



Research Article

Received: October 17, 2024

Accepted: October 31, 2024

Published: November 9, 2024

ISSN 2304-6295

# Modeling of viscoelastic response in epoxy fiberglass plastic under cyclic high temperature and load

Mishnev, Maxim Vladimirovich<sup>1\*</sup> Nuguzhinov, Zhmagul Smagulovich<sup>2</sup> Zadorin, Aleksandr Aleksandrovich<sup>1</sup> Alabugina, Daria Artemovna<sup>1</sup> Astashkin, Vladimir Mihailovich<sup>1</sup> 

<sup>1</sup> Department of Building Construction and Structures, South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation; [mishnevmv@susu.ru](mailto:mishnevmv@susu.ru) (M.M.V.), [zadorinaa@susu.ru](mailto:zadorinaa@susu.ru) (Z.A.A.), [alabugina\\_darya@mail.ru](mailto:alabugina_darya@mail.ru) (A.D.A.), [avm1940@mail.ru](mailto:avm1940@mail.ru) (A.V.M.)

<sup>2</sup> Kazakh multidisciplinary reconstruction and development institute (KazMRDI), Karaganda, Republic of Kazakhstan, [kazmirr@mail.ru](mailto:kazmirr@mail.ru) (N.Z.S.)

Correspondence: \* email [mishnevmv@susu.ru](mailto:mishnevmv@susu.ru), contact phone [+79995851936](tel:+79995851936)

## Keywords:

Glass Reinforced Plastics; Viscoelasticity; Epoxy Polymers; Structural Model; Thermal Stresses; Residual Stresses

## Abstract:

**Object of Research:** Glass fiber reinforced epoxy composites (GFRP) subjected to cyclic thermomechanical loading, simulating operational conditions of structural elements such as chimneys, gas ducts, and related infrastructure. **Purpose:** To investigate the stress-strain state (SSS) of GFRP under repeated heating and cooling cycles, varying initial levels of mechanical stresses, and different cycle durations. The objectives include conducting experimental studies of viscoelastic properties at various temperatures and developing an enhanced viscoelastic model that accounts for the material's memory effects. **Methodology:** Utilized a previously proposed and refined multi-element model based on the three-element Kelvin–Voigt framework, featuring sequentially “switchable” elements that activate and deactivate at specific temperatures. This approach accounts for viscoelastic memory effects and the accumulation of residual stresses. A Python script was developed to calculate the SSS under multiple heating-cooling cycles. Mechanical parameters ( $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\eta$ ) were determined from stress relaxation curves at different temperatures. Experimental investigations were conducted on GFRP samples within the temperature range of 30–180°C. Additionally, the glass transition temperature of the epoxy polymer was evaluated to be approximately 130°C. **Results:** Experimental data revealed that pure epoxy polymer specimens accumulate significant residual tensile stresses at low initial stress levels. In contrast, GFRP composites exhibit substantially reduced residual stress buildup due to glass fiber reinforcement, which limits thermal expansion and maintains higher stiffness at elevated temperatures. Nonetheless, under certain conditions—such as prolonged hold times at peak temperatures and varying cycle durations—a slight accumulation of residual stresses was observed in GFRP samples. Notably, despite exceeding the glass transition temperature of the matrix, GFRP maintained adequate stiffness even at 180°C, thereby expanding its operational temperature range and demonstrating its potential for use in load-bearing structures under elevated temperature conditions. **Conclusions:** The developed model and conducted experiments confirm that viscoelastic memory effects and the accumulation of residual stresses in GFRP are significantly influenced by material composition, initial mechanical stress levels, and thermal cycle parameters. GFRP exhibits notably lower residual stresses compared to pure epoxy polymer, and its high stiffness above the matrix's glass transition temperature supports its application for long-term use in a broader temperature range. Furthermore, the experimental studies of viscoelastic properties at

Mishnev, M.; Nuguzhinov, Z.; Zadorin, A.; Alabugina, D.; Astashkin, V.

Modeling of viscoelastic response in epoxy fiberglass plastic under cyclic high temperature and load;

2024; Construction of Unique Buildings and Structures; 113 Article No 11313. doi: 10.4123/CUBS.113.13



various temperatures provided critical data for more accurate modeling and prediction of the stress-strain state in polymer composites. The proposed modeling approach and computational tools offer valuable means for predicting the reliability and service life of GFRP structural components subjected to cyclic thermomechanical loading.

## 1 Introduction

В настоящее время полимеры и композиты на их основе находят широкое применение в различных отраслях промышленности, включая строительство. В строительстве такие материалы используются не только для производства лакокрасочных покрытий, клеев и теплоизоляционных материалов, но и для создания несущих конструкций. Особенно эффективным является использование строительных конструкций из полимерных композитов, таких как стеклопластики, в условиях, требующих высокой коррозионной стойкости в сочетании с высокой прочностью и низким весом. Примеры таких конструкций включают промышленные газоотводящие системы (дымовые трубы и газоходы) (Astashkin & Mishnev, 2016; Astashkin V.M. et al., 2015; D. H. Zhang & Wang, 2013), установки газоочистки и десульфуризации, резервуары, емкости, аппараты и трубопроводы (Honga et al., 2007; McConnell, 2005, 2011).

Эти конструкции не только подвергаются воздействию агрессивных сред, но и часто работают в условиях воздействия циклически изменяющихся повышенных температур и механических нагрузок. Такое сочетание эксплуатационных факторов требует понимания и учёта особенностей поведения полимерных материалов и композитов в условиях циклических термомеханических воздействий для прогнозирования и оценки их фактического напряженно-деформированного состояния (НДС), несущей способности и надежности.

Механическое поведение полимеров и композитов это сложное нелинейное явление, зависящее от множества факторов, включая их состав, структуру, температурно-временные условия эксплуатации, уровень и характер механических нагрузок, а также внутренние процессы релаксации, перераспределения и накопления напряжений, обусловленные вязкоупругими свойствами материала.

