного элемента (14x14), которая в случае пространственного элемента будет иметь вид:

$$[C] = \begin{pmatrix} [C_1] & & & 0 \\ & K_{\omega 1} & & \\ & & [C_2] & \\ 0 & & & K_{\omega 1} \end{pmatrix} \quad (2)$$

где  $[C_1]$  и  $[C_2]$  матрицы коэффициентов поворота по «стандартным» степеням свободы в первом и втором узле, соответственно;  $K_{\omega 1}$  и  $K_\omega$  - коэффициенты поворота «седьмой» (депланационной) степени свободы.

В настоящей статье основной акцент сделан на анализ полученных результатов, определение возможных зависимостей и формирование соответствующих выводов. Процесс создания конечно-элементных моделей узловых соединений в программном комплексе ABAQUS, рассматриваемых, в статье не рассматривается.

## 2 Materials and Methods

К конечно-элементной модели Г-образного соединения (рис.1) вдоль полки сечения со стороны ригеля приложена линейная распределенная «единичная» нагрузка с максимальным значением 1кН, моделирующая действие бимоента (рис.2). Нижние грани «колонны» представленного узлового соединения жестко закреплены от перемещений и поворотов.

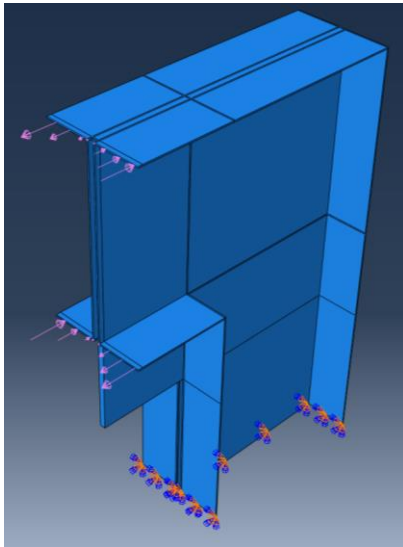


Рис. 1 – Модель узлового соединения в ПК ABAQUS  
Fig. 1 – Joint model in PC ABAQUS

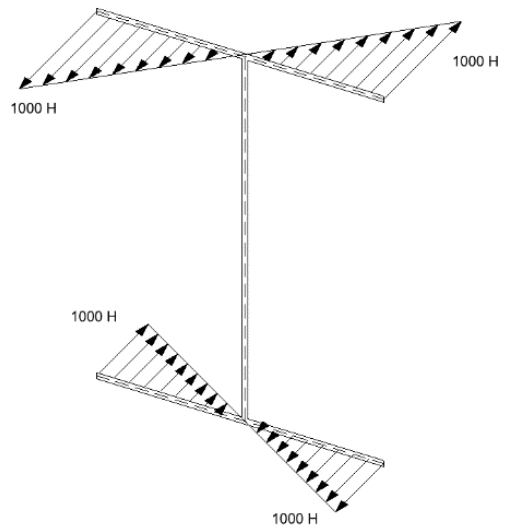


Рис. 2 – Единичная нагрузка  
Fig. 2 – Unit load

Характеристики узлового соединения представлены в табл. 1.

Таблица 1. Геометрические и физические параметры узлового соединения  
Table 1. Geometric and physical parameters of the rod joint

Характеристика		Значение	Ед. изм.
Плотность	$\rho$	7858	кг/м <sup>3</sup>
Модуль Юнга	$E$	$2 \cdot 10^{11}$	Па
Коэффициент Пуассона	$\nu$	0,3	
Размеры тонкостенного профиля		0,2x0,05x0,0015	м
Длина «ригеля»		0,105	м
Длина «колонны»		0,45	м
Размеры фасонки		0,3x0,3x0,006	м

В программном комплексе ABAQUS было замоделировано узловое соединение. Модель узлового соединения разбита на 8-ми узловые конечные элементы первого порядка интерполяции и с редуцированной схемой интегрирования (C3D8R) размером 5x5x1,5 мм (рис. 3-4).

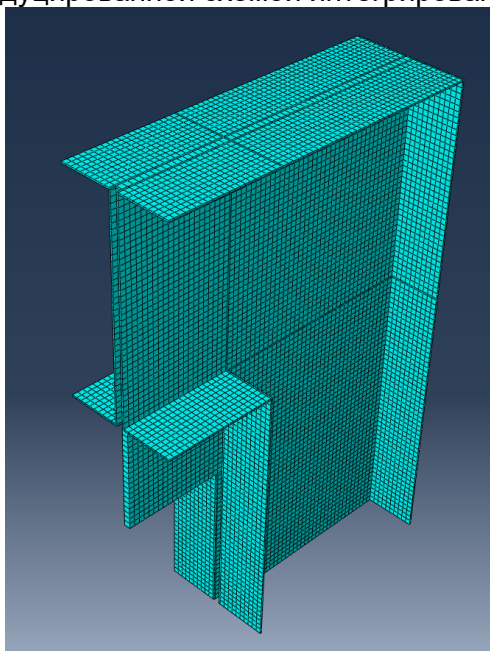


Рис. 3 – Конечноеэлементная модель  
Fig. 3 – Finite element model

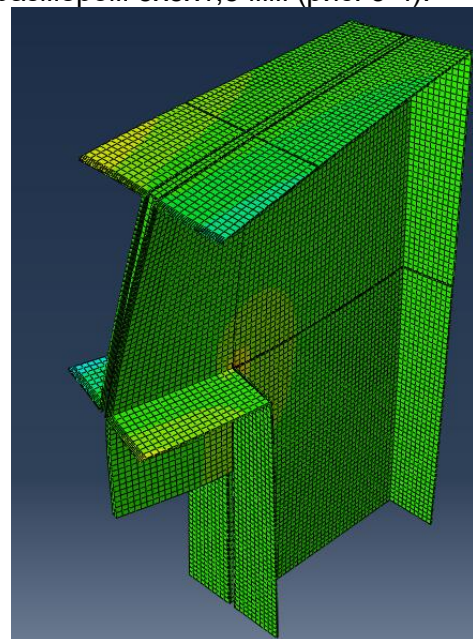


Рис. 4 – Деформированное состояние узла  
Fig. 4 - Strain state of joint

Далее методом конечных элементов вычисляются нормальные напряжения в четырех наиболее опасных точках наиболее близких к узлу (расположенных на расстоянии одного конечного элемента) сечений ригеля и колонны  $\sigma_{A1}^1, \sigma_{B1}^1, \sigma_{C1}^1, \sigma_{D1}^1, \sigma_{A2}^2, \sigma_{B2}^2, \sigma_{C2}^2, \sigma_{D2}^2$  (рис. 5-6)

