



Research Article

Received: September 24, 2023

Accepted: October 25, 2023

Published: November 11, 2023

ISSN 2304-6295

Stability of spatial structural elements: the influence of actual modeling

Mushchanov, Vladimir Filippovich.¹ Mushchanov, Alexander Vladimirovich.¹ Tsepliaev, Maksim Nikolaevich.¹ Orzhehovskiy, Anatoly Nikolaevich.¹

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia, mutshanov_vf@spbstu.ru (M.V.F.), mutshanov_av@spbstu.ru (M.A.V.), m.n.cepliaev@donnasa.ru (T.M.N.), aorzhehovskiy@bk.ru (O.A.N.),

Correspondence:* email mutshanov_av@spbstu.ru; contact phone [+79493577808](tel:+79493577808)

Keywords:

Spatial metal structures; Space frames; Tanks; Sheet structures; Stress-strain state; Structures simulation; Finite element method; Stability; Static loads; Plasticity

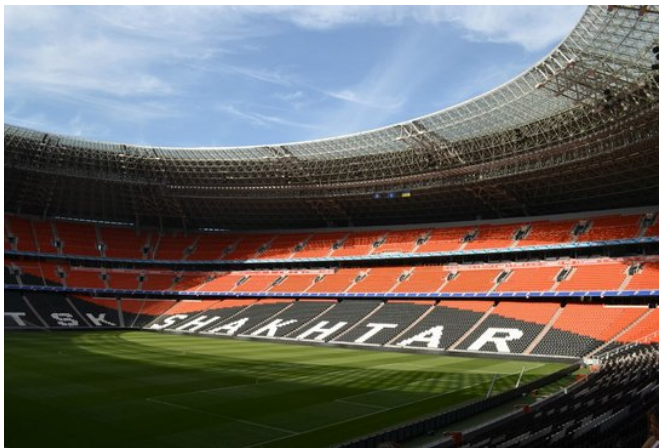
Abstract:

The object of research is the elements of spatial metal structures – space frames and tanks. The purpose of this work is to refine the parameters of the stress-strain state of the rod elements of structural coatings and walls of vertical cylindrical tanks, which is performed when assessing their stability. **Method.** The actual modeling of all structural elements was chosen as the method for studying the stress-strain state. The calculation schemes are implemented in the LIRA-SAPR software package (<https://www.lirasapr.com>) in geometrically and physically non-linear formulations. This solution allows you to track the nonlinear work between the load-displacement relationship as much as possible. **Results.** As a result, for the centrally compressed rods of structural structures, a dependence has been established that makes it possible to refine their bearing capacity from the stability condition. For the walls of vertical cylindrical tanks, the question of the influence of spiral staircases on the stability of the wall was studied.

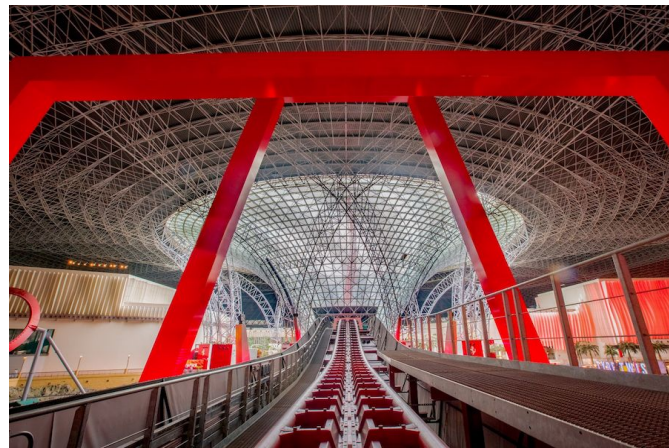
1 Введение / Introduction

1.1. Сжатые стержни

Проектирование структурных конструкций представляет серьезный научный и практический интерес, что подтверждается их многократным использованием во всех сферах строительной отрасли. Структурные покрытия (Рис. 1) в большинстве случаев рассчитываются в различных программных комплексах для расчета и проектирования строительных конструкций, расчетная схема которых представлена как многократно статически-неопределимая шарнирно-стержневая система, в которой результирующим усилием при подборе сечения является продольное усилие, возникающие в отдельно взятом стержне.



А – Стадион «Донбасс Арена» - г. Донецк, Российская Федерация
A – Stadium «Donbass Arena», Donetsk, Russian Federation



Б – Тематический парк «Le Ferrari World Theme Park», г. Абу-Даби, ОАЭ
B – Theme Park «Le Ferrari World Theme Park», Abu-Dhabi, UAE

Рис. 1 – Примеры реализации структурных конструкций
Fig. 1 – An example implementation of space frames

Опытные данные различных исследователей при проектировании таких конструкций указывают на возможность значительного уточнения несущей способности их центрально-сжатых стержней из условия устойчивости.

Исследование теории устойчивости сжатых стержней происходит от решения задачи о равновесии прямолинейного упругого стержня, нагруженного сжимающей продольной силой. Такую задачу решил Л. Эйлер в 1744 году. Позже, в 1892 году Ф. С. Ясинский в своих трудах обосновал влияние материала, расчетной длины и гибкости упругого стержня на процесс потери устойчивости (бокового выпучивания). Хотя стоит отметить, что первые попытки замены модуля упругости в формуле Эйлера касательным модулем принадлежала F. Engesser в 1889 году. В дополнение к вышеуказанному, в трудах Б. Г. Галеркина и И. Г. Бубнова сформулированы аналитические критерии потери устойчивости, которые в дальнейшем послужили основой для создания практических методов решения таких задач. Так же Б.Г. Галеркин впервые провел исследования устойчивости упругих систем, которые являются некой точкой отсчета исследования потери устойчивости центрально-сжатых стержней структурных конструкций.

В период 1925-1950-х годов Н.С. Стрелецким и А.Р. Ржанициним произведен анализ коэффициента запаса, основанного на базе теории вероятностей, что в дальнейшем отражается в переходе к расчету конструкций по предельным состояниям. Определенного рода обобщением и интеграцией результатов в единую для понимаю систему процесса потери устойчивости упругого стержня послужили труды С.П. Тимошенко и J. Gere [1] С.Д. Лейтеса.

Анализируя вышесказанное, следует отметить, что влияние на величину расчетной критической силы оказывает гибкость стержней, используемый материал, условия закрепления стержня и его вид деформированной оси.

Касательно структурных конструкций, условия работы стержней из условия устойчивости в составе покрытия более благоприятны, нежели в обычных плоских фермах. Такой фактор обусловлен препятствием поворота стержня в составе покрытия группой соседних стержней, примыкающих в узел. Благодаря реализации метода конечных элементов (МКЭ) в решении задач устойчивости, следует особое внимание уделить трудам А.В. Перельмутера и В.И. Сливкера в 3-х томах [2–4] Исследование процесса потери устойчивости с помощью МКЭ указывает на значительное влияние отличия фактических закреплений стержня от идеализированных и предполагаемой формы потери устойчивости. Поэтому, именно такой подход позволяет реализовать наиболее последовательный учет фактических опорных закреплений, обусловленных применяемыми конструктивными реализациями узловых соединений элементов структурных конструкций, а также, генерируя соответствующую сетку узлов расчетной схемы, описать наиболее точным образом начальное несовершенство, характерное для последующего деформирования стержня в процессе потери устойчивости.



Вопросы устойчивости в период 2018–2023 г. рассматриваются в разрезе нескольких направлений исследований. Оценка устойчивости стержней выполняется как аналитическими, так и численными методами исследования с некоторыми уточнениями:

–учет различных марок стали, включая композитные материалов в элементах: рассматриваются вопросы устойчивости и критического усилия продольного сжатия в сжатых элементах численными, экспериментальными и аналитическими методами исследования [5–8]

–учет способов изготовления элементов: оценивается влияние способов изготовления (горячекатанные или холодногнутые элементы) на показатели устойчивости элементов под нагрузкой [9–12]

–учет влияние температурных воздействий: производится оценка влияния температурных воздействий на деформации сжатых элементов [13], [14]

Помимо вышеперечисленных работ и нормативных документов, вопросами исследования устойчивости центрально-сжатых стержней также занимались И.Д. Аникеев, А.В. Голиков [15], В.В. Зверев [16], Y. Zheng [17], Fang Yongfeng [18], Z. Kala [19], Sathish T., Dinesh Kumar, S., Karthick, S [20]. Отметим, что вопросы потери устойчивости в упругой и упругопластической стадиях работы материала достаточно широко раскрыты в работах вышеуказанных авторов. Однако, модели, рассматриваемые в работах, представляют собой идеализированную расчетную схему без учета тщательного моделирования узловых соединений и их влияния на поведение конструкции под нагрузкой.

1.2. Листовые конструкции

Глобальная задача повышения экологичности и безопасности промышленных объектов только увеличивает свою актуальность. Наряду с требованием экономичности это создаёт необходимость поиска новых подходов к проектированию, учитывающих все особенности реальной работы конструкций. Безусловно, одним из наиболее перспективных направлений решения указанной задачи является разработка стандартизированных требований к расчётным схемам, разрабатываемым в специализированных программных комплексах базирующихся на методе конечных элементов. В то же время эффективная стандартизация не может быть универсальной и должна разрабатываться применительно к каждому характерному типу конструкции.

Вторым типом конструкций, рассматриваемым в текущей работе, являются стальные вертикальные цилиндрические резервуары (ВЦР). Выбор указанного типа конструкций обусловлен высоким классом опасности, а также возрастающей потребностью в подобных конструкциях в связи с развитием нефтехимической и других отраслей промышленности [21]–[23]. Высокая потребность обусловлена также необходимостью регулярного обновления резервуарного парка, в связи с их относительно малым сроком службы.

Большинство нормативных методик по расчёту ВЦР являются приближёнными и не в достаточной мере учитывающими целый ряд факторов и конструктивных особенностей таких конструкций [24]. Во многом это вызвано существенной трудоёмкостью аналитических расчётов для оболочек. Сложные формы нагрузок, податливость основания, краевые эффекты, учёт технологического оборудования это неполный перечень факторов учёт которых влияет на напряжённо-деформированное состояние резервуаров. В случае создания трёхмерной компьютерной модели вопрос детализации расчётной схемы не теряет своей актуальности. Текущая работа является часть комплексного исследования по разработке рекомендаций, учитывающих особенности моделирования пространственных конструкций на примере ВЦР.

Прочность и устойчивость цилиндрической стенки в значительной мере определяет надёжность всей конструкции резервуара. Аналитические нормативные методики обеспечивают достаточный запас устойчивости цилиндрической стенки, однако на практике фиксируются множество случаев аварийного отказа конструкций вследствие потери формы [25]–[27]. Это обусловлено воздействием ураганного ветра, возникновением вакуума выше проектного, наличием дефектов геометрии и комбинацией указанных и других факторов (Рис. 2). Компенсировать указанные факторы за счёт увеличения металлоёмкости стенки является экономически нецелесообразным. В то же время, используя трёхмерную модель, имеет смысл изучить влияние других конструктивных элементов для повышения устойчивости стенок.



Рис. 2 – Потеря устойчивости стенки резервуара под действием ветра и вакуума
Fig. 2 – Buckling of the tank wall under the of wind and vacuum action

Рассматриваемый в работе [28] случай аварийного отказа конструкции, изображённый на рис. 1а показывает, что стенка вертикального резервуара в месте крепления технологической лестницы полностью сохранила свою форму. Аналогичная ситуация прослеживается и на других конструкциях (рис.1 б, в) такого типа. Анализ указанных аварий проводился компаниями Prisco Engineering Associates (г. Дженива, США) и Beattie Fire Protection & Risk Consulting (г. Потстаун, США). Следовательно, можно предположить о положительном влиянии на устойчивость наличия лестницы. А поскольку лестницы являются обязательным конструктивным элементом любого резервуара, то их учёт не влечёт за собой повышения металлоёмкости стенки. Что в комплексе с вышеизложенными данными делает необходимым вопрос изучения влияния лестниц на устойчивость стенки.