Одним из специфических эффектов, обусловленных сложным характером деформирования при нагреве и охлаждении в условиях стесненности деформаций, является формирование остаточных напряжений, сохраняющихся в материале после снятия внешнего воздействия и в некоторых случаях способных накапливаться при циклических воздействиях. Такие напряжения возникают из-за нереализованных тепловых деформаций, а их эволюция и накопление обусловлены протеканием взаимосвязанных процессов ползучести и релаксации, скорость которых меняется с изменением температуры и уровня нагруженности. Накопление остаточных напряжений может существенно влиять на долговечность и эксплуатационные характеристики конструкций.

Важно максимально точно прогнозировать НДС несущих конструкций из полимерных композитов, предназначенных для эксплуатации в течение десятков лет. В данном случае необходимо прогнозировать длительное (реологическое) деформирование материалов в составе конструкций и возможное формирование и влияние остаточных напряжений на несущую способность конструкций (Coules et al., 2018; Kim et al., 2002; van den Berg et al., 2021).

Большинство работ по остаточным напряжениям в полимерах и композитах посвящены так называемым технологическим напряжениям, формирующимся в процессе изготовления конструкций, т.е. при отверждении полимера, которое часто происходит при повышенной температуре.

В работах (Abouhamzeh et al., 2019; Shokrieh & Kamali Shahri, 2021; Yuan et al., 2018; M. Zhang et al., 2021) описаны различные подходы к моделированию и прогнозированию остаточных технологических напряжений в полимерных композитах формирующихся во время отверждения. В работах (Akbari et al., 2014; Ammar et al., 2022; Chava & Namilae, 2021; Li et al., 2021) помимо результатов моделирования приводится описание методов экспериментальной оценки остаточных технологических напряжений, а также предлагаются подходы к их регулированию и оптимизации влияния на конечные свойства изделий.

Работ посвященных исследованию вязкоупругого поведения полимеров и композитов с учетом возможного накопления остаточных напряжений в процессе циклических термомеханических воздействий при эксплуатации (что особенно важно для строительных конструкций, эксплуатирующихся при переменных температурах в течение десятков лет) не так

Mishnev, M.; Nuguzhinov, Z.; Zadorin, A.; Alabugina, D.; Astashkin, V.

Modeling of viscoelastic response in epoxy fiberglass plastic under cyclic high temperature and load;

2024; Construction of Unique Buildings and Structures; 113 Article No 11313. doi: 10.4123/CUBS.113.13



много. Например, в работах (Hoffman, 1973; Lee & Schile, 1982; Turusov & Stratonova, 1971) показано, что эффект накопления напряжений при циклических термомеханических воздействиях возможен для композитов разных типов (в том числе и неполимерных).

Для прогнозирования длительного НДС конструкций из полимеров и композитов, а также возможного возникновения и накопления остаточных напряжений, необходимо проводить моделирование с учетом последовательности и длительности термомеханических воздействий, т.е. другими словами, необходим учет памяти на термомеханические воздействия.

Большинство стеклопластиков, применяемых в строительных конструкциях, изготавливается на матрицах из терморезактивных полимеров, очень часто эпоксидных (один из таких мы и рассматриваем в своей работе).

Одной из давно известных классических моделей вязкоупругого поведения материала является модель Кельвина–Фойгта, в которой материал представляется как параллельное соединение упругого элемента (пружины) и вязкого элемента (демпфера). Эта модель позволяет учитывать одновременно упругую деформацию и зависящую от времени вязкую деформацию. Для более точного описания сложного поведения полимеров используется трёхэлементная модель Кельвина–Фойгта. Эта модель включает дополнительный упругий элемент, соединённый последовательно с параллельной связкой упругого и вязкого элементов. Такая модель позволяет учитывать мгновенную упругую деформацию материала, которая реализуется в самом начале приложения нагрузки. Описание данной модели встречается, например, в (Evaristo Riande et al., 2000; Majda & Skrodzewicz, 2009; Seyedkazemi et al., 2024), а также многих других источниках. При этом в разных источниках название данной модели может отличаться, хотя суть остается одна и та же. Преимуществом данной модели является возможность получения относительно простых уравнений для применения в практических инженерных задачах, однако многие эффекты не могут быть корректно учтены.

В работе (Mishnev et al., 2024) была предложена многоэлементная модель вязкоупругого поведения материалов, включающая последовательно соединенные ячейки, каждая из которых представляет собой трехэлементную модель Кельвина–Фойгта. Отличием модели является то, что каждая ячейка снабжена так называемым «температурным тормозом», который условно выключает ячейку из работы при нагреве до определенной температуры и включает обратно, при охлаждении до той же температуры. Ячейки в выключенном состоянии перестают воспринимать напряжения, но не исчезают полностью, а виртуально деформируются по некоторому закону (например по закону ползучести) с учетом НДС, которое было в ячейке непосредственно перед выключением. В выключенных ячейках накапливаются, обусловленные предшествующим НДС, виртуальные деформации, которые при обратном включении дают приращение дополнительных напряжений, таким образом моделируется накопление напряжений с учетом эффекта памяти.

В работе (Mishnev et al., 2024) была описана концепция модели, проведена экспериментальная верификация при циклическом термомеханическом воздействии на эпоксидный полимер, которая показала общую применимость предлагаемого подхода. Однако непосредственно исследований вязкоупругого деформирования стеклопластиков с оценкой возможного накопления остаточных напряжений по предлагаемой методике не проводилось.

В настоящей работе выполнялись исследования напряженного состояния при циклическом термомеханическом воздействии эпоксидного стеклопластика с оценкой уровня и развития остаточных напряжений (в случае их выявления) в зависимости от начального напряженного состояния и параметров циклов нагрева и охлаждения. Работа включает ряд экспериментальных исследований, а также моделирование напряженного состояния с использованием вышеописанного подхода, который был несколько усовершенствован и реализован в виде скриптов на языке Python.

В качестве объекта исследования был выбран армированный стеклотканью композит (стеклопластик) с матрицей на основе эпоксидного полимера на ангидридном отвердителе горячего отверждения. Стеклопластики такого состава применяются для изготовления намоткой конструкций дымовых труб и газоходов (Astashkin V.M. et al., 2015).

Целью работы являлось моделирование и попытка объяснения формирования наблюдаемого экспериментально напряжённого состояния, включая гипотетическое накопление остаточных напряжений при различных начальных уровнях механических напряжений в образцах и продолжительностях циклов нагрева и охлаждения.