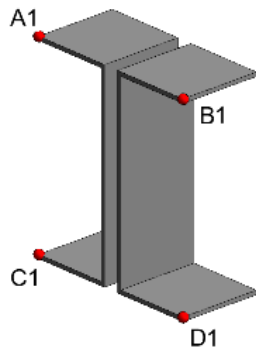


Рис.5 – Расчетные точки в «ригеле»  
Fig. 5 – Reference points in «beam»

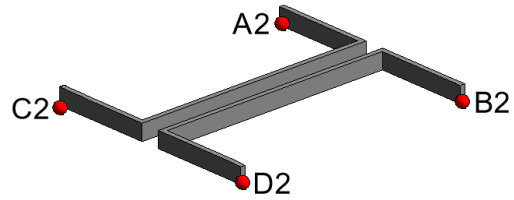


Рис.6 – Расчетные точки в «колонне»  
Fig. 6 - Reference points in «column»

Напряжения в пределах полки усредняются по модулю для обеих полок (формула (3)), вычисляются отношения средних величин (формула (4)), которые затем еще раз усредняются и, таким образом, получается «коэффициент поворота»  $K_\omega$ .

$$\bar{\sigma}_t^1 = 1/2 (\sigma_{A1}^1 + \sigma_{B1}^1); \bar{\sigma}_b^1 = 1/2 (\sigma_{C1}^1 + \sigma_{D1}^1) \quad (3)$$

$$\frac{\bar{\sigma}_t^2}{\bar{\sigma}_t^1} = \frac{B_2}{B_1}; \frac{\bar{\sigma}_b^2}{\bar{\sigma}_b^1} = \frac{B_2}{B_1} \quad (4)$$

### 3 Results

#### 3.1 Узловые соединения тонкостенных стержней, сопряженные по разными углами

Рассмотрим 4 случая, при которых профили, образующие узловое соединение, сходятся под углами  $105^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 165^\circ$  (рис. 7-14). Приложим к ригелю каждой из моделей ранее описанную «единичную» нагрузку. Основания вертикальной части жестко закрепим.

Узловое соединение из тонкостенных профилей, сопряженных под углом  $105^\circ$ , его геометрические параметры, схема приложения нагрузки и закрепления показаны на рис. 7-8.

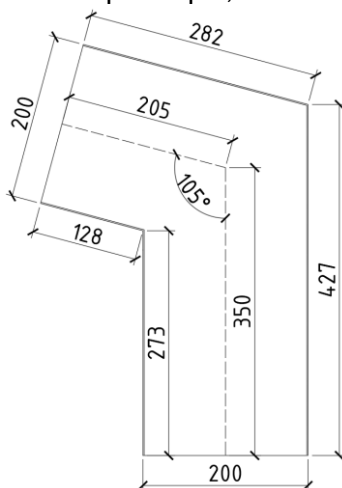


Рис. 7– Размеры узлового соединения под углом  $105^\circ$   
Fig. 7 – Joint dimensions at the angle of  $105^\circ$

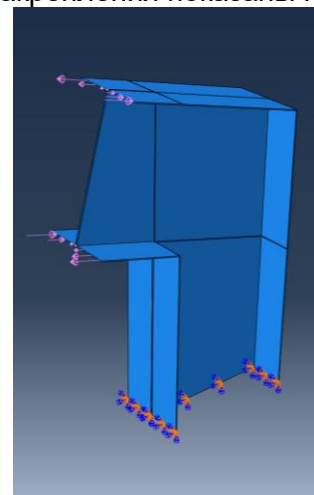


Рис. 8 – Модель узлового соединения под углом  $105^\circ$   
Fig. 8 – Joint model at the angle of  $105^\circ$

Аналогичная информация по соединению из тонкостенных профилей, сопряженных под углом  $120^\circ$ , показана на рис. 9-10.

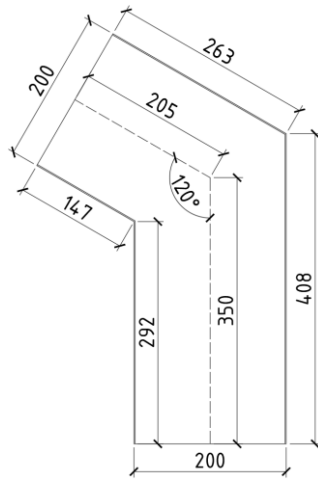


Рис. 9 – Размеры узлового соединения под углом  $120^\circ$

Fig. 9 – Joint dimensions at the angle of  $120^\circ$

Аналогичная информация по соединению из тонкостенных профилей, сопряженных под углом  $135^\circ$ , показана на рис. 11-12.