Перечень исследований затрагивающих вопрос влияния внешних конструктивных элементов на работу оболочек является достаточно обширным. Несмотря на различные задачи и методы исследований во всех рассмотренных работах отмечено существенное повышение устойчивости таких оболочек. Напрямую вопрос учёта технологических лестниц рассматривается в двух исследованиях [28–32]. Авторами определена ориентация кольцевой лестницы по отношению к ветровому потоку, при которой предельная критическая нагрузка потери устойчивости возрастает на 20%. В зоне расположения лестницы, выявлено снижение перемещения стенки от ветровой нагрузки. Тем не менее, исследования охватывают только один размер резервуара и не могут считаться комплексными. В нормативных документах Российской Федерации, Европейского союза и США не конкретизируется вопрос учёта совместного работы стенки и кольцевой лестницы при проектировании резервуаров. Конструктивные требования к винтовым лестницам по большинству параметров совпадают

Таким образом, учитывая изложенную проблематику, целью данного исследования будет формирование принципов создания конечно-элементных моделей для оценки устойчивости пространственных конструкций на примере структурных покрытий и вертикальных цилиндрических резервуаров. Основными задачами текущей работы приняты:

- разработать уточненную модель центрально-сжатого стержня структурного покрытия и его узловое соединение в LIRA-SAPR 2019 R1 (<https://www.lirasapr.com>);
- выполнить оценку степени влияния узлового соединения на несущую способность центрально-сжатого стержня из условия устойчивости;
- выполнить аппроксимацию массива данных для дальнейшего установления аналитической зависимости;
- разработка уточненной конечно-элементной модели ВЦР для анализа напряжённо-деформированного состояния (НДС) и устойчивости в комплексе LIRA-SAPR 2019 R1 (<https://www.lirasapr.com>);
- оценка влияния технологических лестниц на устойчивость стенки ВЦР;
- определение границ применимости технологических лестниц для повышения устойчивости цилиндрических стенок резервуаров.

2 Материалы и методы / Materials and Methods

2.1. Стержневые конструкции

Mushchanov, V.; Mushchanov, A.; Tsepliaev, M.; Orzhehovskiy, A.
 Stability of spatial structural elements: the influence of actual modeling;
 2023; Construction of Unique Buildings and Structures; 109 Article No 10917. doi: 10.4123/CUBS.109.17



Обоснование рациональности возможного использования для анализа устойчивости стержня методом конечных элементов рассмотрим на решении задачи одиночного шарнирно-опертого стержня при упругой и упругопластической стадии работы материала. При решении задачи численным методом используется универсальный расчетный комплекс семейства в LIRA-SAPR 2019 R1 (<https://www.lirasapr.com>) [33]

Применимость такого подхода рассмотрим на тестовом примере продольного изгиба стержневого элемента, выполненного из круглой трубы сечением 48x3 по Российскому государственному стандарту [34] со следующими характеристиками:

- $A = 4.24\text{cm}^2$;
- $I_x = I_y = 10.78\text{cm}^4$;
- $i_x = i_y = 1.59\text{cm}$;
- $l = 191\text{cm}$ (для упругого расчета) $\rightarrow \lambda = 100$;
- $l = 127.4\text{cm}$ (для упругопластического) $\rightarrow \lambda = 80$;
- $\alpha = 3100$ (для Ст2, Ст3);
- $\beta = 11.4$

Для исследования потери устойчивости в упругой стадии работы материала воспользуемся классическим решением задачи формулой Эйлера (1):

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} = \frac{3.14^2 \cdot 20600(\text{kN/cm}^2) \cdot 10.78(\text{cm}^4)}{159(\text{cm}^2)} = 86.61(\text{kN}). \quad (1)$$

Перейдем к критическим напряжениям (2):

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{86.61(\text{kN})}{4.24(\text{cm}^2)} = 20.42(\text{kN/cm}^2). \quad (2)$$

Для исследования потери устойчивости в упругопластической стадии работы материала воспользуемся классическим решением задачи формулой Энгессера-Ясинского (3):

$$\sigma_{cr} = \alpha - \beta\lambda = 3100 - 11.4 \cdot 80 \cdot 10^{-2} = 21.88(\text{kN/cm}^2). \quad (3)$$

Перейдем к критической нагрузке (4):

$$P_{cr} = \sigma_{cr} A = 21.88(\text{kN/cm}^2) \cdot 4.24(\text{cm}^2) = 92.77(\text{kN}). \quad (4)$$

Далее, отмоделируем исследуемый стержень в программном комплексе LIRA-SAPR 2019 R1 (<https://www.lirasapr.com>) (Рис. 2).

При создании расчетной схемы выполнялись следующие операции:

- в качестве расчетной модели принимается труба 48x3, с геометрической длиной 127.4 см (со значением гибкости $\lambda=80$);
- моделирование выполнялось объемными элементами, согласно геометрической длине стержня (без моделирования узлового соединения);
- моделировался стержень с помощью конечного элемента (КЭ) 236 – физически нелинейный пространственный 8-узловой изопараметрический КЭ (для трубы) и КЭ 242 – физически нелинейный универсальный треугольный КЭ оболочки (для заглушки);
- сетка дробления элемента равняется 12.74x7.5 мм (100 элементов по высоте и 20 элементов по контуру элемента);
- нагрузка на стержень принята на 30% выше от полученной критической нагрузки по формуле Энгессера-Ясинского.

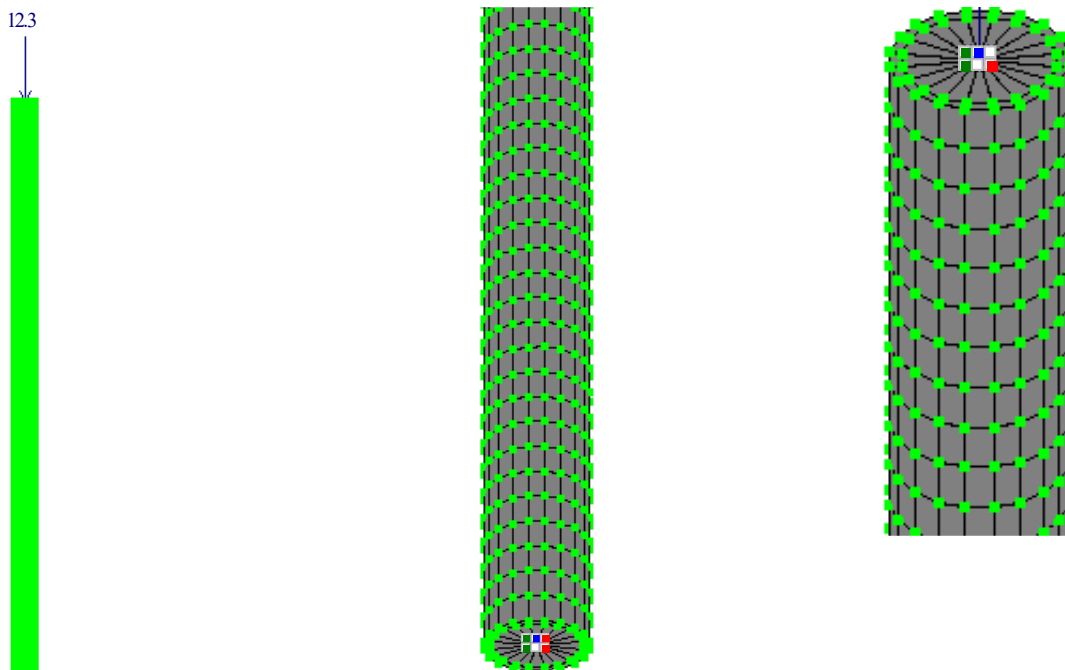


Рис. 3 – Расчетная схема центрально-сжатого стержня в ПК ЛИРА-САПР
Fig. 3 – Design scheme of centrally-compressed rod in LIRA-SAPR

Учитывая, что расчетная схема стержня, представленного на Рис. 3, является центрально-сжатым стержнем с шарнирно-закрепленными концами, то теоретический анализ устойчивости стержня $\lambda=80$ выполнен с использованием формулы Энгессера-Ясинского.

Сравнение результатов расчетов аналитическими и численным методами для стержня с гибкостью, представлены ниже, в таблице 1

Таблица 1 – Сравнение результатов расчета
Table 1 – Comparison of calculation results

λ	Результаты расчета	Аналитические решения	Численное решение (ЛИРА-САПР 2019 R1)	Разность между столбцами 3 и 4 (%)
1	2	3	4	5
80	$\sigma_{кр}$ (кН/см ²)	21.88	21.75	0.6
	$N_{кр}$ (кН)	92.77	92.25	
100	$\sigma_{кр}$ (кН/см ²)	20.42	20.69	1.3
	$N_{кр}$ (кН)	86.81	87.75	

В качестве основных особенностей моделирования стержня-оболочки следует отметить, что сформированная расчетная схема в виде пространственного стержня-оболочки подтверждает свою корректность и возможность дальнейшего использования при численном анализе устойчивости стержней с учетом влияния узловых закреплений. Также, контроль НДС при пошаговом приложении нагрузки в расчетной модели, позволяет более корректно учесть изменение геометрии стержня в процессе его деформирования, и тем самым, уточнить результаты расчета.

2.2. Листовые конструкции

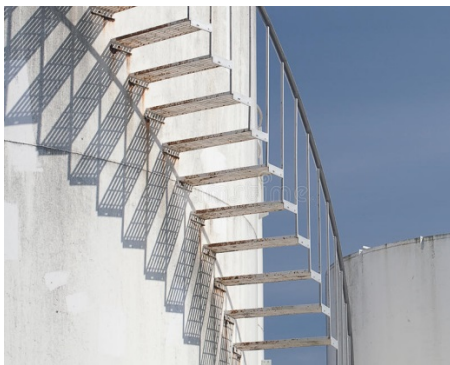
2.2.1. Варьируемые параметры моделей резервуаров для численных исследований

Технологические лестницы применяются для обслуживания кровли и смотровых люков и относятся к перечню обязательного оборудования резервуаров. Обзор существующих проектов позволил определить два принципиальных варианта крепления винтовых лестниц:

- с креплением каждой ступени к стенке резервуара – Рис. 4а;
- с расположением ступеней по косоурам – Рис. 4б.

- шахтные с лестничными маршами - Рис. 4в
- шахтные без лестничных маршей – Рис. 4г.

Варианты, изображенные на рисунках 4а и 4б, оказывают незначительное влияние на НДС резервуара, поскольку имеют собственный фундамент. Вариант, изображенный на Рис. 4б, передаёт всю нагрузку непосредственно на стенку и меняет НДС конструкции. Именно винтовые лестницы имеет смысл рассмотреть подробнее с точки зрения их влияния на общую устойчивость стенки. Многообразие конструктивных решений винтовых лестниц может снизить качественную оценку проводимого исследования. Следовательно, для формирования принципиальной картины влияния винтовой лестницы на устойчивость стенки резервуара рассмотрен один конструктивный вариант винтовой лестницы - с креплением каждой ступени к стенке резервуара (рис. 4а). Число варьируемых параметров в таком варианте значительно меньше по сравнению с вариантом на Рис. 4а. Существенно повлиять на НДС оболочки может уклон и жёсткость винтовой лестницы. Жёсткость же для такого варианта определяется шириной марша. Оба параметра ограничены нормативными требованиями, а, следовательно, выбранный конструктивный вариант может быть принят в качестве репрезентативного для учёта наличия лестницы как метода повышения устойчивости стенки.



а) / а)



б) / б)



в) / в)



г) / г)

Рис. 4 - Конструктивные варианты технологических лестниц для ВЦР
Fig. 4 - Structural variants of technological stairs for the storage tanks

Обобщённые требования нормативных документов указывают на предельный уклон лестницы (до 50°), минимальную ширину марша – 700 мм; минимальную ширину ступени – 200 мм. Нижняя граница исследуемого угла наклона лестниц (30°) обоснована анализом существующих конструкций. Нормы Евросоюза не оговаривают требования к расположению промежуточных площадок.

Поскольку задачей текущего исследования является выявление принципиальных особенностей работы цилиндрической стенки с винтовой лестницей, перечень варьируемых параметров будет ограничен. К таковым будут отнесены: объём ВЦР, наклон и ширина лестницы – таблица 2. В указанной таблице приведены габариты рассматриваемых ВЦР (H – высота стенки, h – высота кровли, R – радиус резервуара).

Таблица 2. Варьируемые параметры моделей резервуара
Table 2. Variable parameters of tank models

№	Объём ВЦР, м ³	h, м	H, м	R, м	Наклон лестницы, α°	Ширина лестницы, l мм
1	10000	3.5	18	14.25	От 30° до 50° с шагом 5°	700, 800, 900
2	20000	3.4		20		
3	30000	4		22.3		

Кроме указанных вариантов, для определения базовых значений коэффициента запаса устойчивости (КЗУ), выполнялся расчёт трёх моделей без лестниц. Таким образом, сформированная матрица численного эксперимента включает в себя 24 варианта. Согласно задачам исследования рассматривался один характерный случай нагружения – вакуум величиной 0.5 кПа. Другие нагрузки, включая собственный вес, в исследовательских целях, не учитывались. Вакуум моделируется в виде внешнего давления на стенку и кровлю резервуара. Схема приложения нагрузок на продольный и поперечный характерные разрезы приведены на Рис. 5 а, б соответственно.