Основными задачами работы являлись:



- создание программы на языке Python для определения на основании экспериментальных данных механических параметров вязкоупругой трехэлементной модели Кельвина – Фойгта;
- создание программы на языке Python для моделирования с использованием предлагаемого подхода циклического термомеханического воздействия на стержневой предварительно нагруженный заземленный образец стеклопластика;
- определение при различных температурах механических параметров исследуемого эпоксидного стеклопластика для вязкоупругой трехэлементной модели Кельвина – Фойгта;
- проведение экспериментальных исследований напряженного состояния заземленного стержня из стеклопластика при циклических термомеханических воздействиях в условиях различного уровня начальных напряжений и при различных параметрах циклов нагрева и охлаждения;
- моделирование и сопоставление с экспериментальными результатами.

## 2 Materials and Methods

Экспериментальные исследования проводились на стержневых образцах из стеклопластика. В состав компаунда для матрицы стеклопластика входила эпоксидная смола горячего отверждения, ангидридный отвердитель и катализатор для ускорения процесса отверждения. Растворители и пластификаторы не применялись.

Для изготовления эпоксидного компаунда использовались следующие материалы:

- Эпоксидная смола KER 828: содержание эпоксидных групп (EGC) 5308 ммоль/кг, эквивалентная масса эпоксидной смолы (EEW) 188,5 г/экв, вязкость при 25°C 12,7 Па × с, HCl 116 мг/кг, общий хлор 1011 мг/кг. Производитель: KUMHO P&B Chemicals, Сеул, Корея.

- Изометилтетрагидрофталевый ангидрид (ИЗОМТГФА) (отвердитель для эпоксидной смолы): вязкость при 25°C 63 Па × с, содержание ангидрида 42,4%, содержание летучих фракций 0,55%, свободной кислоты 0,1%. Производитель: ASSEMBLY Chemicals Company Ltd., Нанкин, Китай.

- Алкофен (ускоритель отверждения эпоксидных смол): вязкость при 25°C 150 Па × с, молекулярная формула C<sub>15</sub>H<sub>27</sub>N<sub>3</sub>O, молекулярная масса 265, аминное число 600 мг KOH/г. Производитель: ОАО «Эпитал», Москва, Российская Федерация.

Всего использовался один состав эпоксидного связующего со следующим массовым соотношением компонентов:

- Эпоксидная смола (KER 828) – 52.5%;
- Отвердитель (IZOMTGFA) – 44.5%
- Ускоритель отверждения (Алкофен) – 3%.

Армирование выполнялось из стеклоткани ЭЗ-200, выпускаемой согласно стандарту ГОСТ 19907–83 (*National Standard GOST 19907–83 Dielectric Fabrics Made of Glass. Twister Complex Threads. Specifications*, n.d.) со следующими характеристиками:

- толщина 0.190 +0.01 / -0.02 мм;
- поверхностная плотность 200 +16 / -10 г / м<sup>2</sup>;
- количество нитей на 1 см ткани по основе 12 +/- 1;
- количество нитей на 1 см ткани по утку 8 +/- 1;
- переплетение – полотняное;
- замасливатель – парафиновая эмульсия.

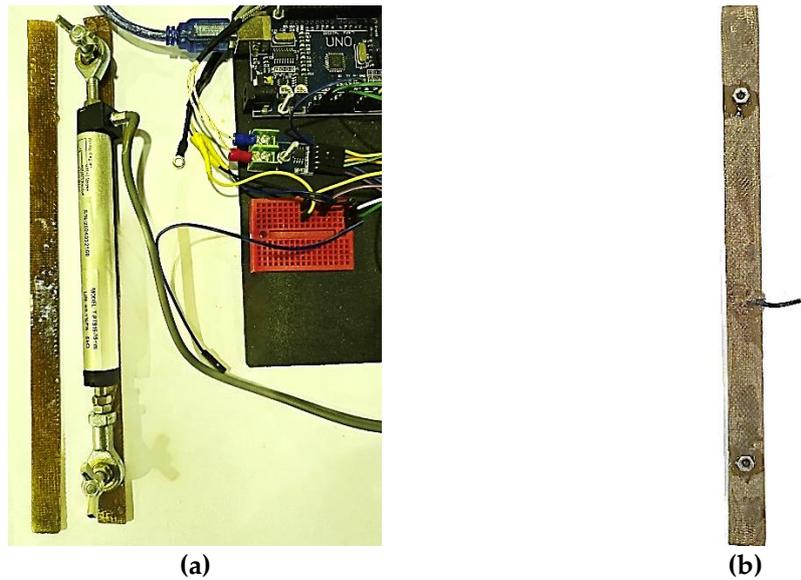
Образцы стеклопластика изготавливались в виде пластины размерами 25 x 25 см. Вырезанные листы стеклоткани ЭЗ-200 для удаления парафинового замасливателя непосредственно перед пропиткой связующим прокаливались при температуре 300°C. Всего в образцах было по 25 слоев стеклоткани, уложенных по схеме 0° / 90° (основа / уток).

Образцы стеклопластика (отверждались при температуре 110°C в течение 30 минут в силиконовых формах с пригрузкой через металлические пластины с тефлоновым покрытием под давлением около 0,2 кПа, затем отвержденные образцы выдерживались при температуре 150°C в течение 12 часов. После этого из пластин в направлении основы ткани (0°) вырезались прямоугольные (без уширений) стержневые образцы, рассмотренные в настоящей работе. В среднем размер сечений образцов из стеклопластика после механической обработки составлял около 19.1 – 19.3 x 4.3 – 4.5 мм длина образцов – 240 мм, база измерений датчика перемещений составляла от 194 до 195 мм. Датчик перемещений подключался через контроллер Arduino UNO. Для контроля температуры на образцы наклеивались термодатчики.

Mishnev, M.; Nuguzhinov, Z.; Zadorin, A.; Alabugina, D.; Astashkin, V.