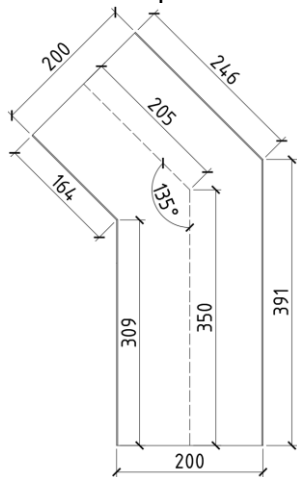


Рис. 11 – Размеры узлового соединения под углом  $135^\circ$

Fig. 11 – Joint dimensions at the angle of  $135^\circ$

Аналогичная информация по соединению из тонкостенных профилей, сопряженных под углом  $165^\circ$ , показана на рис. 13-14.

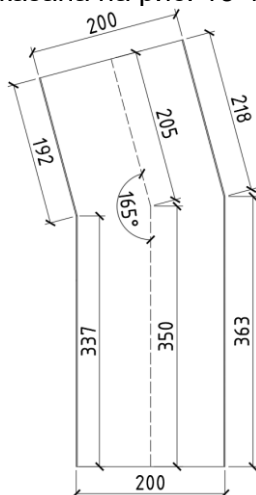


Рис. 13 – Размеры узлового соединения под углом  $165^\circ$

Fig. 13 – Joint dimensions at the angle of  $165^\circ$

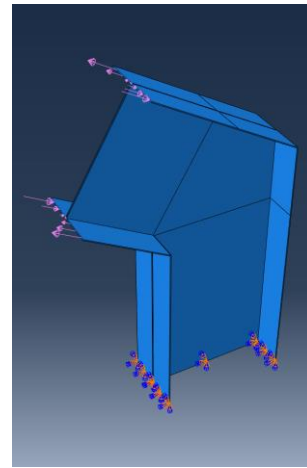


Рис. 10 – Модель узлового соединения под углом  $120^\circ$

Fig. 10 – Joint model at the angle of  $120^\circ$

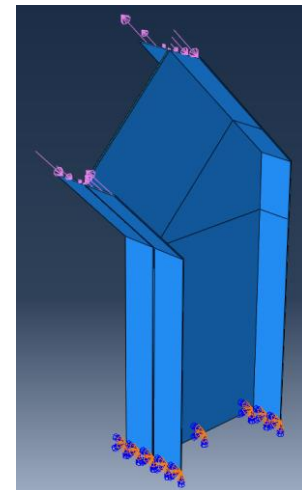


Рис. 12 – Модель узлового соединения под углом  $135^\circ$

Fig. 12 – Joint model at the angle of  $135^\circ$

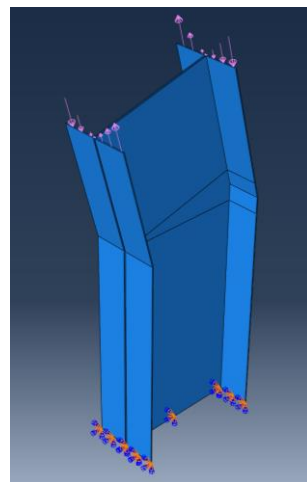


Рис. 14 – Модель узлового соединения под углом  $165^\circ$

Fig. 14 – Joint model at the angle of  $165^\circ$

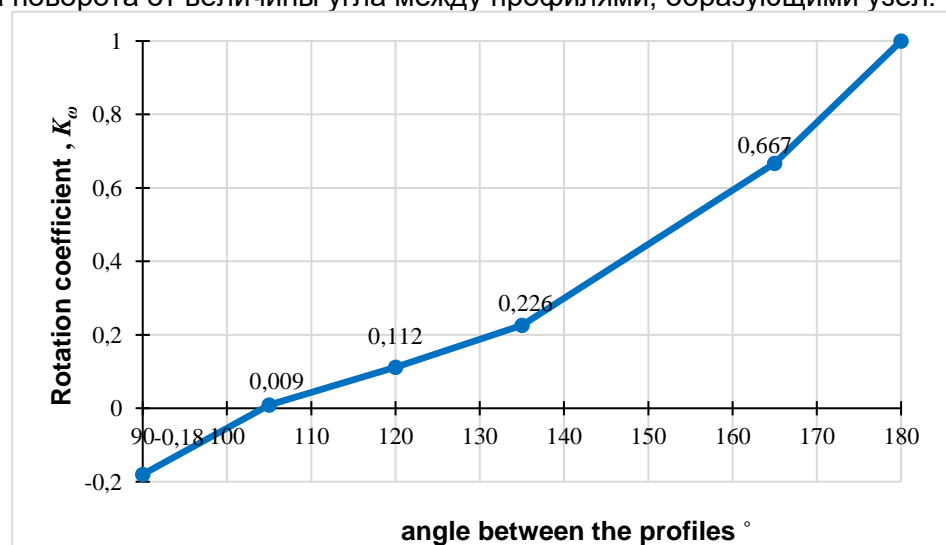
Результаты расчета сведены в табл. 2 в виде значений нормальных напряжений в соответствующих точках (рис.5-6) и вычисленного коэффициента поворота.

**Таблица 2. Результаты вычисления коэффициента поворота для узловых соединений из тонкостенных профилей под разными углами**

**Table 2. The results of calculating the rotation coefficient for the joint models made of thin-walled profiles connected at different angles**

Угол	Нормальные напряжения в «ригеле», кПа						Нормальные напряжения в «колонне», кПа						$\frac{\sigma_t^2}{\sigma_t^1} = \frac{B_2}{B_1}$	$\frac{\sigma_b^2}{\sigma_b^1} = \frac{B_2}{B_1}$	$K_\omega$
	$\sigma_{A1}^1$	$\sigma_{B1}^1$	$\sigma_{C1}^1$	$\sigma_{D1}^1$	$\sigma_t^1$	$\sigma_b^1$	$\sigma_{A2}^2$	$\sigma_{B2}^2$	$\sigma_{C2}^2$	$\sigma_{D2}^2$	$\sigma_t^2$	$\sigma_b^2$			
90°	28,050	-28,050	-28,053	28,053	±28,050	∓28,053	-5,817	5,817	4,288	-4,288	±5,817	∓4,288	-0,207	-0,153	-0,180
105°	27,994	-27,994	-28,005	28,005	±27,994	∓28,005	0,088	-0,088	-0,405	0,405	±0,088	∓0,405	0,003	0,014	0,009
120°	27,972	-27,972	-28,014	28,018	±27,972	∓28,016	3,008	-3,016	-3,273	3,257	±3,012	∓3,265	0,108	0,116	0,112
135°	27,989	-27,989	-27,989	27,989	±27,989	∓27,989	6,217	-6,217	-6,417	6,414	±6,217	∓6,412	0,222	0,229	0,226
165°	28,013	-28,013	-28,002	28,002	±28,013	∓28,002	18,638	-18,638	-18,701	18,701	±18,638	∓18,701	0,665	0,668	0,667