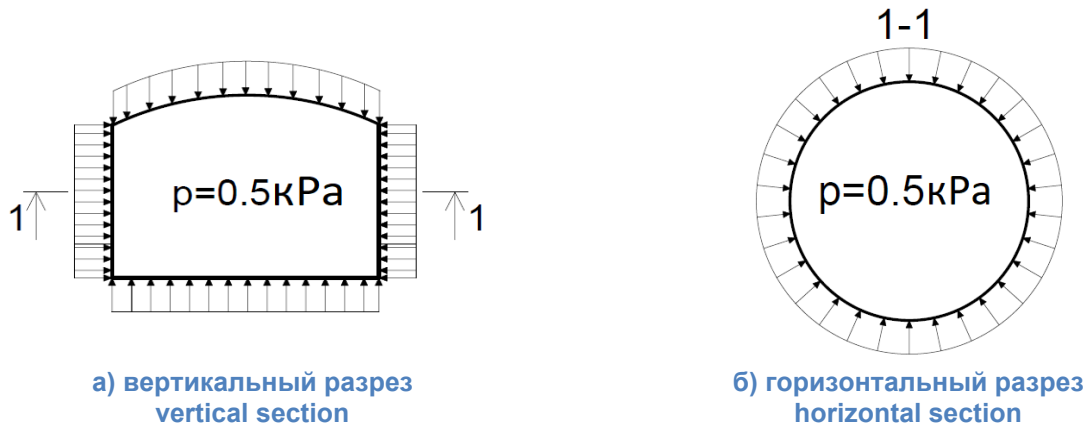


Рис. 5. Расчётная нагрузка в виде вакуума на резервуар
Fig. 5. Design load caused by the vacuum on the tank

2.2.2. Параметры численной модели резервуара и методика оценки результатов расчёта

Для выполнения расчётов применялся программный комплекс ЛИРА-САПР 2019 R1. При этом для всех моделей принята общая структура и принципы моделирования, отличающаяся лишь поперечным сечением составляющих конструкций и габаритами. Применение указанного комплекса обусловлено, в том числе, возможностью вычисления коэффициента запаса устойчивости в отдельном элементе модели. Это важно, поскольку полноразмерное моделирование сферической кровли, опорного кольца, винтовой лестницы и других элементов позволяет выявить дополнительные сведения о работе конструкции, в то же время, КЗУ вычисляется только для интересующего нас элемента.

Подбор оптимальных параметров ВЦР, максимально отвечающих реальной работе конструкции, является отдельной задачей и детально в текущем исследовании не рассматривается. Параметры модели выбраны с учётом ранее выполненных исследований [29], [30]. Основные структурные составляющие конечно-элементной модели приведены в таблице 3.

Таблица 3. Некоторые параметры численной модели резервуара
Table 3. Some parameters of the numerical tank model

№	Структурные составляющие	Тип конечного элемента	Комментарий
1	Покрытие, цилиндрическая стенка, опорное кольцо, днище и окрайка, ступени винтовой лестницы	Пластинчатые КЭ № 42 (треугольные), 44 (прямоугольные)	Треугольные КЭ применялись в уторных узлах. Поперечные сечения элементов ВЦР принимались по типовым проектам: 704-1-170.84, 704-1-171.84, 704-1-172.84.
2	Несущий каркас кровли, винтовая лестница, перила и стойки винтовой лестницы	Универсальный пространственный стрелен - КЭ №10	Ступени крепятся непосредственно к корпусу ВЦР, узлы – жёсткие. Сечение перил и стоек лестницы уголок 45x45x3.

Узел стыка несущих рёбер купола с опорным кольцом моделировался объединением перемещений для соответствия реальной работе конструкции. Отверстие на верхней части

модели выполнено для исключения ошибок расчёта, поскольку конечные элементы в указанной области имеют недопустимое соотношение сторон. Дискретизация элементов выполнялась на основе обеспечения сходимости аналитической и численных напряжений от гидростатической нагрузки. Так для цилиндрической стенки ширина КЭ принята 1/480 от длины окружности, высота 1/82 от высоты стенки. Общий вид типовой конечно-элементной модели резервуара приведён на Рис. 6.

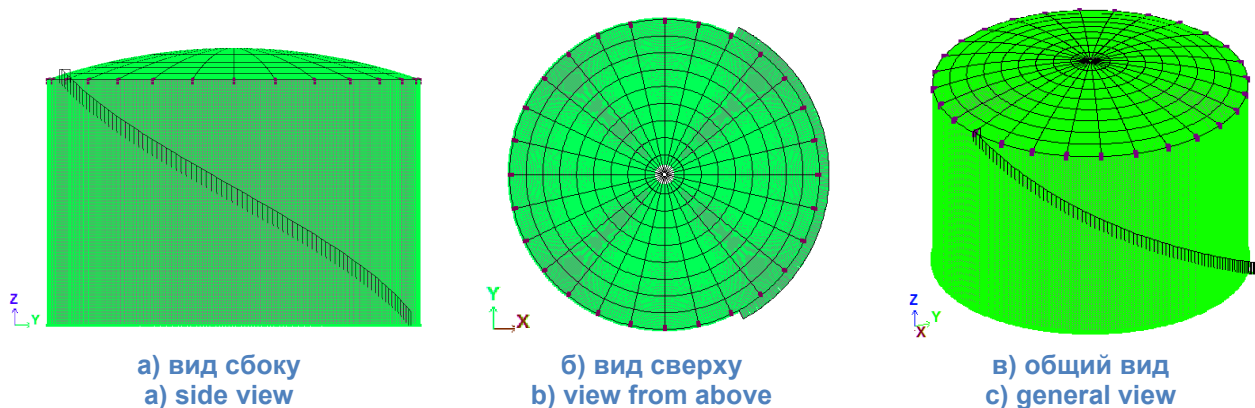


Рис. 6 - Модель резервуара в LIRA-SAPR 2019 R1
Fig. 6 - Finite element tank model

Основным сравнительным параметром принято значение величины критических напряжений потери устойчивости в цилиндрической стенке резервуара. Выражен данный параметр через коэффициент запаса устойчивости (КЗУ) цилиндрической стенки, который позволяет найти теоретическое значение критического давления, соответствующее моменту потери устойчивости (формула 1).

$$SF = \frac{P_{cr}}{P} \quad (5)$$

где P_{cr} – критическое давление потери устойчивости цилиндрической стенки, P – действующее давление.

Значение КЗУ определялось в программном комплексе LIRA-SAPR 2019 R1 (<https://www.lirasapr.com>) (от действия вакуума). Поскольку расчётное сочетание не включает осевые нагрузки, КЗУ прямо связано с кольцевым критическим напряжением потери устойчивости. Используя полученные значения, для рассматриваемых вариантов, выполнена оценка влияния лестницы на устойчивость. Учёт влияния жёсткости лестницы выполнен для ограниченного перечня вариантов включающего ВЦР всех рассматриваемых объёмов без варьирования угла наклона лестницы.

3 Результаты и их обсуждения / Results and Discussion

3.1. Стержневые конструкции

3.1.1. Особенности моделирования стержневых элементов при оценке устойчивости

Для исследования критической силы в вопросах устойчивости центрально-сжатых стержней структурного покрытия варьируемыми параметрами в исследовании выступают размеры конструкции узлового соединения и гибкость стержня (таблица 4).

В основу исследования, как было сказано во II-м разделе, заложены вопросы устойчивости центрально-сжатых стержней. Инструментом для реализации задачи в конечно-элементной постановке является программный комплекс семейства LIRA-SAPR 2019 R1 (<https://www.lirasapr.com>).

Сразу следует отметить, что методика исследования потери устойчивости подобрана на основе подходов к разработке конечно-элементной модели. Так, при выборе типов конечных элементов, представленных во II-м разделе, конечный выбор пал на моделирование оболочками. При создании модели объёмными элементами в физически нелинейной постановке задачи исследования, полученная критическая сила оказалась выше на 12%, нежели для оболочечной модели, рассчитываемой в геометрически и физически нелинейной постановке, которая показала

наиболее близкую сходимость с результатами, полученными на основе нормативных документов и аналитических исследований.

Таблица 4. Исследуемые сечения элементов и соответствующие гибкости
Table 4. Researched sections of elements and appropriate flexibility

№ п/п	Сечение труб, мм	λ	$\frac{1}{2}$ Диаметра коннектора (l_k), мм	Длина выступающей части болта (l_b), мм	Толщина заглушки (t_p), мм	Длина трубы (l_p), мм
1	1	2	3	4	5	6
1	Ø48x3	50	60	24	20	2022
2	Ø48x3	60	60	24	20	2022
3	Ø48x3	70	60	24	20	2022
4	Ø48x3	80	60	24	20	2022
5	Ø48x3	90	60	24	20	2022
6	Ø48x3	100	60	24	20	2022
7	Ø48x3	110	60	24	20	1712
8	Ø48x3	120	60	24	20	1402
9	Ø48x3	130	60	24	20	1402
10	Ø48x3	140	60	24	20	1402
11	Ø159x12	50	100	24	60	4852
12	Ø159x12	60	100	24	60	4852
13	Ø159x12	70	100	24	60	4852
14	Ø159x12	80	100	24	60	4852
15	Ø159x12	90	100	24	60	4852
16	Ø159x12	100	100	24	60	4852
17	Ø159x12	110	100	24	60	6462
18	Ø159x12	120	100	24	60	5582
19	Ø159x12	130	100	24	60	6462
20	Ø159x12	140	100	24	60	5582

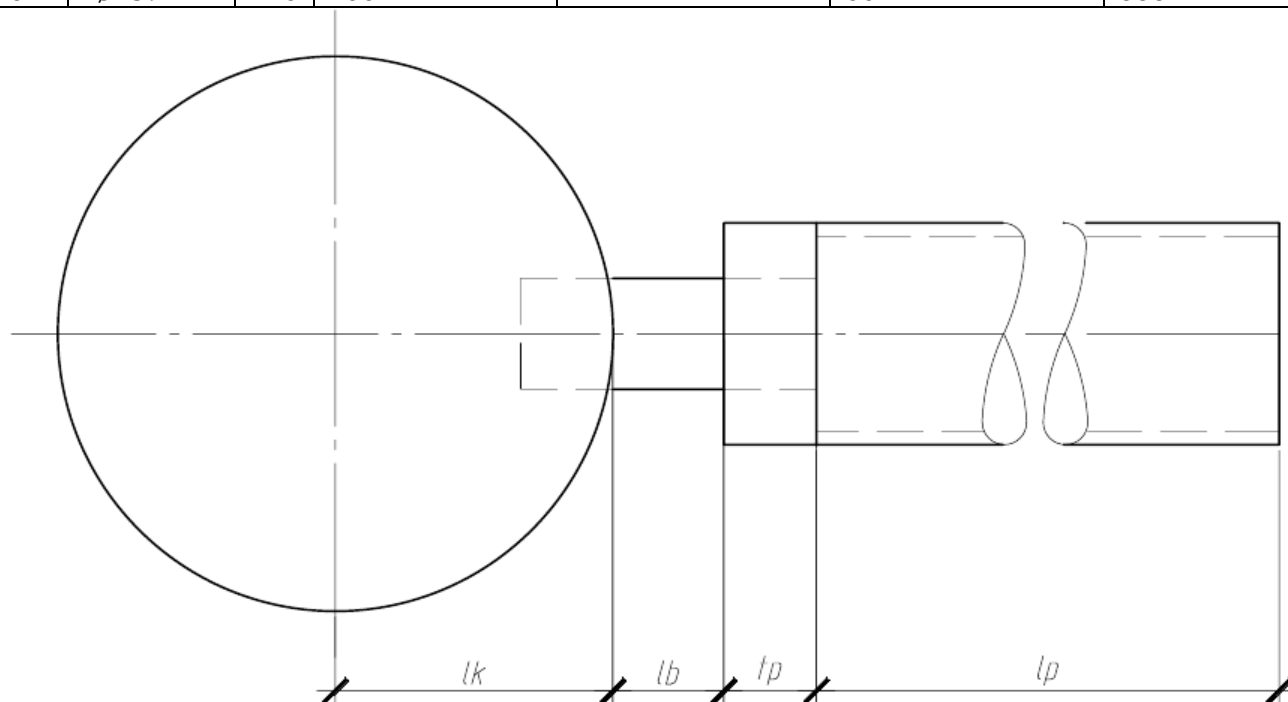


Рис. 7 – Конструктивные параметры узлового соединения
Fig. 7 – Design parameters of space frames node

Само же формирование расчётной модели в программном комплексе семейства LIRA-SAPR 2019 R1 (<https://www.lirasapr.com>) реализовывалось в несколько шагов:

Mushchanov, V.; Mushchanov, A.; Tsepliaev, M.; Orzhehovskiy, A.