Modeling of viscoelastic response in epoxy fiberglass plastic under cyclic high temperature and load;

2024; Construction of Unique Buildings and Structures; 113 Article No 11313. doi: 10.4123/CUBS.113.13



**Рис. 1 – Экспериментальные образцы из стеклопластика: (а) экспериментальный образец с установленным датчиком перемещения; (б) экспериментальный образец стеклопластика с наклеенной термопарой**  
**Fig. 1 – Fiberglass experimental specimens: (a) experimental specimen with displacement sensor attached; (b) fiberglass experimental specimen with thermocouple attached**

Испытания на растяжение в сочетании с термомеханическим воздействием, а также определение вязкоупругих характеристик выполнялись на разрывной машине Tinius Olsen h100ku (Horsham, USA) в специально разработанной и изготовленной термокамере. Согласно данным производителя машины Tinius Olsen h100ku, точность измерения нагрузки составляет  $\pm 0,5\%$  в диапазоне 0.2-100%. Разрешающая способность измерения перемещения траверсы составляет 0.1 мм с погрешностью до 0.01 мм.

Схема испытательной установки показаны на Рис. 2 (Fig. 2). На схеме показан стержневой образец 1, заземленный во внутренних зажимах 4 термокамеры. Термокамера состоит из верхней подвижной части 2 и нижней неподвижной части 3, жестко закрепленной болтами к неподвижному основанию 7 испытательной машины Tinius. Верхняя часть 2 термокамеры находится в подвешенном состоянии, она зажата в верхнем захвате испытательной машины Tinius при помощи шарнирной штанги 9. Верхняя 2 и нижняя 3 части не соприкасаются, что позволяет свободно деформировать заземленный во внутренних захватах 4 образец 1. На образец 1 установлен датчик перемещений 10 для измерений удлинений образца на фиксированной базе.

Термокамера теплоизолирована изнутри минераловатными плитами и снабжена нагревательными элементами и вентилятором, предназначенным для обеспечения равномерного прогрева при включенных и охлаждения при выключенных нагревателях. Температура в камере регулируется при помощи термостата на основании показаний внутренней термопары. При испытаниях температура в образцах контролируется при помощи термопар, установленных в контрольные образцы.

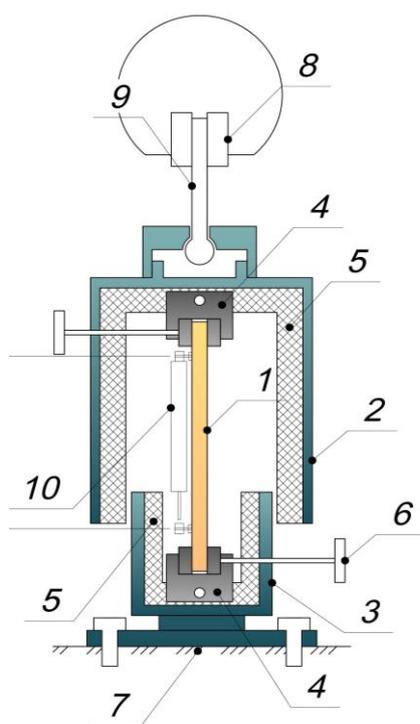


Рис. 2 – Схема экспериментальной установки  
Fig. 2 – Schematic diagram of the experimental setup

Основной эксперимент на циклическое термомеханическое воздействие выполнялся на жестко заземленных стержневых образцах из стеклопластика.

Стержневой образец заземлялся в верхнем захвате и прогревался до минимальной начальной температуры (во всех случаях она была  $30^{\circ}\text{C}$ ). После прогрева образец заземлялся вторым захватом и к нему прикладывалась растягивающая нагрузка со скоростью 2 мм/мин. После достижения нужной нагрузки захваты остаются в одном положении в течение всего эксперимента и деформация образца от механической нагрузки не меняется, при этом напряжения в образце начинают снижаться в результате релаксации. Следует отметить, что в отдельных испытаниях растягивающая нагрузка не прикладывалась, т.е. в образцах возникали только термические напряжения.

Сразу же после приложения нагрузки включался нагрев образца. При нагреве образец стремится расшириться и, поскольку он жестко зафиксирован в захватах, в нем нарастают температурные напряжения сжатия, которые накладываются на растягивающие механические напряжения и снижают их, что отражается на кривой зависимости напряжений от времени.

В момент достижения максимальной температуры в зависимости от принятой схемы испытаний либо включался режим охлаждения, либо режим выдержки при постоянной температуре в течение определенного времени (от 5 до 90 минут). После завершения выдержки также включается режим охлаждения до минимальной температуры.

В режиме охлаждения образец стремится сжаться и в нем возникают растягивающие напряжения (в том числе, как будет видно из результатов, накапливаются остаточные напряжения).

Циклы нагрева и охлаждения образца повторяются необходимое количество раз, при этом фиксируются значения нагрузок на силоизмерителе испытательной машины, которые потом пересчитываются в напряжения. По результатам эксперимента строятся кривые изменения напряжений в образцах со временем и фиксируются температуры в контрольных точках. Показания снимаются при изменении температуры на каждые  $10^{\circ}\text{C}$ .

Применяемый настоящей работе подход и предлагаемая модель материала базируются на использовании трехэлементной вязкоупругой структурной модели Кельвина-Фойгта (Рис. 3, Fig. 3).

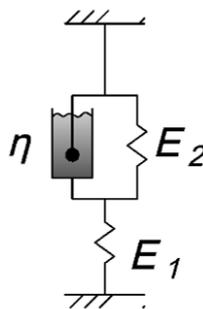


Рис. 3 Схема вязкоупругой трехэлементной модели Кельвина – Фойгта ( $E_1, E_2$  – упругие параметры,  $\eta$  – коэффициент вязкости)

Fig. 3. Scheme of the viscoelastic three-element Kelvin-Voigt model ( $E_1, E_2$  - elastic parameters,  $\eta$  - viscosity coefficient)

Для определения параметров модели Кельвина – Фойгта проводились испытания образцов на растяжение при различных температурах (30°C, 60°C, 90°C, 180°C). Испытания проводились следующим образом: к образцу, помещенному в термокамеру и предварительно прогретому в ненагруженном состоянии до нужной температуры, прикладывалась постоянная растягивающая нагрузка после чего фиксировалась релаксация напряжений в образце и строилась зависимость напряжений от времени (кривая релаксации). По датчику перемещения фиксировались перемещения образца в пределах базы в начальный момент нагружения для определения параметра  $E_1$  (мгновенный модуль упругости).