Вычисленные коэффициенты поворота обобщены на рис. 15 в виде графика зависимости величины коэффициента поворота от величины угла между профилями, образующими узел.



**Рис. 15 – Зависимость коэффициента поворота от угла между профилями**  
**Fig. 15 – Dependence of the rotation coefficient on the angle between the profiles**

### 3.2 Узловые соединения тонкостенных стержней разной жесткости

В данном разделе был изучен ряд Г-образных пространственных конечно-элементных моделей узловых соединений, выполненных из тонкостенных профилей разной жесткости.

Рассмотрено два основных варианта:

- 1) при неизменной жесткости профиля «колонны» изменяется жесткость «ригеля» узлового соединения (табл.3);
- 2) при неизменной жесткости профиля «ригеля» изменяется жесткость «колонны» узлового соединения (табл.4).

Далее приведены сводные таблицы (табл. 3-4) для каждого варианта, где представлены изображения моделей в программном комплексе ABAQUS со схемой приложения нагрузки и закреплениями, наименование используемых профилей для «ригеля» и «колонны», а также полученные значения коэффициента поворота.

**Таблица 3. Коэффициенты поворота для моделей узловых соединений, выполненных из тонкостенных профилей разной жесткости (различная жесткость сечения «ригеля»)**  
**Table 3. Rotation coefficients for the joint models made of thin-walled profiles with different stiffness (different stiffness of the beam)**

Сечение профиля «ригеля»	ПН-100-50-1,5	ПН-150-50-1,5	ПН-200-50-1,5	ПН-250-50-1,5	ПН-300-50-1,5
Сечения профиля «колонны»	ПН-200-50-1,5	ПН-200-50-1,5	ПН-200-50-1,5	ПН-200-50-1,5	ПН-200-50-1,5
$K_{\omega}$	-0,113	-0,156	-0,180	-0,195	-0,200

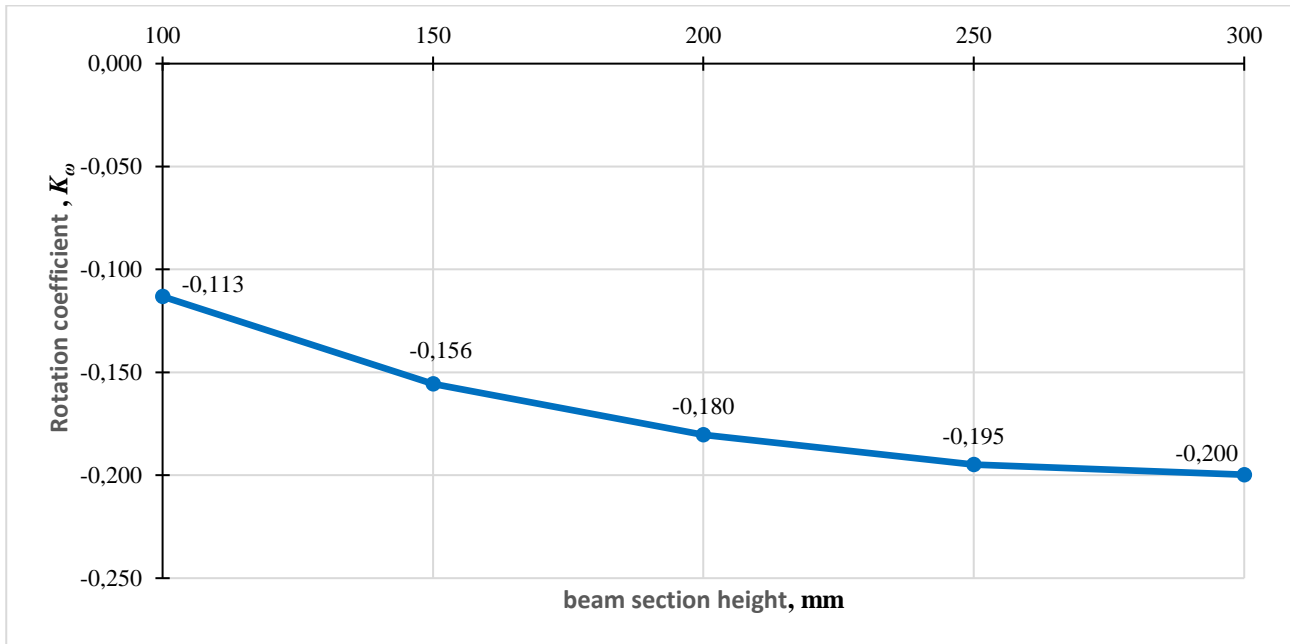
**Таблица 4. Коэффициенты поворота для моделей узловых соединений, выполненных из тонкостенных профилей разной жесткости (различная жесткость сечения «колонны»)**  
**Table 4. Rotation coefficients for the joint models made of thin-walled profiles with different stiffness (different stiffness of the column)**

Сечение профиля «ригеля»	ПН-200-50-1,5	ПН-200-50-1,5	ПН-200-50-1,5	ПН-200-50-1,5	ПН-200-50-1,5
Сечения профиля «колонны»	ПН-100-50-1,5	ПН-150-50-1,5	ПН-200-50-1,5	ПН-250-50-1,5	ПН-300-50-1,5
$K_{\omega}$	-0,155	-0,168	-0,180	-0,186	-0,194

Изменение жесткости профиля происходит за счет изменения высоты сечения профиля при неизменной ширине и толщине стенок. Диапазон изменения высоты сечения профиля находится в пределах между 100 мм и 300 мм с шагом 50 мм.