Stability of spatial structural elements: the influence of actual modeling;

2023; Construction of Unique Buildings and Structures; 109 Article No 10917. doi: 10.4123/CUBS.109.17

- создание оболочечной конечно-элементной модели трубы и узловых соединений (для всех 2-х типоразмеров);
- задание для модели трубы начального геометрического несовершенства в виде общей погиби полуволны синусоиды с максимальным отклонением в центре стержня ($\delta=1/700$);
- задание внешней сжимающей нагрузки, превышающей прогнозируемое критическое значение согласно коэффициенту запаса устойчивости, заложенному в нормативных документах (ДБН).

Исследуемая труба моделировалась с помощью функции «Поверхности вращения», в которой КЭ сетка относительно вертикальной оси разбивалась на 100 элементов, а относительно поверхности вращения на 20 элементов. В идеализированной расчётной схеме геометрическая длина всех стержней принималась от узла закрепления до узла закрепления. Однако с учётом уточнённого моделирования узловых соединений длина стержней принималась фактическая (таблица 4 – столбец 6, Рис. 7). Как было указано выше, для всех типоразмеров труб задавалось начальное отклонение от вертикальной оси стержня, т.е. геометрические несовершенства, допускаемые при моделировании центрально-сжатых элементов $h/l=1/700$. Таким образом, удалось описать отклонение для каждого узла.

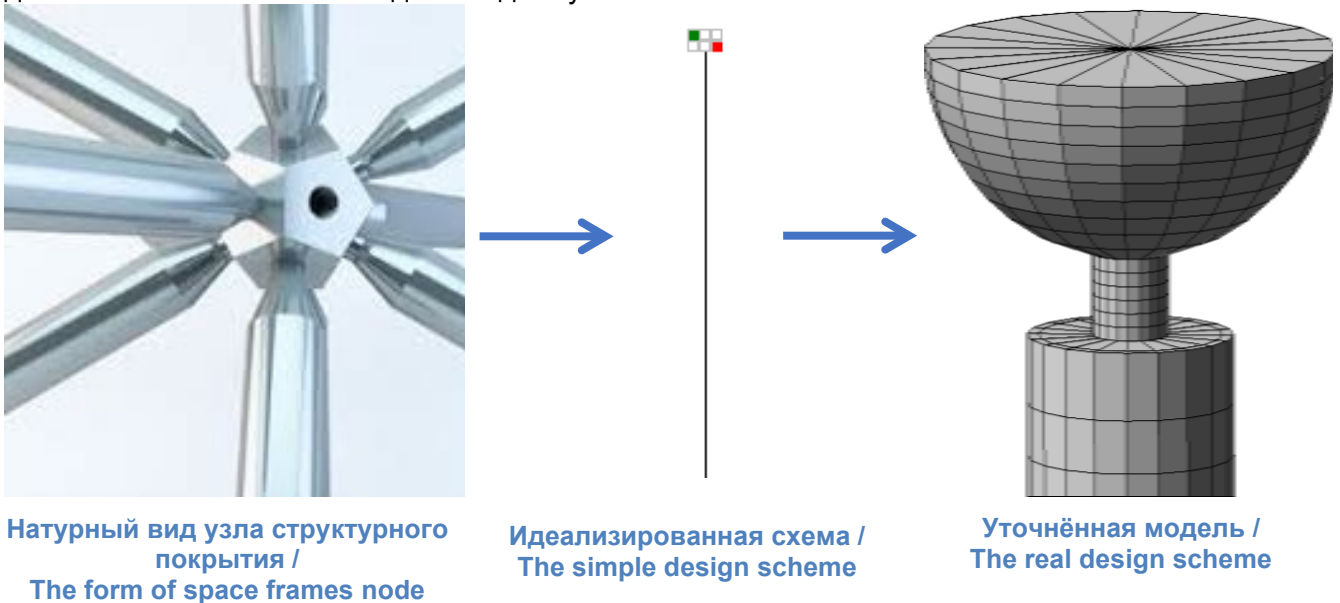


Рис. 8 – Переход от натурального вида к уточненной расчетной модели

Fig. 8 – The design scheme transition from the form of space frames node to the real design scheme

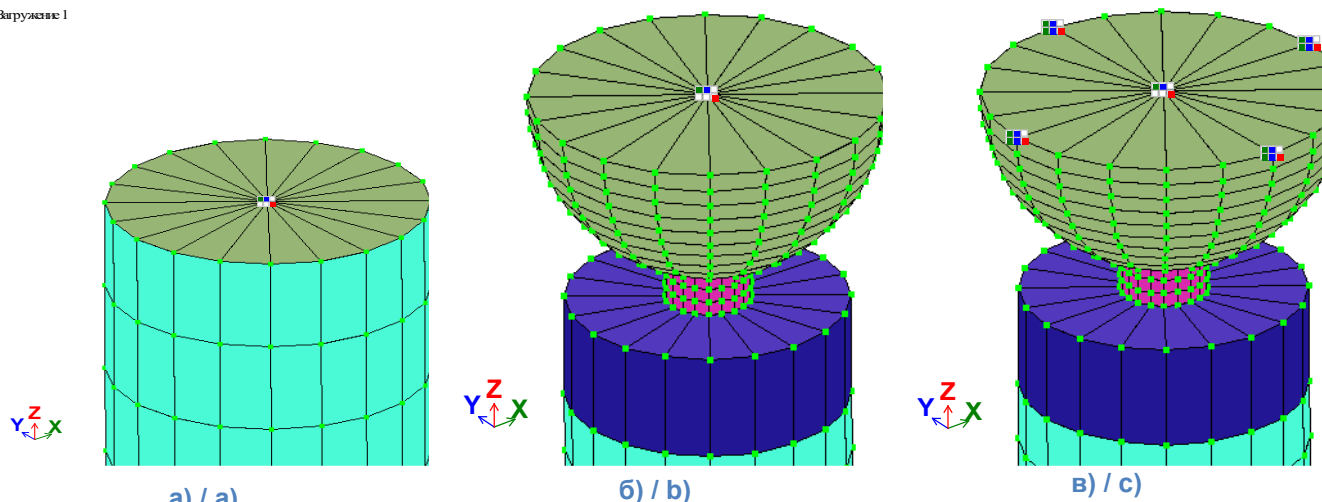
Для корректного моделирования узловых соединений в расчётную схему для каждого стержня введены свои размеры конструктивных элементов узлового соединения наряду с их соответствующей маркировкой (таблица 5, Рис. 8).

Таблица 5. Геометрические размеры конструктивных элементов узлового соединения
Table 5. Geometrical dimensions of structural elements in space frames node

№ п/п	Сечение труб	Маркировка болта	Сечение коннектора	Сечение заглушки
1	2	3	4	5
1	Ø48x3	M22	120x120	Ø48x20
2	Ø159x12	M48	200x200	Ø159x60

Методология системы исследования основана на моделировании трех вариантов: исследование устойчивости пространственного стержня без моделирования узлового соединения (Рис. 9, а), стержня с моделированием шарнирного закрепления коннектора, допускающее податливость коннектора (Рис. 9, б), и моделирование стержня с жестким закреплением, отражающее работу узла в составе структурного покрытия (Рис. 7, в). На Рис. 9 г, приводится пояснение по заданию граничных условий в LIRA-SAPR 2019 R1 (<https://www.lirasapr.com>).

Зарување 1



a) / a)

X	Y	Z
uX	uY	uZ

г) / d)

В таблице представлены 6 степеней свободы, вариация которых позволяет учитывать степень защемления узла в расчетной модели относительно базовой системы координат в ПК ЛИРА-САПР. Верхняя строчка – линейные перемещения. Нижняя строчка – угол поворота. Закрашенный квадратик указывает на запрещение указанной степени свободы. / The table shows 6 degrees of freedom, the variation of which allows taking into account the degree of pinching of the node in the calculation model relative to the base coordinate system in the SP LIRA-SAPR. Top line - linear displacement. The bottom line is the angle of rotation. A filled box indicates that the specified degree of freedom is prohibited.

Рис. 9 – Моделирование узловых соединений в расчетной схеме
Fig. 9 – Modeling nodes linkage in design scheme

Критическая продольная нагрузка на стержень (N_{cr}^{DBN}) вычислялась как для центрально-сжатого элемента:

$$N_{cr}^{DBN} = \phi AR_y \tag{6}$$

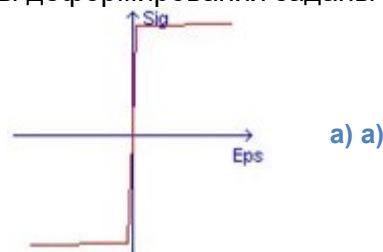
но для максимально эффективной фиксации потери устойчивости конструкции значение $N_{кр}^{DBN}$ увеличивалось с учетом значения коэффициента запаса устойчивости, используемого в нормативных документах.

В расчётной схеме нагрузка прикладывалась, как сосредоточенная узловая нагрузка в узел верхнего коннектора с видом нагрузки «постоянная» с коэффициентом длительности 1.0.

Расчёт проводился в геометрически и физически нелинейной постановке с фиксацией процентного соотношения от полной нагрузки, при котором элементы в схеме теряют устойчивость. Материал для трубы и заглушки – сталь С245 (Рис. 10, а), материалы для остальных элементов – 40Х «Селект» (Рис. 10, б). Диаграммы деформирования заданы на Рис. 10 а, б.

Parameters of the principle of nonlinear deformation

Deformation (Eps)	Tension (Sig - MPa)
-0.0300	-243
-0.0012	-240
0.0000	0
0.0012	240
0.0300	243



Parameters of the principle of nonlinear deformation

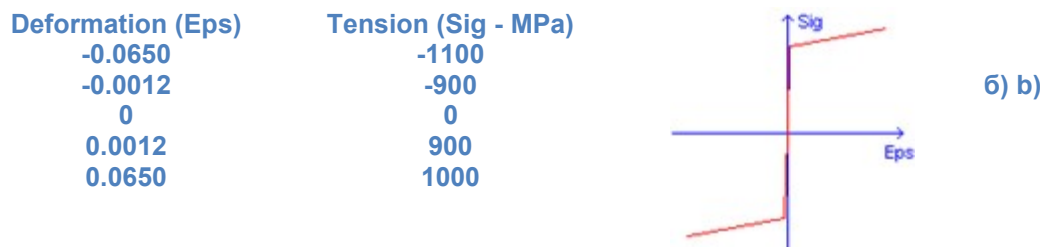


Рис. 10 – Диаграммы деформирования материала в ПК ЛИРА-САПР
Fig. 10 – Material deformation diagrams in LIRA-SAPR

Для перехода к анализу результатов исследования в конечно-элементной постановке необходимо сформировать массив критических нагрузок и напряжений, получаемых в результате решения задачи устойчивости классической методикой по решению Эйлера - N_{cr}^E ; Энгессера-Ясинского - N_{cr}^{E-Ya} и методом, предложенным согласно принятому в исследованиях нормативному документу по ДБН (N_{cr}^{DBN}).

Следует отметить, что различия в показателях критических сил и напряжений, получаемые аналитическими решениями и по ДБН (таблица 6), характеризуются заложенным во втором решении учетом коэффициента запаса устойчивости, учитывающего возможные несовершенства элемента, влияющие на его несущую способность. Значение коэффициента запаса устойчивости (столбец 7 - $k_{r,s}$) в таблице 6 – это относительный показатель, характеризующийся как:

$$k_{r.s.} = \frac{N_{cr}^E; N_{cr}^{E-Ya}}{N_{cr}^{DBN}} \quad (7)$$

В рамках исследования этот коэффициент необходим для корректного понижения несущей способности, полученного по результатам расчетов в LIRA-SAPR 2019 R1 (<https://www.lirasapr.com>). Сами же результаты расчета представлены в таблице 6 и обозначены, как N_{cr}^{LIRA} . Следует обратить внимание, что в этой таблице результаты расчета представлены «в чистом виде» без учета влияния коэффициента запаса устойчивости.