Для определения механических параметров  $E_1, E_2, \eta$  использовалось уравнение:

$$\sigma(\tau) = H \cdot \varepsilon_0 + (\sigma_0 - H \cdot \varepsilon_0) \cdot e^{\left(\frac{-\tau}{m}\right)} \quad (1)$$

Релаксационные кривые, полученные для стеклопластика при различных температурах приведены в разделе Results.

Для определения параметров модели релаксации на основе трёхэлементной модели Кельвина-Фойгта был разработан скрипт на языке Python, реализующий автоматический подбор параметров  $E_1, E_2, \eta$  оптимально соответствующих экспериментальной кривой релаксации. Параметр  $E_1$  (мгновенный модуль упругости) предварительно определяется стандартным способом (*National Standard GOST 9550-81 Plastics. Methods for Determination of Elasticity Modulus at Strength, Compression and Bending*, 1981), задается его значение и допустимый диапазон варьирования (принимался в пределах +/- 1.5%). Основная цель заключается в аппроксимации экспериментальных данных, которые содержат зависимости напряжений от времени. Для решения этой задачи скрипт использует свободно распространяемые библиотеки Pandas, NumPy, SciPy и Matplotlib.

Данные считываются из файла Excel с помощью библиотеки Pandas. Основная часть расчётов базируется на методе дифференциальной эволюции (Storn & Price, 1997), реализованный в библиотеке SciPy, который предназначен для глобальной оптимизации. Этот метод позволяет находить оптимальные значения параметров модели, минимизируя функцию ошибки, несмотря на наличие нескольких локальных минимумов в пространстве параметров. Для визуализации результатов используются инструменты библиотеки Matplotlib, что даёт возможность строить графики экспериментальных и модельных данных, а также анализировать ошибки аппроксимации.

Экспериментальные данные разбиваются на временные интервалы, задаваемые пользователем (можно задать произвольное количество интервалов). Для каждого интервала времени выполняется независимая оптимизация параметров модели, что позволяет учесть особенности поведения материала на разных временных этапах. Модель основана на уравнении релаксации (2). Оптимизация параметров направлена на минимизацию функции ошибки, определяемой как сумма квадратов разностей между экспериментальными и модельными значениями напряжений. Полученные параметры для каждого временного интервала объединяются для построения полной модельной кривой.

Разработанный скрипт позволяет эффективно адаптировать модель к изменению поведения материала на различных временных этапах, обеспечивая высокую точность

Mishnev, M.; Nuguzhinov, Z.; Zadorin, A.; Alabugina, D.; Astashkin, V.  
Modeling of viscoelastic response in epoxy fiberglass plastic under cyclic high temperature and load;  
2024; Construction of Unique Buildings and Structures; **113** Article No 11313. doi: 10.4123/CUBS.113.13



аппроксимации. Результаты визуализируются в виде графиков, что позволяет пользователю оценить соответствие экспериментальных и модельных данных, а также оптимальность подобранных параметров.

Моделирование циклического термомеханического воздействия в постановке, описанной выше, в настоящей работе основывается на использовании предлагаемой многоэлементной (или многоячеечной) модели материала. Подробное описание и алгоритм работы приведены в нашей предыдущей работе (Mishnev et al., 2024). Далее приведем только описание основных принципов, на которых построена модель и более подробно отличия и доработки, которые применялись в текущей работе.

В сравнении с предыдущей работой были внесены следующие усовершенствования:

1. Алгоритм реализован в виде программы на языке Python, состоящей из набора функций. Это позволит в дальнейшем адаптировать программу под другие условия термомеханических воздействий.
2. Введены различные законы развития виртуальных деформаций в отключенных ячейках в зависимости от напряженного состояния в момент деактивации.
3. Параметры  $E_2$  и  $\eta$  распределяются по ячейкам неравномерно в соответствии с результатами их определения по кривым релаксации при различных температурах. Для этого разработана функция распределения параметров, учитывающая вариацию свойств материала с температурой, что обеспечивает более точное соответствие модели реальным экспериментальным данным.

Основные этапы работы разработанной программы, моделирующей эксперимент:

1. **Инициализация параметров модели.** Задаются исходные механические характеристики материала при начальной и конечной температурах, количество ячеек, отключаемых в диапазоне нагрева, геометрические характеристики образца, механическая нагрузка, скорости нагрева и охлаждения (равномерные или неравномерные).
2. **Распределение параметров по ячейкам.** В зависимости от выбранного режима (постоянные или переменные характеристики) параметры  $E_1$ ,  $E_2$  и  $\eta$  распределяются по ячейкам.
3. **Расчет характеристик каждой ячейки.** Для каждой ячейки вычисляются долговременный модуль упругости и время релаксации.
4. **Генерация температурно-временных точек.** Формируется массив временных точек и соответствующих температур с учетом заданных циклов нагрева и охлаждения, скоростей нагрева и охлаждения, а также возможных выдержек при определенных температурах.
5. **Определение количества активных ячеек.** На каждом шаге моделирования рассчитывается текущее количество активных ячеек в зависимости от температуры и заданного шага по температуре, при котором происходит деактивация ячеек.
6. **Расчет суммарных механических свойств.** Суммируются параметры  $E_1$ ,  $E_2$  и  $\eta$  по активным ячейкам, что позволяет учитывать изменение жесткости и вязкоупругих свойств материала в процессе термического воздействия.
7. **Расчет температурных напряжений с учетом релаксации.** На каждом временном шаге вычисляются приращения температурных напряжений с учетом релаксационных процессов в материале, используя закон релаксации напряжений (1).
8. **Расчет механических напряжений с учетом релаксации по закону (1) и деактивации ячеек.** Рассчитываются суммарные механические напряжения в активных ячейках с учетом их релаксации и перераспределения напряжений при деактивации ячеек.
9. **Вычисление виртуальных деформаций в отключенных ячейках.** При деактивации ячеек моделируется накопление виртуальных деформаций, которые зависят от напряженного состояния в момент отключения и времени пребывания ячейки в отключенном состоянии.
10. **Учет накопленных виртуальных деформаций при обратной активации ячеек.** При охлаждении и обратной активации ячеек накопленные виртуальные деформации преобразуются в дополнительные напряжения, которые суммируются с текущими напряжениями в материале.