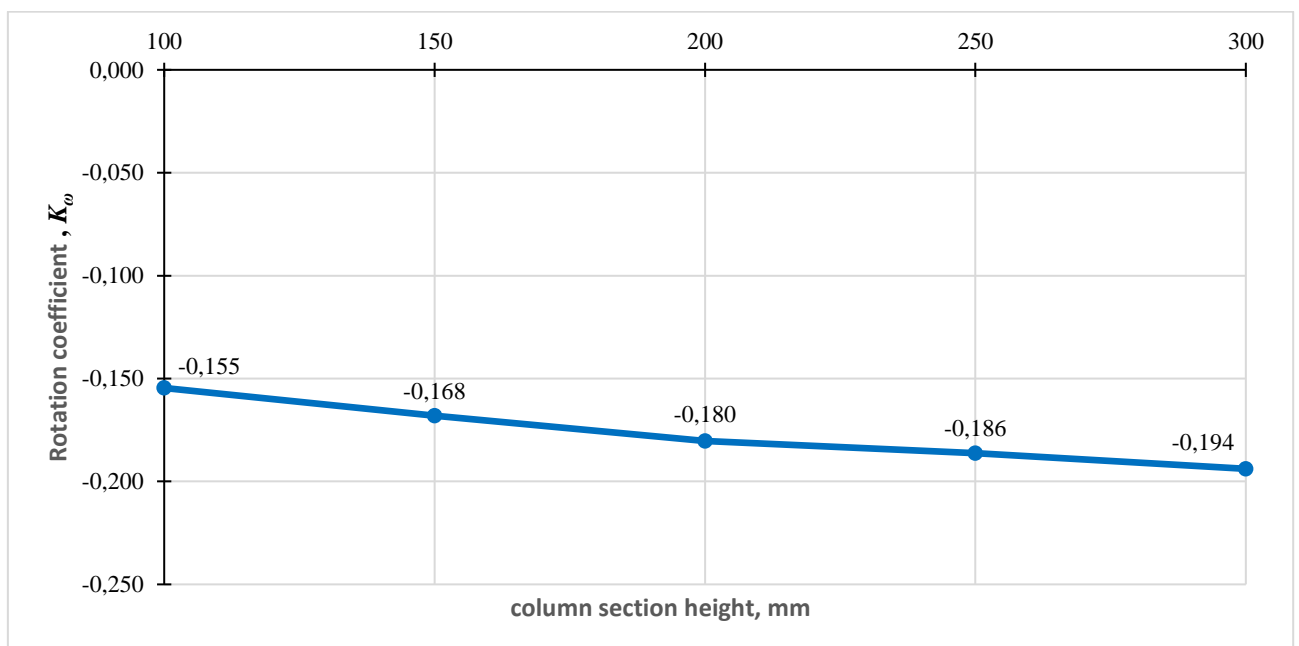
На рис. 16 показана зависимость величины коэффициента поворота от высоты сечения «ригеля». При увеличении высоты сечения «ригеля» (от 100 мм до 300 мм) величина коэффициента поворота уменьшается (от -0,113 до -0,200).





**Рис. 16 – Зависимость коэффициента поворота от высоты сечения «ригеля»**  
**Fig. 16 – The dependence of the rotation coefficient on the beam cross-section height**

На рис.17 представлена зависимость величины коэффициента поворота от высоты сечения «колонны». При увеличении высоты сечения «колонны» (от 100 мм до 300 мм) величина коэффициента поворота уменьшается (от -0,155 до -0,194).



**Рис. 17 – Зависимость коэффициента поворота от высоты сечения «колонны»**  
**Fig. 17 – The dependence of the rotation coefficient on the column cross-section height**

### 3.3 Учет конструктивных элементов узлового соединения тонкостенных стержней

Рассмотрим вариант болтового соединения двух тонкостенных стержней, которое могло быть запроектировано к рассматриваемой данной статье расчетной схеме.

Основные геометрические размеры соединения представлены на рис. 18-19. Модель данного узлового соединения эквивалентна модели на рис. 3-4, за исключением наличия уголков и болтового соединения из 18 болтов. Отверстия в тонкостенных профилях, фасонке и уголках расположены симметрично относительно линии стыка профилей в узле. Заданы болты М8х16 в

стенках профилей и М8х14 в полках (ГОСТ 7805-70 Болты с шестигранной головкой класса точности А. Конструкция и размеры).

Уголки приняты сварными, без радиуса закругления, 75х75х6 в количестве 4шт.. Ширина уголков равна ширине полки тонкостенного профиля – 50 мм.

Отличием от ранее описанных расчетных моделей является особенность назначения связей между составными частями узлового соединения. С целью имитации болтового соединения элементы модели соединены жестко между собой только в местах контакта: 1) поверхности болта с внутренними поверхностями отверстий под него в тонкостенных профилях и фасонке/уголке; 2) внутренней поверхности шляпки болта/гайки с соответствующей поверхностью на тонкостенном профиле/уголке. Допущением рассматриваемой модели является отсутствие учета трения между составными частями узлового соединения.