3.1.2. Анализ результатов численных исследований

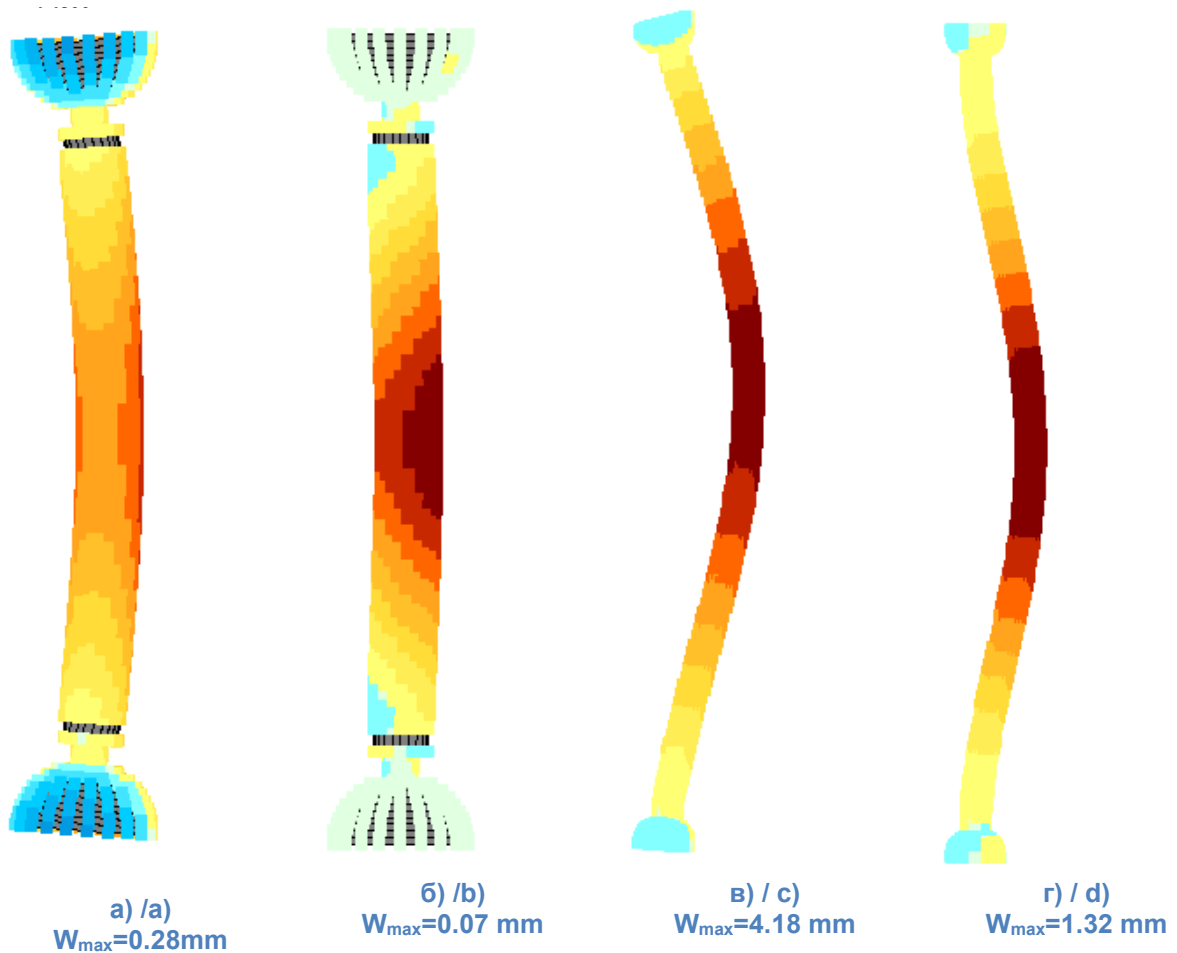


Рис. 11 – Анализ деформированных осей элементов
Fig. 11 - Analysis of the deformed element axis

При анализе результатов численных исследований проводилось сравнение полученного массива данных критических нагрузок и напряжений с соответствующими решениями, полученными на основе использования классических методик (решения Эйлера и Энгессера-Ясинского), а также, принятыми в нормах проектирования. Отмечены следующие закономерности:

- значительное отличие формы искривления оси стержня в момент потери устойчивости (Рис. 11) от схемы деформирования в виде полуволны синусоиды, используемого в классических решениях задачи устойчивости.
- заземление части длины приопорного участка стержня в узлах вставки-коннектора, что вызывает сокращение его расчетной длины, а следовательно, уменьшение гибкости и повышение несущей способности из условия устойчивости. Данный факт подтверждается снижением величин максимальных отклонений стержня, соответствующих моменту потери устойчивости (W_{\max} в 3–4 раза), обусловленных влиянием жесткости узлового соединения (Рис. 11 а-г).

По полученным результатам расчёта был сформирован массив данных для установления обобщенной зависимости между значимыми факторами, которые влияют на уточнённое расчётное значение критических напряжений. Статистическая обработка массива данных выполняется с помощью функции «ЛИНЕЙН» (множественная линейная регрессия) в программе Microsoft EXCEL 2010 (<https://www.microsoft.com>). В таблице 6 представлен массив начальных данных, принятых для регрессионного анализа.

Таблица 6. Массив критических сил и напряжений, коэффициент запаса устойчивости
Table 6. Array of critical forces and stresses, reserve stability coefficient



Сечен. труб	λ	Массив критических сил и напряжений												Козф. запаса устойчив. $k_{з.у}$
		Аналитические значения				Нормативные значения		Численные исследования						
		Эйлер		Энгессер-Ясинский		ДБН		ЛИРА-САПР						
		Без узлов		С шарнирными узлами		С жесткими узлами								
$N_{кр}^Э$, кН	$\sigma_{кр}^Э$, кН/см ²	$N_{кр}^{Э-Я}$, кН	$\sigma_{кр}^{Э-Я}$, кН/см ²	$N_{кр}^{ДБН}$, кН	$\sigma_{кр}^{ДБН}$, кН/см ²	$N_{кр}^{ЛИРА-Б}$, кН	$\sigma_{кр}^{ЛИРА}$, кН/см ²	$N_{кр}^{ЛИРА-Ш}$, кН	$\sigma_{кр}^{ЛИРА}$, кН/см ²	$N_{кр}^{ЛИРА-Ж}$, кН	$\sigma_{кр}^{ЛИРА}$, кН/см ²			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
48x3	50	-	-	107.30	25.30	92.60	21.83	102.19	24.10	105.90	24.97	108.38	25.55	1.16
48x3	60	-	-	102.46	24.16	88.70	20.91	99.69	23.51	104.84	24.72	107.59	25.37	1.16
48x3	70	-	-	97.63	23.02	83.70	19.74	97.00	22.87	103.47	24.40	107.13	25.26	1.17
48x3	80	-	-	92.79	21.88	77.40	18.25	92.81	21.88	102.09	24.07	105.19	24.80	1.20
48x3	90	-	-	87.96	20.74	70.10	16.53	89.70	21.15	101.75	23.99	104.16	24.56	1.25
48x3	100	86.61	20.42	-	-	62.40	14.71	87.75	20.69	97.63	23.02	103.13	24.32	1.39
48x3	110	71.58	16.88	-	-	54.90	12.95	84.73	19.98	96.25	22.70	102.75	24.23	1.30
48x3	120	60.14	14.18	-	-	46.10	10.87	79.00	18.63	94.80	22.35	100.41	23.68	1.30
48x3	130	51.25	12.08	-	-	39.30	9.27	74.06	17.46	92.81	21.88	99.06	23.36	1.30
48x3	140	44.19	10.42	-	-	33.90	7.99	68.78	16.22	90.94	21.44	98.75	23.28	1.30
159x12	50	-	-	1402.13	25.30	1210.30	21.84	1354.69	24.44	1378.13	24.87	1429.69	25.80	1.16
159x12	60	-	-	1338.95	24.16	1159.10	20.91	1321.25	23.84	1355.06	24.45	1425.00	25.71	1.16
159x12	70	-	-	1275.77	23.02	1093.70	19.73	1271.56	22.94	1314.00	23.71	1401.56	25.29	1.17
159x12	80	-	-	1212.59	21.88	1011.70	18.26	1239.07	22.36	1291.03	23.30	1392.38	25.12	1.20
159x12	90	-	-	1149.41	20.74	916.10	16.53	1171.88	21.15	1233.75	22.26	1351.00	24.38	1.25
159x12	100	1125.39	20.31	-	-	867.70	15.66	1167.65	21.07	1212.75	21.88	1355.92	24.47	1.38
159x12	110	930.23	16.79	-	-	717.10	12.94	1100.00	19.85	1178.13	21.26	1325.00	23.91	1.30
159x12	120	781.52	14.10	-	-	602.50	10.87	1043.44	18.83	1126.25	20.32	1315.88	23.74	1.30
159x12	130	665.81	12.01	-	-	513.40	9.26	981.25	17.71	1117.50	20.16	1309.00	23.62	1.30
159x12	140	574.18	10.36	-	-	442.70	7.99	937.50	16.92	1085.31	19.58	1285.97	23.20	1.30

Таблица 7. Массив данных для регрессионного анализа
Table 7. Data array for regression analysis

Сечение	При жестких узлах			Сечение	При шарнирных узлах		
	λ	2a/l	σ _{кр}		λ	2a/l	σ _{кр}
	x1	x2	y		x1	x2	y
48x3	50.00	0.26	25.55	48x3	50.00	0.26	24.97
159x12	50.00	0.74	25.80	159x12	50.00	0.74	24.87
48x3	60.00	0.22	25.37	48x3	60.00	0.22	24.72
159x12	60.00	0.61	25.71	159x12	60.00	0.61	24.45
48x3	70.00	0.19	25.26	48x3	70.00	0.19	24.40
159x12	70.00	0.53	25.29	159x12	70.00	0.53	23.71
48x3	80.00	0.16	24.80	48x3	80.00	0.16	24.07
159x12	80.00	0.46	25.12	159x12	80.00	0.46	23.30
48x3	90.00	0.15	24.56	48x3	90.00	0.15	23.99
159x12	90.00	0.41	24.38	159x12	90.00	0.41	22.26
48x3	100.00	0.13	24.32	48x3	100.00	0.13	23.02
159x12	100.00	0.37	24.47	159x12	100.00	0.37	21.88
48x3	110.00	0.12	24.23	48x3	110.00	0.12	22.70
159x12	110.00	0.33	23.91	159x12	110.00	0.33	21.26
48x3	120.00	0.11	23.68	48x3	120.00	0.11	22.35
159x12	120.00	0.31	23.74	159x12	120.00	0.31	20.32
48x3	130.00	0.10	23.36	48x3	130.00	0.10	21.88
159x12	130.00	0.28	23.62	159x12	130.00	0.28	20.16
48x3	140.00	0.09	23.28	48x3	140.00	0.09	21.44
159x12	140.00	0.26	23.20	159x12	140.00	0.26	19.58

После формирования массива, полученные в ходе регрессионного анализа значения критических напряжений σ_{cr}^{reg} искусственно уменьшались, за счет деления их значений на коэффициент запаса устойчивости σ_{cr}^{reg-k} . После проведения этой операции, полученные

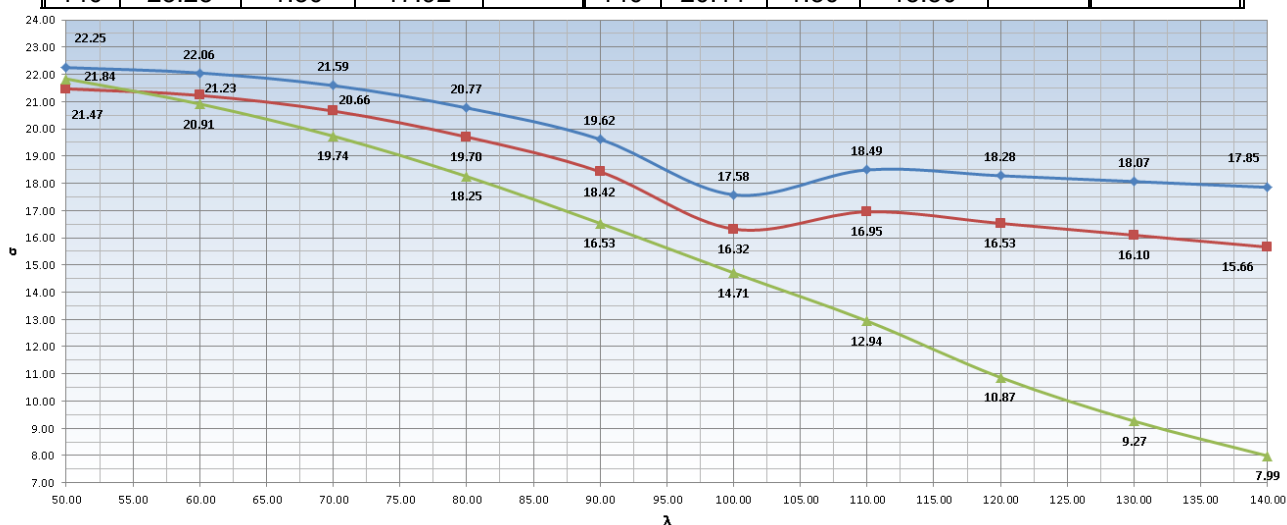


значения усреднялись по одинаковому показателю гибкости для введения их в отображенную на Рис. 12 зависимость «Напряжения-гибкость». Все значения, получаемые в ходе манипуляции, приведены в таблице 8.