11. **Суммирование общих напряжений и анализ результатов.** На каждом шаге моделирования суммируются механические и температурные напряжения, а также учитываются дополнительные напряжения от виртуальных деформаций, что позволяет уточнить картину напряженно-деформированного состояния материала.
12. **Визуализация и сохранение результатов.** Программа генерирует модельные графики зависимости напряжений от времени, а также сохраняет результаты расчетов в файлы для дальнейшего анализа и сравнения с экспериментальными данными.

Программа позволяет гибко задавать условия моделирования и при соответствующей доработке может быть распространена на другие случаи нагружения, отличные от принятых в настоящей работе.

### 3 Results and Discussion

Испытания на релаксацию механических напряжений при растяжении проводились на стержневых образцах неармированного эпоксидного полимера и стеклопластика на его основе по методике, приведенной в разделе 2.2.2.

Полученные при температурах 30°C, 60°C, 90°C, 180°C релаксационные кривые для исследуемого стеклопластика показаны на Рис. 4 (Fig. 4).

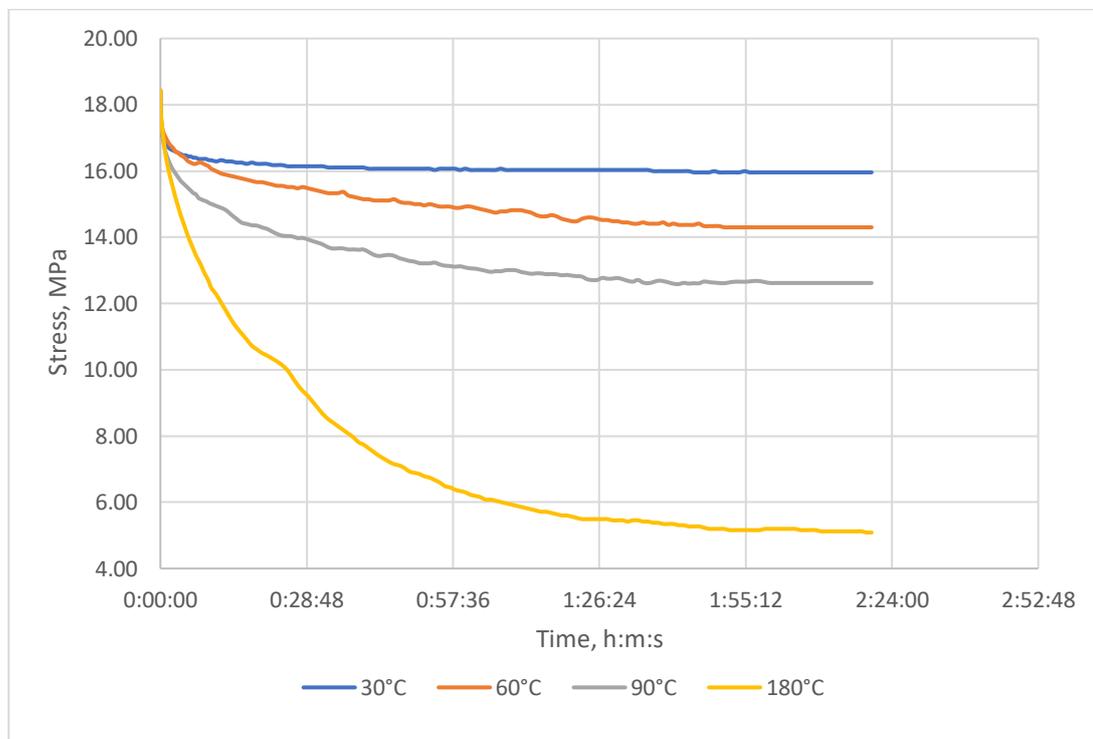


Рис. 4 Релаксационные кривые исследуемого стеклопластика при температурах 30°C, 60°C, 90°C, 180°C и начальных растягивающих напряжениях 18.4 МПа

Fig. 4. Relaxation curves of the investigated GFRP at temperatures of 30°C, 60°C, 90°C, 180°C and initial tensile stresses of 18.4 MPa