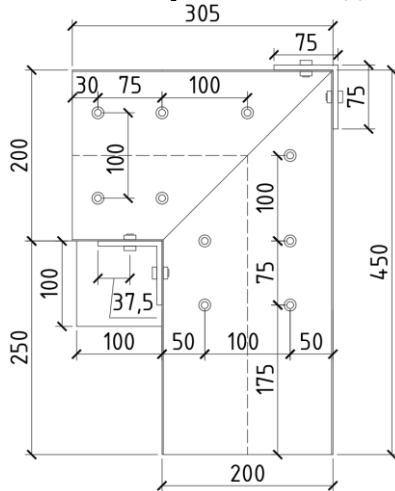


Рис. 18 – Размеры узлового соединения  
Fig. 18 – Joint dimensions

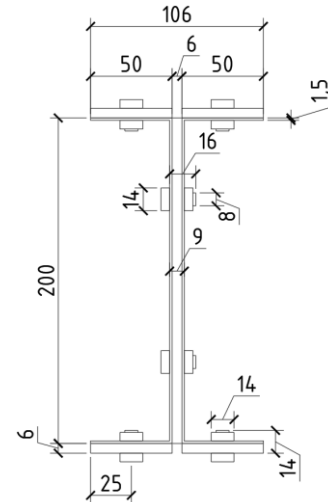


Рис. 19 – Размеры узлового соединения (сечение)  
Fig. 19 – Joint dimensions (cross-section)

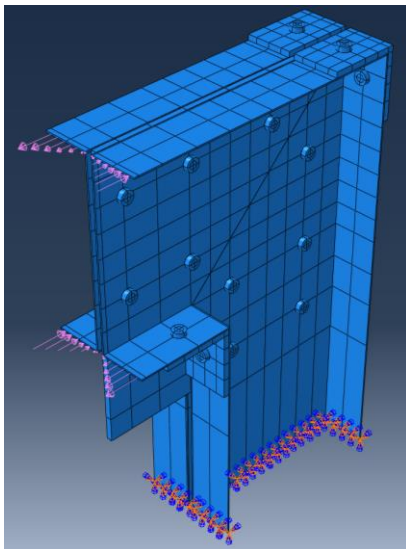


Рис. 20 – Модель узлового соединения с учетом конструктивных элементов  
Fig. 20 – Joint model with structural parts

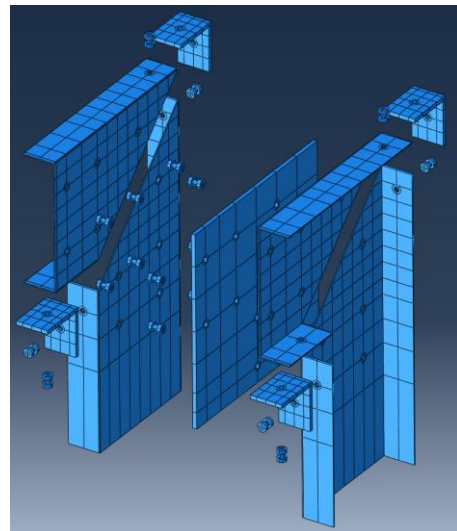


Рис. 21 – Составные части узлового соединения  
Fig. 21 – Joint model components

Результаты расчета представлены в табл.5 в виде значений нормальных напряжений в соответствующих точках (рис. 5-6) и вычисленного коэффициента поворота. Также с целью сравнительного анализа в табл.5 приведены результаты расчета аналогичных моделей узловых соединений без фасонки и с учетом фасонки.

Разница в значениях коэффициента поворота при учете конструктивных элементов (фасонки, уголков, болтовых соединений) и без их учета составляет 28,3%. Разница в значениях



коэффициента поворота при учете конструктивных элементов (фасонки, уголков, болтовых соединений) и при учете только фасонки составляет 26,7%.

**Таблица 5. Результаты вычисления коэффициента поворота для узловых соединений: без учета фасонки, с учетом фасонки, с учетом фасонки и болтового соединения**  
**Table 5. The results of calculating the rotation coefficient for the joint models made of thin-walled profiles: without gusset, with gusset, with gusset and bolted connection**

	Нормальные напряжения в «ригеле», кПа						Нормальные напряжения в «колонне», кПа						$\frac{\sigma_t^2}{\sigma_b^1} = \frac{B_2}{B_1}$	$\frac{\sigma_b^2}{\sigma_b^1} = \frac{B_2}{B_1}$	$K_\omega$
	$\sigma_{A1}^1$	$\sigma_{B1}^1$	$\sigma_{C1}^1$	$\sigma_{D1}^1$	$\sigma_t^1$	$\sigma_b^1$	$\sigma_{A2}^2$	$\sigma_{B2}^2$	$\sigma_{C2}^2$	$\sigma_{D2}^2$	$\sigma_t^2$	$\sigma_b^2$			
Тип соединения	верх	верх	низ	низ	верх (среднее)	низ (среднее)	верх	верх	низ	низ	верх (среднее)	низ (среднее)	верх/верх	низ/низ	среднее
Без фасонки	28,050	-28,050	-28,053	28,053	±28,050	∓28,053	-5,817	5,817	4,288	-4,288	∓5,817	±4,288	-0,207	-0,153	-0,180
С фасонкой	26,417	-26,417	-26,417	26,417	±26,417	∓26,417	-4,291	4,291	4,947	-4,947	∓4,291	±4,947	-0,164	-0,187	-0,176
С фасонкой и болтовыми соединениями	26,437	-26,422	-26,427	26,409	±26,430	∓26,418	-2,946	2,964	3,834	-3,879	∓2,955	±3,857	-0,112	-0,146	-0,129

При этом стоит учитывать тот факт, что в рассмотренной модели не назначались дополнительные связи трения между составными элементами узлового соединения. Можно предположить, что при учете трения, значения нормальных напряжений и коэффициента поворота будут ближе к значениям, полученным для моделей без учета конструктивных элементов.

На основании вышеизложенного, представляется возможным сделать вывод, что более детальная проработка конечно-элементной модели узлового соединения, при учете таких конструктивных элементов, как фасонка, уголки и болтовые соединения, оказывает незначительное влияние на получаемые значения нормальных напряжений в расчетных точках, и соответственно, на значение коэффициента поворота.