Следует отметить, что построенные две регрессионные модели являются адекватными, так как заданные значения напряжений и резульативные значения напряжений коррелируют между собой для модели при жестких узлах – 0.989 и для модели при шарнирных узлах – 0.951.

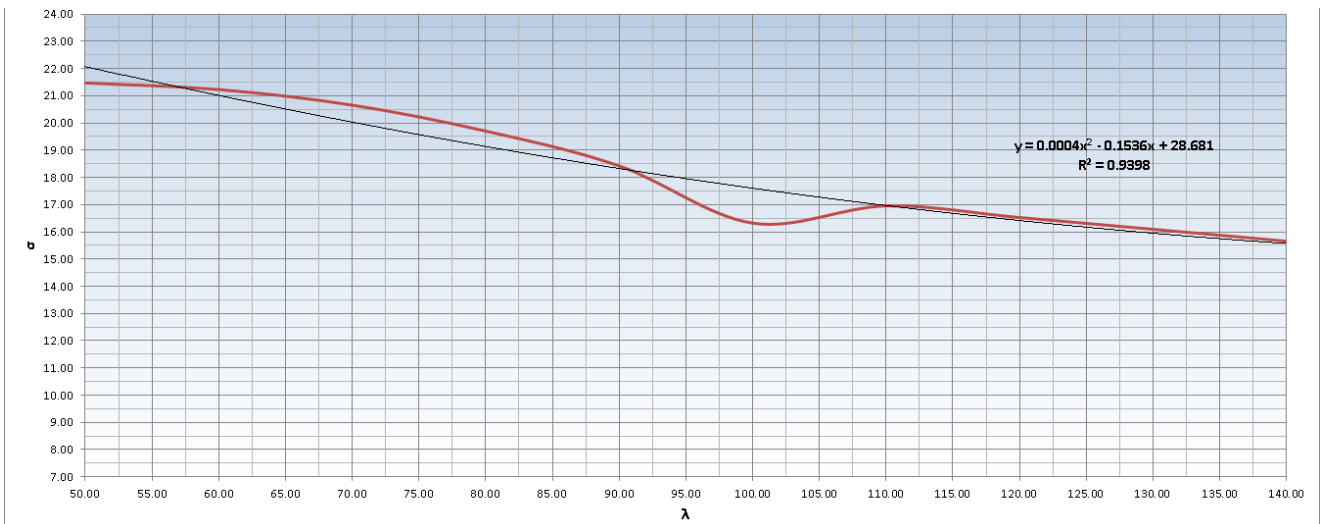
Таблица 8. Результаты регрессионного анализа и их обработка
Table 8. Regression analysis results and their processing

При жестких узлах					При шарнирных узлах					По ДБН																																																																																																																																
λ	$\sigma_{кр}^{рег}$	$k_{з.у}$	$\sigma_{кр}^{рег-k}$	$\sigma_{кр}^{ср'}$	λ	$\sigma_{кр}^{рег}$	$k_{з.у}$	$\sigma_{кр}^{рег-k}$	$\sigma_{кр}^{ср''}$	$\sigma_{кр}^{ср-ДБН}$																																																																																																																																
50	25.70	1.16	22.18	22.25	50	25.61	1.16	22.10	21.47	21.84																																																																																																																																
50	25.86	1.16	22.33		60	25.41	1.16	22.00			22.06	60	25.13	1.16	21.76	21.23	20.91	60	25.55	1.16	22.12	70	25.13	1.17	21.54	21.59	70	24.62	1.17	21.10	20.66	19.74	70	25.25	1.17	21.64	80	24.85	1.20	20.72	20.77	80	24.08	1.20	20.08	19.70	18.25	80	24.95	1.20	20.82	90	24.57	1.25	19.58	19.62	90	23.52	1.25	18.75	18.42	16.53	90	24.66	1.25	19.65	100	24.29	1.39	17.50	17.58	100	22.96	1.39	16.54	16.32	14.71	100	24.37	1.38	17.66	110	24.01	1.30	18.42	18.49	110	22.38	1.30	17.17	16.95	12.94	110	24.09	1.30	18.57	120	23.74	1.30	18.21	18.28	120	21.80	1.30	16.72	16.53	10.87	120	23.81	1.30	18.35	130	23.46	1.30	18.00	18.07	130	21.22	1.30	16.27	16.10	9.27	130	23.53	1.30	18.14	140	23.19	1.30	17.79	17.85	140	20.63	1.30	15.82	15.66	7.99	140
60	25.41	1.16	22.00	22.06	60	25.13	1.16	21.76	21.23	20.91																																																																																																																																
60	25.55	1.16	22.12		70	25.13	1.17	21.54			21.59	70	24.62	1.17	21.10	20.66	19.74	70	25.25	1.17	21.64	80	24.85	1.20	20.72	20.77	80	24.08	1.20	20.08	19.70	18.25	80	24.95	1.20	20.82	90	24.57	1.25	19.58	19.62	90	23.52	1.25	18.75	18.42	16.53	90	24.66	1.25	19.65	100	24.29	1.39	17.50	17.58	100	22.96	1.39	16.54	16.32	14.71	100	24.37	1.38	17.66	110	24.01	1.30	18.42	18.49	110	22.38	1.30	17.17	16.95	12.94	110	24.09	1.30	18.57	120	23.74	1.30	18.21	18.28	120	21.80	1.30	16.72	16.53	10.87	120	23.81	1.30	18.35	130	23.46	1.30	18.00	18.07	130	21.22	1.30	16.27	16.10	9.27	130	23.53	1.30	18.14	140	23.19	1.30	17.79	17.85	140	20.63	1.30	15.82	15.66	7.99	140	23.25	1.30	17.92												
70	25.13	1.17	21.54	21.59	70	24.62	1.17	21.10	20.66	19.74																																																																																																																																
70	25.25	1.17	21.64		80	24.85	1.20	20.72			20.77	80	24.08	1.20	20.08	19.70	18.25	80	24.95	1.20	20.82	90	24.57	1.25	19.58	19.62	90	23.52	1.25	18.75	18.42	16.53	90	24.66	1.25	19.65	100	24.29	1.39	17.50	17.58	100	22.96	1.39	16.54	16.32	14.71	100	24.37	1.38	17.66	110	24.01	1.30	18.42	18.49	110	22.38	1.30	17.17	16.95	12.94	110	24.09	1.30	18.57	120	23.74	1.30	18.21	18.28	120	21.80	1.30	16.72	16.53	10.87	120	23.81	1.30	18.35	130	23.46	1.30	18.00	18.07	130	21.22	1.30	16.27	16.10	9.27	130	23.53	1.30	18.14	140	23.19	1.30	17.79	17.85	140	20.63	1.30	15.82	15.66	7.99	140	23.25	1.30	17.92																											
80	24.85	1.20	20.72	20.77	80	24.08	1.20	20.08	19.70	18.25																																																																																																																																
80	24.95	1.20	20.82		90	24.57	1.25	19.58			19.62	90	23.52	1.25	18.75	18.42	16.53	90	24.66	1.25	19.65	100	24.29	1.39	17.50	17.58	100	22.96	1.39	16.54	16.32	14.71	100	24.37	1.38	17.66	110	24.01	1.30	18.42	18.49	110	22.38	1.30	17.17	16.95	12.94	110	24.09	1.30	18.57	120	23.74	1.30	18.21	18.28	120	21.80	1.30	16.72	16.53	10.87	120	23.81	1.30	18.35	130	23.46	1.30	18.00	18.07	130	21.22	1.30	16.27	16.10	9.27	130	23.53	1.30	18.14	140	23.19	1.30	17.79	17.85	140	20.63	1.30	15.82	15.66	7.99	140	23.25	1.30	17.92																																										
90	24.57	1.25	19.58	19.62	90	23.52	1.25	18.75	18.42	16.53																																																																																																																																
90	24.66	1.25	19.65		100	24.29	1.39	17.50			17.58	100	22.96	1.39	16.54	16.32	14.71	100	24.37	1.38	17.66	110	24.01	1.30	18.42	18.49	110	22.38	1.30	17.17	16.95	12.94	110	24.09	1.30	18.57	120	23.74	1.30	18.21	18.28	120	21.80	1.30	16.72	16.53	10.87	120	23.81	1.30	18.35	130	23.46	1.30	18.00	18.07	130	21.22	1.30	16.27	16.10	9.27	130	23.53	1.30	18.14	140	23.19	1.30	17.79	17.85	140	20.63	1.30	15.82	15.66	7.99	140	23.25	1.30	17.92																																																									
100	24.29	1.39	17.50	17.58	100	22.96	1.39	16.54	16.32	14.71																																																																																																																																
100	24.37	1.38	17.66		110	24.01	1.30	18.42			18.49	110	22.38	1.30	17.17	16.95	12.94	110	24.09	1.30	18.57	120	23.74	1.30	18.21	18.28	120	21.80	1.30	16.72	16.53	10.87	120	23.81	1.30	18.35	130	23.46	1.30	18.00	18.07	130	21.22	1.30	16.27	16.10	9.27	130	23.53	1.30	18.14	140	23.19	1.30	17.79	17.85	140	20.63	1.30	15.82	15.66	7.99	140	23.25	1.30	17.92																																																																								
110	24.01	1.30	18.42	18.49	110	22.38	1.30	17.17	16.95	12.94																																																																																																																																
110	24.09	1.30	18.57		120	23.74	1.30	18.21			18.28	120	21.80	1.30	16.72	16.53	10.87	120	23.81	1.30	18.35	130	23.46	1.30	18.00	18.07	130	21.22	1.30	16.27	16.10	9.27	130	23.53	1.30	18.14	140	23.19	1.30	17.79	17.85	140	20.63	1.30	15.82	15.66	7.99	140	23.25	1.30	17.92																																																																																							
120	23.74	1.30	18.21	18.28	120	21.80	1.30	16.72	16.53	10.87																																																																																																																																
120	23.81	1.30	18.35		130	23.46	1.30	18.00			18.07	130	21.22	1.30	16.27	16.10	9.27	130	23.53	1.30	18.14	140	23.19	1.30	17.79	17.85	140	20.63	1.30	15.82	15.66	7.99	140	23.25	1.30	17.92																																																																																																						
130	23.46	1.30	18.00	18.07	130	21.22	1.30	16.27	16.10	9.27																																																																																																																																
130	23.53	1.30	18.14		140	23.19	1.30	17.79			17.85	140	20.63	1.30	15.82	15.66	7.99	140	23.25	1.30	17.92																																																																																																																					
140	23.19	1.30	17.79	17.85	140	20.63	1.30	15.82	15.66	7.99																																																																																																																																
140	23.25	1.30	17.92																																																																																																																																							



- -для моделирования жестких узлов / rigidly-fixed nodes modeling, • -для моделирования шарнирных узлов / hinge-fixed nodes modeling,
- -без моделирования узлов (расчет по нормативным документам) / no nodes modeling (calculation on standarts)

Рис. 12 – Кривые зависимостей «Напряжения-гибкость»
Fig. 12 – The slopes on the dependences «Tension-flexibility»



• - для моделирования шарнирных узлов / hinge-fixed nodes modeling, — - полиномиальная / polynomial

Рис. 13 – Аппроксимация значений кривой «Для моделирования шарнирных узлов»
Fig. 13 – The curve approximation «Hinge-fixed nodes modeling»

Представленная на Рис. 13 аппроксимационная кривая с достаточной для практических расчетов точностью описывает зависимость $\sigma_{cr} - \lambda$:

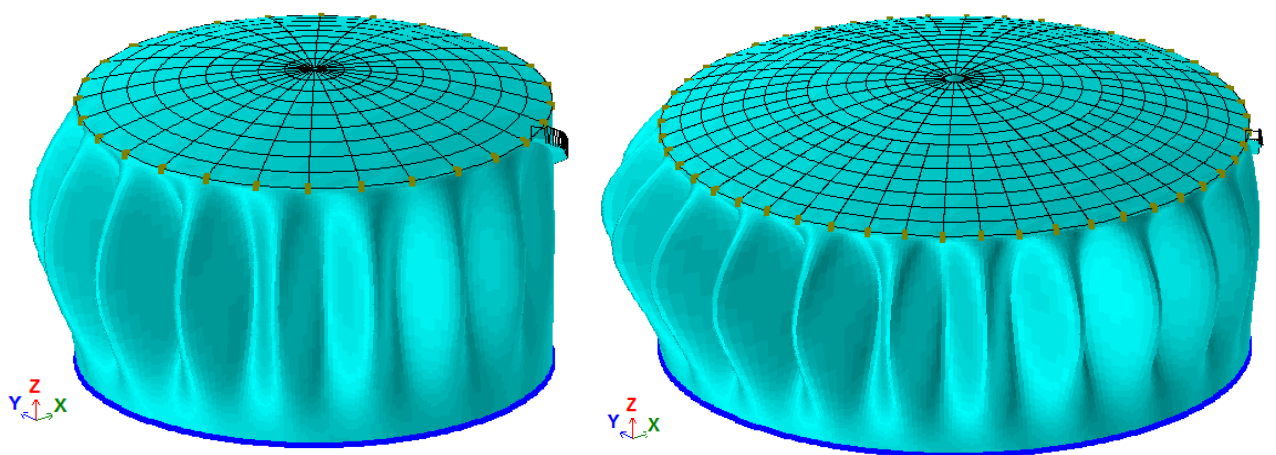
$$\sigma_{calc} = 0.0004\lambda^2 - 0.1536\lambda + 26.681 \quad (8)$$

где: y - результирующий показатель (σ_{calc}); x - значение гибкости (λ)

3.2. Листовые конструкции

3.2.1. Отображение и интерпретация результатов вариационного расчёта стенки резервуара на устойчивость

Принятый алгоритм исследования в первую очередь решает задачу принципиальной оценки влияния работы цилиндрической стенки на устойчивость. Указанный этап решён расчётом 21 модели резервуаров при различных уклонах лестницы. Определялись первые формы потери устойчивости стенки резервуара. В результате получены значения критического давления потери устойчивости, а также форма потери устойчивости для каждого варианта. Графическое отображение деформированной модели ВЦР объёмом 10 и 30 тыс. м³ приведены на Рис. 14 а и б соответственно.



а) ВЦР объёмом 10 тыс. м³ / a) Tank with a volume of 10 thousand m³

б) ВЦР объёмом 30 тыс. м³ / b) Tank with a volume of 30 thousand m³

Рис. 14 - Потеря устойчивости под действием вакуума

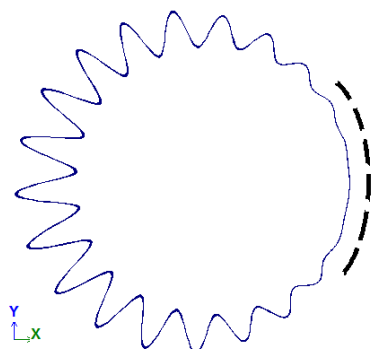
Mushchanov, V.; Mushchanov, A.; Tsepliaev, M.; Orzhehovskiy, A.

Stability of spatial structural elements: the influence of actual modeling;

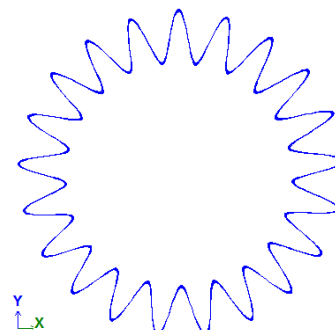
2023; Construction of Unique Buildings and Structures; 109 Article No 10917. doi: 10.4123/CUBS.109.17

Fig. 14 - Buckling of the tank under the influence of vacuum

Для качественной оценки выполним сравнение первой формы потери устойчивости для ВЦР объёмом 20 тыс. м³ в случае модели с лестницей и без – Рис. 15 а, б соответственно. Приведён характерный разрез цилиндрической стенки на половине её высоты. Приведенные на рисунках 8 и 9 модели с уклоном лестницы в 30°. При других рассматриваемых углах наклона лестницы принципиальная форма потери устойчивости не меняется, следовательно, их представление не повышает информативность исследования и здесь не приводится.



а) при моделировании лестницы /
a) when modeling stairs



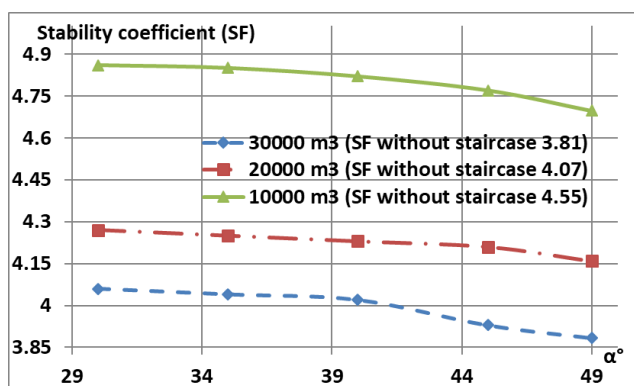
б) без моделирования лестницы /
b) without modeling stairs

Рис. 15 - Первая форма потери устойчивости цилиндрической стенки ВЦР

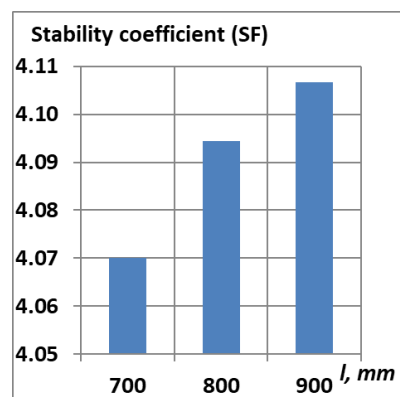
Fig. 15 - The first form of the Buckling of the cylindrical wall of the tank

Участок цилиндрической стенки, на котором закреплена винтовая лестница, на рис. 9а обозначен пунктирной линией. На полученных изображениях четко видно, что в зоне расположения лестницы амплитуда и частота волн потери устойчивости существенно снижается. Такая особенность ярко демонстрирует эффект повышения суммарной жёсткости стенки. Принципиальная форма потери устойчивости стенки резервуара совпадает с результатами других авторов, что подтверждает адекватность принятой конечно-элементной модели.

Количественная оценка влияния винтовой лестницы на устойчивость стенки ВЦР проводилась путём построения графиков зависимости КЗУ от уклона лестниц α . Графики построены для всех рассматриваемых объёмов ВЦР - Рис. 16 а. Дополнительно указаны значения КЗУ для моделей без лестницы. Поскольку полученные графики в целом показывают схожую картину изменения КЗУ, исследование влияния жёсткости самой лестницы на работу стенки проведено без вариации габаритов ВЦР и угла наклона лестницы. Расчёт выполнялся путём изменения ширины лестничного марша резервуара объёмом 20 тыс. м³ в соответствии с принятой матрицей эксперимента – таблица 2. Угол наклона лестницы составил 30°. Для наглядности полученные результаты представлены в виде диаграммы – Рис. 16 б. На оси абсцисс указана ширина лестничного марша (l , мм), по оси ординат значения, рассчитанных в комплексе ЛИРА-САПР величин КЗУ.



а) в зависимости от уклона винтовой лестницы /
a) depending on the slope of the spiral staircase



б) в зависимости от жёсткости лестницы /
b) depending on the rigidity of the stairs

Рис. 16 - Устойчивость цилиндрической стенки резервуара под действием вакуума

Fig. 16 - Stability of the cylindrical tank wall under the action of vacuum

3.2.2. Интерпретация полученных результатов расчёта на устойчивость стенки ВЦР

Графики на Рис. 16 а показывают однозначную динамику повышения устойчивости стенки с уменьшением угла наклона винтовой лестницы к горизонту. Это объясняется большей длиной лестницы, включающей работу при меньших углах уклона, а значит большей суммарной жёсткостью стенки. Полученные зависимости для всех рассматриваемых объёмов ВЦР близки к прямолинейным и лишь при значениях $\alpha > 40^\circ$ наблюдается тенденция к более резкому снижению КЗУ. Форма и уклон всех графиков является схожим, а разброс значений КЗУ в зависимости от α находится в диапазоне 3.5..4.5% от базового значения (столбец 5 из таблицы 9). В то же время, величину повышения устойчивости стенки при наличии лестницы нельзя назвать значительной, в частности, по сравнению с методикой установки колец жесткости. Так пиковое возрастание КЗУ по сравнению с моделью без лестницы составило 7.7% (данные для ВЦР других объёмов указаны в таблице 4). При установке даже одного кольца жёсткости значение КЗУ возрастало в 1.5 раза

Таблица 9. Количественный анализ полученных зависимостей
Table 9. Quantitative analysis of the obtained dependencies

№	V резервуара, тыс. м ³	Значение КЗУ, для КЭ модели без лестницы	Предельное повышение КЗУ при моделировании лестницы, %	Повышение КЗУ при уменьшении угла наклона лестницы с 49° до 30°, %
1	10	4.55	7.7	3.5
2	20	4.07	5.7	2.6
3	30	3.81	1.04	4.5

В пределах возможного диапазона, определено, что жёсткость лестничного марша не является определяющим параметром на устойчивость стенки. Так при увеличении ширины лестничного марша на 28%, КЗУ стенки повысился на 1.5%. Однако учёт других конструктивных вариантов, может дать более существенные результаты, что делает необходимым включить указанную задачу в перечень перспективных исследований.

Общие закономерности и особенности, вытекающие из анализа полученных графиков (рис. 14) и таблицы 4 следующие:

- во всех исследуемых моделях потеря устойчивости от вакуума происходила на участках стенки, расположенных в удалении от лестницы;
- моделирование винтовой технологической лестницы позволяет выявить резервы устойчивости цилиндрической стенки до 7.7% от воздействия вакуума;
- с увеличением объёма резервуара упрочняющий эффект винтовой лестницы снижается;
- зависимости между наклоном лестницы и КЗУ стенки резервуаров близки к прямолинейным
- варьируя углом наклона лестницы, в рамках конструктивных допусков, определено положение, при котором предельное повышение КЗУ составило 4.5%.

Относительно невысокие значения повышения КЗУ обусловлены заданной нагрузкой, а именно равномерным сжатием. Лестница включается в работу лишь на ограниченном участке стенки (не более 1/3 длины), как следствие, потеря устойчивости, происходит на участке свободном от закрепления. Тем не менее, даже при таких условиях, учёт лестницы в модели, приводит к повышению КЗУ до 7.7%. В случае же реальной работы конструкции фактическая ветровая нагрузка будет оказывать локальное сжимающее воздействие на определённый участок стенки. Таким образом, можно предположить, что расположение лестницы в зоне преобладающего направления ветра может существенно повысить значение КЗУ. Обозначенная особенность будет задачей исследования в последующих работах.

4 Выводы / Conclusions

По результатам работы можно выделить следующие выводы:

4.1. Стержневые конструкции

- Конечно-элементная детализация расчетной схемы стержневого элемента и узлового соединения структурного покрытия в сочетании с использованием возможностей нелинейного анализа напряженно-деформированного состояния, в геометрически и физически нелинейной постановке, позволили уточнить несущую способность центрально-сжатых элементов структурного покрытия из условия устойчивости.



- для элементов малой и средней гибкости (при гибкости стержней $\lambda < 82$ при $R=240$ МПа) несущая способность стержней несколько понижается по сравнению с данными отечественных норм проектирования (в пределах 1...10%), что объясняется повышенным влиянием изгибных напряжений (σ_{loc}^M) в зонах действия локального изгибающего момента, что способствует более раннему достижению на этих участках напряжений превышающих σ_{yield} , с последующей потерей устойчивости.
- Для элементов высокой (при гибкости стержней $\lambda > 82$ при $R=240$ МПа) несущая способность стержней, наоборот, повышается по сравнению с данными отечественных норм проектирования. При этом в диапазоне гибкостей 83-100 увеличение составляет менее 10%. С увеличением гибкости отличие от нормативных документов увеличивается в сторону большей несущей способности (в отдельных случаях свыше 50%), что объясняется:
 - значительным отличием формы искривления оси стержня в момент потери устойчивости (рисунок) от схемы деформирования в виде полуволны синусоиды, используемого в классических решениях задачи устойчивости.
 - защемлением части длины приопорного участка стержня в узлах вставки-коннектора, что вызывает сокращение его расчетной длины, а следовательно, уменьшение гибкости и повышение несущей способности из условия устойчивости.
- Уточненная несущая способность центрально-сжатых стержней структурных покрытий из условия устойчивости с достаточной для практических расчетов точностью может быть описана зависимостью, $\sigma_{calc} = 0.0004\lambda^2 - 0.1536\lambda + 26.681$ полученной на основе аппроксимации множественной линейной регрессии. Адекватность построенной кривой подтверждается значением среднеквадратичного отклонения, равное 0.94.