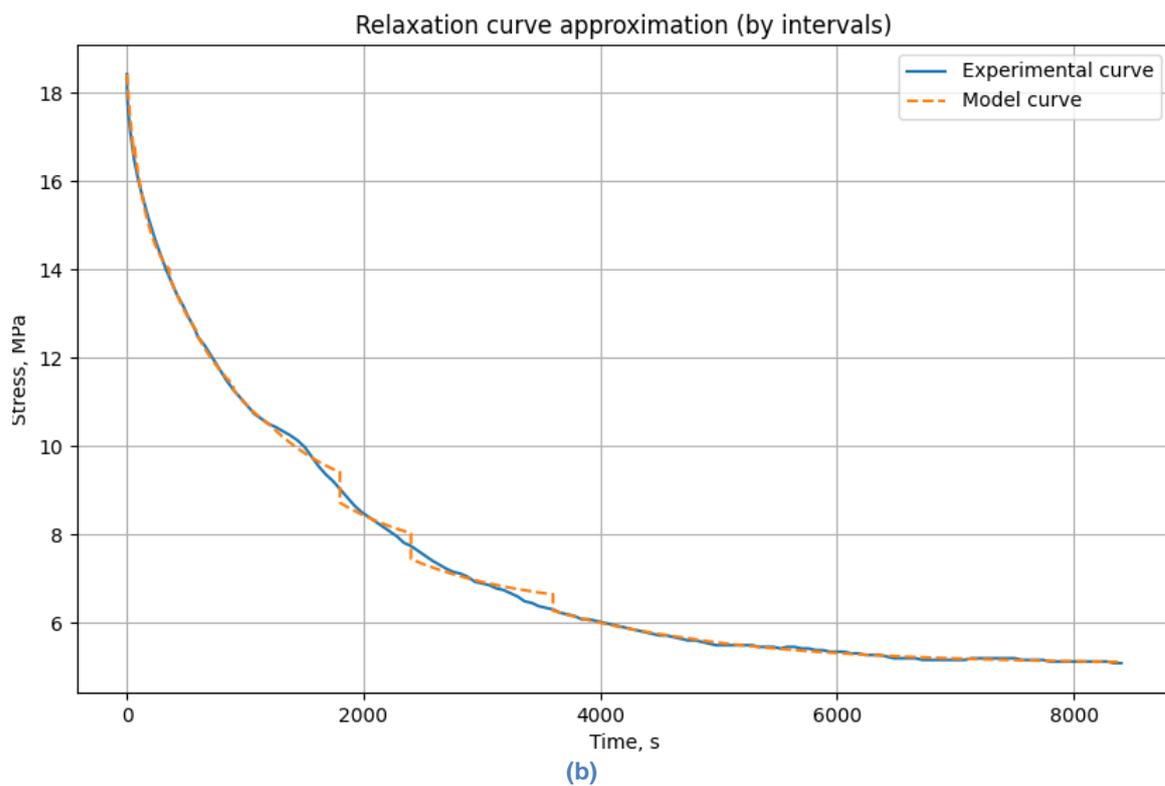
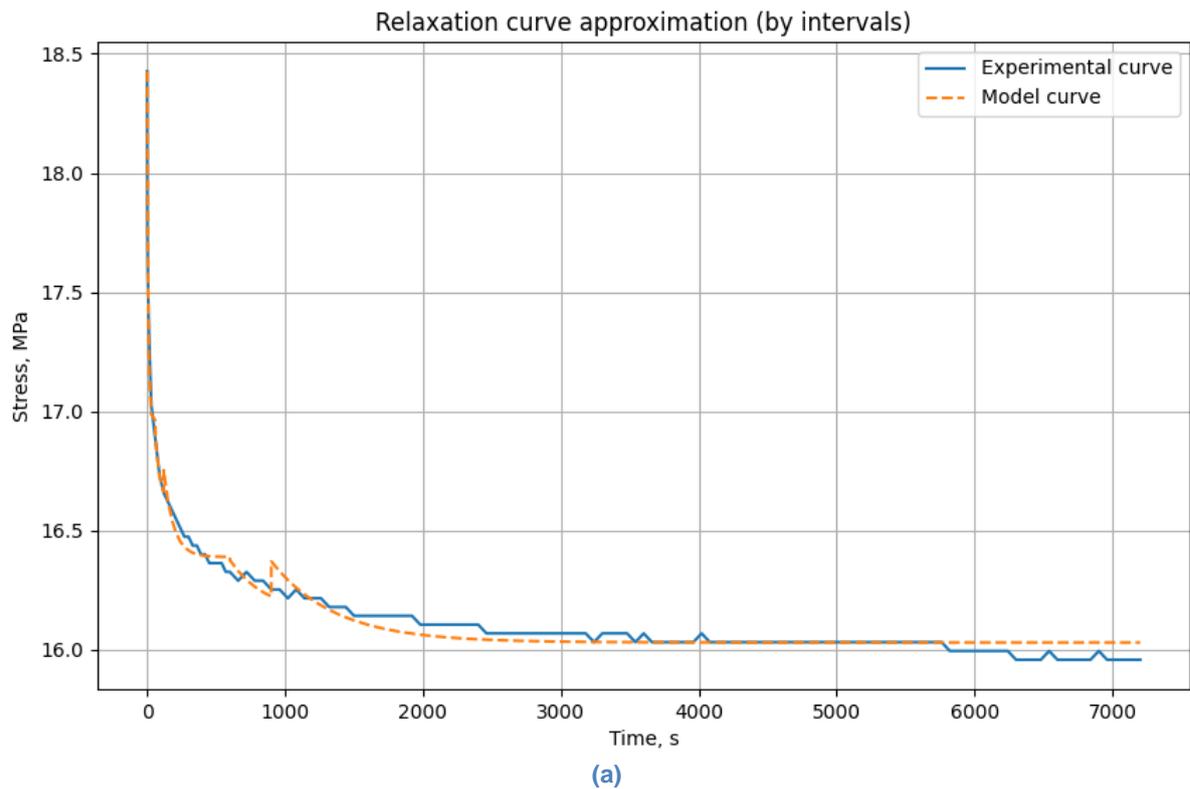


Рис. 5 Модельная и экспериментальная релаксационные кривые исследуемого стеклопластика при начальных растягивающих напряжениях 18.4 МПа: (а) при температуре 30°C; (б) при температуре 180°C

Fig. 5. Model and experimental relaxation curves of the investigated FRP at initial tensile stresses of 18.4 MPa: (a) at 30°C; (b) at 180°C

Table 1. Physical and mechanical properties of supports

Температура	Интервал времени, с	$E_1$ , МПа	$E_2$ , МПа	$\eta$ , МПа*с
30°C	0-60	10783	124579	1.00e+06
	60-120	10689	705152	2.20e+07
	120-600	10730	653221	4.63e+07
	600-900	10683	999732	2.60e+08
	900-3600	10773	774976	3.64e+08
60°C	0-60	7827	348725	1.82e+08
	60-90	7833	317182	1.41e+07
	90-180	7821	314093	3.64e+07
	180-360	7825	208479	6.71e+07
	360-600	7810	303202	1.42e+08
	600-1500	7814	174597	1.97e+08
	1500-3600	7832	139584	3.16e+08
90°C	0-60	7105	65605	1.00e+06
	60-90	7048	167061	8.48e+06
	90-180	7101	143522	1.97e+07
	180-360	7072	161122	4.50e+07
	360-600	7091	128993	6.95e+07
	600-1500	7077	100500	1.12e+08
	1500-3600	7082	167416	2.67e+08
180°C	0-60	2311	10000	1.00e+06
	60-360	2305	10500	1.96e+06
	360-600	2310	10000	4.40e+06
	600-900	2311	10000	5.86e+06
	900-1200	2294	10857	7.71e+06
	1200-1800	2311	10000	9.15e+06
	1800-2400	2311	10000	1.07e+07
	2400-3600	2311	10000	1.26e+07
	3600-4800	2311	10000	1.81e+07
4800-8400	2307	21592	3.61e+07	

Опытным путем (с помощью последовательного нагрева и выдерживания при постоянной температуре) была определена температура стеклования (перехода в высокоэластичное состояние) неармированного полимера, она составила 130°C. Коэффициент температурного расширения, определенный с помощью нагрева в образцов в свободном состоянии и измерения удлинения с помощью датчика линейного перемещения, для стеклопластика составил  $2.4 \times 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$ .