Учитывая результаты проведенных расчетов всех рассмотренных узловых соединений и выявленные зависимости значения коэффициента поворота от различных изменяемых параметров, в узловых соединениях, выполненных из тонкостенных профилей, сопряженных при угле равном  $90^\circ$ , имеет смысл рекомендовать принимать значение коэффициента поворота, расположенное в диапазоне  $-0,1 \leq K_\omega \leq -0,2$  в зависимости от наиболее невыгодной ситуации.

## 4 Discussion

При анализе результатов следует отметить отличие всех полученных в данной статье результатов от результатов, которые можно получить по теориям и методикам других авторов, занимавшихся исследованием узловых соединений тонкостенных стержней.

В целом, подтверждены для Г-образных соединений результаты, ранее опубликованные в трудах А.В.Перельмутера и В.В. Юрченко [25],[24] для Т-образных и др. узлов. В очередной раз подтвержден факт того, что ни бимиомент как силовой фактор, ни депланация как вид деформации не остаются постоянными по разные стороны от узлового соединения, как это позиционируют некоторые авторы.

Однако особое внимание следует обратить на результаты численного эксперимента по вариации угла между элементами



Видно, что при увеличении угла между профилями, образующими узловое соединение, увеличивается значение коэффициента поворота. Причем при определенном угле коэффициент поворота меняет свой знак с отрицательного на положительный. Этот угол приблизительно равен  $105^\circ$ , в этом случае коэффициент поворота равен  $K_\omega = 0,009$ .

В результате проведенных расчетов определены области применения ранее известных гипотез: А.Р. Туснина [20] и А.С. Городецкого и др.[13].

Как уже отмечалось ранее, гипотеза А.Р. Туснина [20] заключается в том, что косинус угла поворота бимоента принимается равным единице, что в свою очередь, согласно рис. 15, соответствует углу  $180^\circ$  между профилями, образующими узловое соединение.

В гипотезе А.С. Городецкого и др. [13] бимоментом в узлах пренебрегают, что говорит о равенстве нулю косинуса поворота бимоента. Данная ситуация, согласно рис. 15, справедлива для узлового соединения, образованного сопряжением профилей при угле  $105^\circ$ . Соответственно, при угле равном  $105^\circ$  передача бимоента через узловое соединение отсутствует.

## 5 Conclusions

1. Выявлена зависимость величины коэффициента поворота от высоты сечения одного из профилей, образующих Г-образное узловое соединение. Показано, что при увеличении высоты сечения (т.е. жесткости) одного из профилей, образующих Г-образное узловое соединение, уменьшается величина коэффициента поворота.
2. Выявлена зависимость коэффициента поворота от угла между профилями, образующими узловое соединение. Показано, что при увеличении угла между профилями, образующими узловое соединение, увеличивается значение коэффициента поворота.
3. Показано существование такого угла между профилями, образующими узловое соединение, при котором коэффициент поворота равен нулю, а именно - меняет свой знак с отрицательного на положительный. Для рассмотренной задачи такой равен около  $105^\circ$ , в этом случае коэффициент поворота равен  $K_\omega = 0,009$ , что говорит о том, что бимомент в узле не передается. Можно считать, что данная конфигурация узлового соединения является частным случаем, соответствующим гипотезе [13], авторы которой считали, что бимоментом в узлах пренебрегают.
4. Учет таких конструктивных элементов, как фасонка, уголки и болтовые соединения, оказывает незначительное влияние на характер передачи бимоента в узловом соединении, и как следствие, на значение величины коэффициента поворота.
5. В узловых соединениях, образованных тонкостенными профилями, сопряженными при угле  $90^\circ$ , рекомендовано принимать значение коэффициента поворота, находящееся в диапазоне  $-0,1 \leq K_\omega \leq -0,2$  в зависимости от наиболее невыгодной ситуации расчета.

## References

1. Nazmeeva, T., Sivokhin, A. Numerical investigations of the connections between cold-formed steel curtain walls and reinforced concrete slabs. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. 456(1). DOI:10.1088/1757-899X/456/1/012081.
2. Garifullin, M., Bronzova, M., Pajunen, S., Mela, K., Heinisuo, M. Initial axial stiffness of welded RHS T joints. Journal of Constructional Steel Research. 2019. 153. Pp. 459–472. DOI:10.1016/J.JCSR.2018.10.025.
3. Horacek, M., Melcher, J., Balazs, I., Pesek, O. On Problem of Torsional Characteristics of Thin-walled Steel Beams with Web Openings. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019. 471(5). DOI:10.1088/1757-899X/471/5/052040.
4. Gebre, T.H., Galishnikova, V. V. The impact of section properties on thin walled beam sections with restrained torsion. Journal of Physics: Conference Series. 2020. 1687(1). DOI:10.1088/1742-6596/1687/1/012020.
5. Galishnikova, V. A theory for space frames with warping restraint at nodes. Advances in the Astronautical Sciences. 2020. 170. Pp. 763–784.
6. Rybakov, V., Dyakov, S., Sovetnikov, D., Azarov, A., Ivanov, S. Finite elements apparatus in thin-walled rods dynamics problems. MATEC Web of Conferences. 2018. 245. DOI:10.1051/matecconf/201824508007.
7. Lalin, V. V., Rybakov, V.A., Ivanov, S.S., Azarov, A.A. Mixed finite-element method in V.I. Slivker's

Rybakov, V.; Jos, V.