4.2. Листовые конструкции

На основе выполненного исследования определены некоторые особенности в формировании расчётных схемы для оценки устойчивости элементов пространственных металлических конструкций в расчётном комплексе ЛИРА-САПР.

Так для конструкций вертикальных цилиндрических резервуаров исследован вопрос влияния винтовых технологических лестниц на устойчивость стенки. Разработана уточнённая конечно-элементная модель резервуара, с учётом вариаций параметров которой определены следующие особенности:

- потеря устойчивости от действия вакуума происходит в зонах стенки, удаленной от расположения лестницы, что подтверждает упрочняющий эффект от наличия винтовой лестницы и возможность учёта лестницы, как метода усиления;
- с увеличением габаритов ВЦР эффект повышения устойчивости от наличия винтовой лестницы снижается, следовательно упрочняющий эффект следует рассматривать для резервуаров в которых длина проекции лестницы составляет не менее 1/3 от длины стенки (ориентировочно ВЦР объёмом до 30 тыс. м³);
- предельной возрастание коэффициент запаса устойчивости при действии вакуума составило 7.7% по сравнению с моделью, не учитывающей наличие лестницы;
- для рассматриваемых объёмов резервуаров снижение угла наклона лестницы с 49° до 30° повышает КЗУ стенки в диапазоне 3.5...4.5% при действии вакуума, зависимость близка к прямолинейной;
- учёт иных конструктивных вариантов лестницы и фактического распределения ветрового потока может существенно расширить результаты текущего исследования.

5 Финансирование / Fundings

Данная работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в рамках соглашения №22–29–00139 о предоставлении гранта на проведение фундаментальных научных исследований и поисковых научных исследований. Наименование – «Научное обоснование новых подходов к проектированию оптимальных пространственных строительных металлоконструкций высокого уровня ответственности».

References

Mushchanov, V.; Mushchanov, A.; Tsepliaev, M.; Orzhehovskiy, A. Stability of spatial structural elements: the influence of actual modeling; 2023; Construction of Unique Buildings and Structures; 109 Article No 10917. doi: 10.4123/CUBS.109.17



- 1 Timoshenko, S.P. and Gere, J. (1985) *Theory Of Elastic Stability*, 2nd Edition. McGraw-Hill, New York.
https://structures.dhu.edu.cn/_upload/article/files/c2/53/6997426d46cb8f09fcd5d26175e2/5bcfea4b-34b9-48f7-966b-a74ab5ddae8c.pdf.
- 2 Perelmuter, A.V. and Slivker, V.I. (2010) *Design Balance Stability and Related Problems* (In Russian). Volume 2., SCAD-Soft, Moscow. URL:
https://rusneb.ru/catalog/000200_000018_RU_NLR_bibl_1736545/
- 3 Perelmuter, A.V. and Slivker, V.I. (2010) *Design Balance Stability and Related Problems* (In Russian). Volume 1., SCAD-Soft, Moscow. URL:
https://rusneb.ru/catalog/000200_000018_RU_NLR_bibl_1736545/
- 4 Perelmuter, A.V. and Slivker, V.I. (2011) *Design Balance Stability and Related Problems* (In Russian). Volume 3., SCAD-Soft, Moscow. URL:
https://rusneb.ru/catalog/000200_000018_RU_NLR_bibl_1736545/
- 5 Partskhaladze, G., Mshvenieradze, I., Medzmariashvili, E., Chavleshvili, G., Yepes, V. and Alcalá, J. (2019) Buckling Analysis and Stability of Compressed Low-Carbon Steel Rods in the Elastoplastic Region of Materials. *Advances in Civil Engineering*, Hindawi, **2019**.
<https://doi.org/10.1155/2019/7601260>.
- 6 Li, B., Luo, H., Wang, X. and Bosco, M. (2020) Failure Analysis of Locally Damaged Slender Steel Bars Strengthened with CFRP Composites: Experiments, Theory, and Computational Simulations. *Advances in Civil Engineering*, **2020**, 1–14. <https://doi.org/10.1155/2020/8831701>.
- 7 Johannessen, H., Johannessen, O.H., Costas, M., Clausen, A.H. and Sønstabø, J.K. (2021) Experimental and Numerical Study of Notched SHS Made of Different S355 Steels. *Journal of Constructional Steel Research*, **182**, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2021.106673>.
- 8 Gkantou, M. (2021) Numerical Study of Aluminium Alloy Square Hollow Section Columns. *Lecture Notes in Civil Engineering*, **143 LNCE**, 709–717. https://doi.org/10.1007/978-981-33-6969-6_62.
- 9 Meng, X. and Gardner, L. (2020) Testing of Hot-Finished High Strength Steel SHS and RHS under Combined Compression and Bending. *Thin-Walled Structures*, **148**, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.106262>.
- 10 Wang, X., Cheng, X. and Liao, F. (2021) Research on Ultimate Bearing Capacity of Cold-Formed Steel Square Hollow Sections. *Xi'an Jianshu Keji Daxue Xuebao/Journal of Xi'an University of Architecture and Technology*, **53**, 2023. <https://doi.org/10.15986/j.1006-7930.2021.03.012>.
- 11 Yan, X. and Gernay, T. (2022) Local Buckling of Cold-Formed High-Strength Steel Hollow Section Columns at Elevated Temperatures. *Journal of Constructional Steel Research*, **196**, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2022.107403>.
- 12 Pandey, M. and Young, B. (2023) Behaviour of Cold-Formed High Strength Steel Tubular X-Joints with Circular Braces and Rectangular Chords. *Current Perspectives and New Directions in Mechanics, Modelling and Design of Structural Systems - Proceedings of the 8th International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation, 2022*, 1172–1177. <https://doi.org/10.1201/9781003348443-191>.
- 13 Iwai, Y. and Ozaki, F. (2021) Buckling Strength and Post Buckling Residual Strength for a Cold-Formed Steel Square Hollow Section Column at Elevated Temperature. *Journal of Structural and Construction Engineering*, **86**, 1705–1715. <https://doi.org/10.3130/aijs.86.1705>.
- 14 Sato, T. and Ozaki, F. (2018) Local Buckling Performance of Steel Thin Square Hollow Section at High Temperature. *Journal of Structural and Construction Engineering*, **83**, 1381–1389. <https://doi.org/10.3130/aijs.83.1381>.
- 15 Anikeev, I.D. and Golikov, A.V. (2018) Derivation and Analysis of Methods for Calculation of Axially Loaded Steel Compression Members Based on Different Building Codes (In Russian). *RUDN Journal of Engineering researches*, **19**, 299–316. <https://cyberleninka.ru/article/n/vyvod-i-analiz-metodik-rascheta-tsentralnoszhatyh-stalnyh-sterzhney-zalozhennyh-v-razlichnye-normativnye-dokumenty/viewer> (date of application: 30.04.2021).
- 16 Zverev, V. V., Liubavskaja, I. V., Meshcheryakova, E. V. and Sotnikova, M. V. (2018) The Stability of a Compressed Resiliently Supported Rod of Variable Stiffness. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, Institute of Physics Publishing, **456**. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/456/1/012032>.
- 17 Zheng, Y. and Zheng, H. (2013) *Steel Rod Stability and Inelastic Buckling Study*. Applied Mechanics and Materials, Trans Tech Publications Ltd, 626–630. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.357-360.626>.

Mushchanov, V.; Mushchanov, A.; Tsepliaev, M.; Orzhehovskiy, A.

Stability of spatial structural elements: the influence of actual modeling;

2023; Construction of Unique Buildings and Structures; 109 Article No 10917. doi: 10.4123/CUBS.109.17



- 18 Yongfeng, F., Li, W. and Kong Fah, T.E.E. (2020) Analysis of the Steel Structural Reliability under the Big Data. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, **958**. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/958/1/012001>.
- 19 Kala, Z. (2017) Stability of Von-Misses Truss with Initial Random Imperfections. *Procedia Engineering*, The Author(s), **172**, 473–480. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.02.055>.
- 20 Sathish, T., Dinesh Kumar, S. and Karthick, S. (2020) Modelling and Analysis of Different Connecting Rod Material through Finite Element Route. *Materials Today: Proceedings*, Elsevier Ltd, **21**, 971–975. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2019.09.139>.
- 21 Khalafovich, S.G. (2015) Assessment of the Residual Life of Long-Term Operated Vertical Cylindrical Tanks (In Russian). *Transportation and storage of petroleum products*, **1**, 14–18. <https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-ostatochnogo-resursa-dlitelno-ekspluatiruemyh-vertikalnyh-tsilindricheskih-rezervuarov>.
- 22 Dong, B., Zhang, D., Feng, G. and Lu, H. (2021) Design and Development of Tank Farm Operation Safety Training System. *Journal of Beijing University of Chemical Technology (Natural Science Edition)*, **48**, 88–98. <https://doi.org/10.13543/j.bhxbzr.2021.03.011>.
- 23 Megdiche, I., Atherton, W., Allanson, D. and Harris, C. (2022) Effect of Mitigation on the Catastrophic Failure of Storage Tanks. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, Elsevier Ltd, **80**, 104852. <https://doi.org/10.1016/j.jlp.2022.104852>.
- 24 Mushchanov, V.F. and Tcepliaev, M. (2017) Comparative Analysis of the Effectiveness of Constructive and Design Methods for Ensuring the Stability of the Walls of Vertical Cylindrical Tanks. *Metal structures*, **23**, 123–137. http://donnasa.ru/publish_house/journals/mk/2017-3/03_mushchanov_tcepliaev.pdf.
- 25 Zhao, Y., Liu, Q., Cai, S. and Dong, S. (2020) Internal Wind Pressures and Buckling Behavior of Large Cylindrical Floating-Roof Tanks Under Various Liquid Levels. *ASME. J. Pressure Vessel Technol*, **142**. <https://doi.org/https://doi.org/10.1115/1.4046982>.
- 26 de Paor, C. (2010) Buckling of Thin-Walled Cylinders: Experimental and Numerical Investigation. *The Boolean: Snapshots of Doctoral Research at University College Cork*, 47–52. <https://doi.org/10.33178/boolean.2010.11>.
- 27 Nemati, H. and Ghanbari, G. (2014) Buckling Pressure in Double Wall Cryogenic Storage Tank By Fem. **19**, 43–48. https://www.researchgate.net/publication/332242192_BUCKLING_PRESSURE_IN_DOUBLE_WALL_CRYOGENIC_STORAGE_TANK_BY_FEM.
- 28 Hussien, M.A., Yousif, S., Hagag, A., Maged, A. and Mostafa, M. (2020) Stability of Petroleum Storage Tanks Considering the Effect of Helical Stair Beams. *International Journal of Research in Engineering & Management*, **4**, 24–35. <https://www.crdeepjournal.org/6380-2/>.
- 29 Mushchanov, V. and Tsepliaev, M. (2020) Rational Design Solutions of Ensuring the Walls of Tanks Stability to the Action of Transverse Loads. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, **896**. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/896/1/012024>.
- 30 Mushchanov, V. and Tsepliaev, M. (2019) Ensuring the Stability of the Walls of the Tanks Based on the Rational Arrangement of the Stiffening Rings. *Construction of Unique Buildings and Structures*, **84**, 58–73. <https://unistroy.spbstu.ru/en/article/2018.72.4/>.
- 31 Sun, T., Azzuni, E. and Guzey, S. (2017) Stability of Open-Topped Storage Tanks With Top Stiffener and One Intermediate Stiffener Subject to Wind Loading. *Journal of Pressure Vessel Technology*, **140**. <https://doi.org/10.1115/1.4038723>.
- 32 Shokrzadeh, A.R., Mansuri, F., Asadi, M. and Sohrabi, M.R. (2020) Comparative Analysis on Buckling Behavior of Steel Cylindrical Tanks by Consideration of More Realistic Numerical Models. 1–8. <https://doi.org/10.11159/icsect20.159>.
- 33 Gorodetsky, A.S., Barabash, M.S. and Sidorov, V.N. (2016) Computer Modeling in Structural Mechanics Problems. <https://elima.ru/books/?id=4116/>
- 34 GOST R 58064-2018 “Steel Welded Pipes for Building Structure. Technical Specifications”. <https://docs.cntd.ru/document/1200158296/>