Stress State of Г-Shaped Thin-Walled Rod Joints in Bending Torsion;

2022; *Construction of Unique Buildings and Structures*; 99 Article No 9903. doi: 10.4123/CUBS.99.3



- semi-shear thin-walled bar theory. Magazine of Civil Engineering. 2019. 89(5). Pp. 79–93. DOI:10.18720/MCE.89.7.
8. Rybakov, V.A., Lalin, V. V., Ivanov, S.S., Azarov, A.A. Coordinate functions quadratic approximation in V.I. Slivker's semi-shear stability theory. Magazine of Civil Engineering. 2019. 89(5). Pp. 115–128. DOI:10.18720/MCE.89.10.
  9. Nazmeeva, T. V., Vatin, N.I. Numerical investigations of notched C-profile compressed members with initial imperfections. Magazine of Civil Engineering. 2016. 62(2). Pp. 92–101. DOI:10.5862/MCE.62.9.
  10. Garifullin, M., Nackenhorst, U. Computational analysis of cold-formed steel columns with initial imperfections. Procedia Engineering. 2015. 117(1). Pp. 1073–1079. DOI:10.1016/j.proeng.2015.08.239.
  11. Atavin, I. V., Melnikov, B.E., Semenov, A.S., Chernysheva, N. V., Yakovleva, E.L. Influence of stiffness of node on stability and strength of thin-walled structure. Magazine of Civil Engineering. 2018. 80(4). Pp. 48–61. DOI:10.18720/MCE.80.5.
  12. Al Ali, M. Resistance of closed compressed cold-formed steel cross-sections with intermediate stiffeners. Advances and Trends in Engineering Sciences and Technologies - Proceedings of the International Conference on Engineering Sciences and Technologies, ESaT 2015. 2016. Pp. 3–8. DOI:10.1201/B19249-3.
  13. Gorodetskiy, A.S., Zdorenko, V.S., Karpilovskiy, V.S. Primeneniye MKE k raschetu tonkostennykh sterzhnevnykh sistem [Application of FEM to the design of thin-walled bar systems]. Soprotivleniye materialov i teoriya sooruzheniy. 1976. 28. Pp. 134–140.
  14. Postnov, V.A., Kharkhurim, I.Y. Metod konechnykh elementov v raschetakh sudovykh konstruksiy [Finite element method in calculations of ship structures]. Moscow, 1974. 344 p.
  15. Nemchinov, Y.I. Raschet tonkostennykh prostranstvennykh sistem metodom konechnykh elementov [Calculation of thin-walled spatial systems by the finite element method]. Structural Mechanics and Analysis of Constructions. 1976. 5. Pp. 14–17.
  16. Nemchinov, Y.I. Raschet zdaniy i sooruzheniy metodom prostranstvennykh konechnykh elementov [Calculation of buildings and structures by the spatial finite element method]. Structural Mechanics and Analysis of Constructions. 1981. 5. Pp. 29–33.
  17. Cichoń, C., Koczubiej, S. No Title Consistent FEM model for thin-walled space frames. Czasopismo Techniczne. 2008. 21. Pp. 3–20.
  18. Rezaiee-Pajand, M., Moayedian, M. Explicit stiffness of tapered and monosymmetric I beam-column. International Journal of Engineering. 2000. 13(2). Pp. 1–18.
  19. Bazant, Z.P., El Nimeiri, M. Large-deflection spatial buckling of thin-walled beams and frames. ASCE J Eng Mech Div. 1973. 99(EM6). Pp. 1259–1281. DOI:10.1061/jmcea3.0001837.
  20. Tusnin, A. Chislenny raschet konstruksiy iz tonkostennykh sterzhney otkrytogo profilya [Numerical calculation of thin-walled structures of public profile]. Moscow, M.: MGSU: Izd-vo ASV, 2009. 143 p.
  21. Tusnin, A.R. Finite element for numeric computation of structures of thin-walled open profile bars. Metal constructions. 2009. 15(1). Pp. 73–78.
  22. Tusnin, A. Use thin-walled finite element in calculating chase an open profile. Nauchno-tekhnicheskiiy vestnik Povolzhya. 2012. 6(405–408).
  23. Tusnin, A. Finite Element for Calculation of Structures Made of Thin-Walled Open Profile Rods. Procedia Engineering. 2016. 150. Pp. 1673–1679. DOI:10.1016/J.PROENG.2016.07.149.
  24. Perelmuter, A., Yurchenko, V. Calculation of spatial structures from thin\_walled bars with open profile. Structural Mechanics and Analysis of Constructions. 2012. 245(6). Pp. 18–25.
  25. Perelmuter, A., Yurchenko, V. On the issue of structural analysis of spatial systems from thin-walled bars with open profiles. Metal Constructions. 2014. 20. Pp. 179–190.
  26. Selyantsev, I.M., Tusnin, A. Cold-formed steel joints with partial warping restraint. Magazine of Civil Engineering. 2021. 101(1). DOI:10.34910/MCE.101.1.
  27. Britvin, E.. Analysis of frame structures formed of thin-walled bar elements. Structural Mechanics and Analysis of Constructions. 2016. 4. Pp. 43–54.
  28. Serpik, I., Shkolyarenko, R. Calculation of thin-walled systems of channel bars taking into account the restrained torsion. Building and Reconstruction. 2018. 78(4). Pp. 31–41.
  29. Serpik, I., Shkolyarenko, R. Refinement of the accounting methodology of bi-moments transfer at the junctions of the I-section bars. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. 365(4). DOI:10.1088/1757-899X/365/4/042011.



30. Rybakov, V., Sovetnikov, D., Jos, V. Cross-Sectional Warping of Thin-Walled Rods at Plane Frame Joints. *Lecture Notes in Civil Engineering*. 2020. 70. Pp. 231–243. DOI:10.1007/978-3-030-42351-3\_20.
31. Rybakov, V.A., Sovetnikov, D.O., Jos, V.A. Bending torsion in  $\Gamma$ -shaped rigid and warping hinge joints. *Magazine of Civil Engineering*. 2020. 99(7). DOI:10.18720/MCE.99.9.