В представленной работе проведены экспериментальные и теоретические исследования вязкоупругого поведения стеклопластика при циклическом термомеханическом воздействии. Основной целью было изучение формирования и накопления остаточных напряжений в зависимости от начальных механических напряжений и параметров температурных циклов.

Экспериментальные результаты показали, что в стеклопластик накопление остаточных напряжений выражено значительно слабее, чем в неармированном полимере. Это, вероятно, обусловлено армированием стеклотканью, что повышает жесткость материала и снижает коэффициент термического расширения. Тем не менее, небольшое увеличение остаточных напряжений все же наблюдается, особенно при длительных выдержках при максимальной температуре нагрева.

Моделирование, выполненное с использованием усовершенствованной многоэлементной модели на основе трехэлементной модели Кельвина–Фойгта, показало качественное и количественное соответствие с экспериментальными данными для эпоксидного полимера. В модели учитывается эффект памяти на термомеханическое воздействие за счет введения виртуальных деформаций в отключенных ячейках при определенных температурах. Это



позволило сделать попытку объяснить механизм накопления остаточных напряжений и их зависимость от начальных условий и параметров циклов нагрева и охлаждения.

## 4 Conclusions

В результате проведенных исследований установлено, что в эпоксидном полимере при циклическом термомеханическом воздействии и низких начальных механических напряжениях происходит значительное накопление остаточных растягивающих напряжений. В стеклопластике на основе этого полимера эффект накопления остаточных напряжений выражен значительно слабее, что обусловлено армированием и повышенной жесткостью материала. Разработанная модель, учитывающая эффект памяти материала на термомеханическое воздействие, показала удовлетворительное соответствие экспериментальным данным и позволяет прогнозировать напряженно-деформированное состояние полимерных композитов при циклических термомеханических нагрузках.

## 5 Fundings

Проект выполнен при поддержке Российского научного фонда, грант №23-29-00425 <https://rscf.ru/project/23-29-00425/>

The work was funded by the Russian Science Foundation, grant №23-29-00425 <https://rscf.ru/project/23-29-00425/>

## 6 Conflict of Interests

The authors declare no conflict of interest. The funders had no role in the design of the study; in the collection, analyses, or interpretation of data; in the writing of the manuscript; or in the decision to publish the results.

## References

- Abouhamzeh, M., Sinke, J., & Benedictus, R. (2019). Prediction models for distortions and residual stresses in thermoset polymer laminates: An overview. In *Journal of Manufacturing and Materials Processing* (Vol. 3, Issue 4). <https://doi.org/10.3390/jmmp3040087>
- Akbari, S., Taheri-Behrooz, F., & Shokrieh, M. M. (2014). Characterization of residual stresses in a thin-walled filament wound carbon/epoxy ring using incremental hole drilling method. *Composites Science and Technology*, 94. <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2014.01.008>
- Ammar, M. M. A., Shirinzadeh, B., Zhao, P., & Shi, Y. (2022). Optimization of process-induced residual stresses in automated manufacturing of thermoset composites. *Aerospace Science and Technology*, 123. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2022.107443>
- Astashkin, V. M., & Mishnev, M. V. (2016). On the Development of the Manufacturing Technology of Fiberglass Cylindrical Shells of Gas Exhaust Trunks by Buildup Winding. *Procedia Engineering*, 150. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.07.144>
- Astashkin V.M., Shmatkov S.B., & Shmatkov A.S. (2015). Polymer Composite Gas Exhaust Pipes in Chimneys of Large-Scale Power Industry. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Construction Engineering and Architecture*, 15(2), 20–25. <https://cyberleninka.ru/article/n/gazootvodyaschie-stvolny-iz-polimernyh-kompozitov-v-dymovyh-trubah-bolshoy-energetiki.pdf>
- Chava, S., & Namilae, S. (2021). Continuous evolution of processing induced residual stresses in composites: An in-situ approach. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 145. <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2021.106368>
- Coules, H. E., Horne, G. C. M., Abburi Venkata, K., & Pirling, T. (2018). The effects of residual stress on elastic-plastic fracture propagation and stability. *Materials and Design*, 143. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2018.01.064>
- Evaristo Riande, Ricardo Diaz-Calleja, Margarita G. Prolongo, Osa M. Masegosa, & Catalina Salom. (2000). *Polymer viscoelasticity: stress and strain in practice*. Marcel Dekker, Inc. .



- Hoffman, C. A. (1973). Effects of Thermal Loading on Fiber-Reinforced Composites With Constituents of Differing Thermal Expansivities. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 95(1), 55–62. <https://doi.org/10.1115/1.3443106>
- Honga, S. J., Honga, S. H., & Doh, J. M. (2007). Materials for flue gas desulfurization systems operating in Korea and their failures. *Materials at High Temperatures*. <https://doi.org/10.3184/096034007X278374>
- Kim, C., Kim, Y.-G., & Choe, U. (2002). Analysis of Thermo-Viscoelastic Residual Stresses and Thermal Buckling of Composite Cylinders. *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers A*, 26(8), 1653–1665. <https://doi.org/10.3795/KSME-A.2002.26.8.1653>
- Lee, S. M., & Schile, R. D. (1982). An investigation of material variables of epoxy resins controlling transverse cracking in composites. *Journal of Materials Science*. <https://doi.org/10.1007/BF00540428>
- Li, X., Han, X., Duan, S., & Liu, G. R. (2021). A Two-Stage Genetic Algorithm for Molding Parameters Optimization for Minimized Residual Stresses in Composite Laminates During Curing. *Applied Composite Materials*, 28(4). <https://doi.org/10.1007/s10443-021-09912-z>
- Majda, P., & Skrodziewicz, J. (2009). A modified creep model of epoxy adhesive at ambient temperature. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 29(4). <https://doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2008.07.010>
- McConnell, V. P. (2005). Resurgence in corrosion-resistant composites. *Reinforced Plastics*, 49(10). [https://doi.org/10.1016/S0034-3617\(05\)70797-9](https://doi.org/10.1016/S0034-3617(05)70797-9)
- McConnell, V. P. (2011). Getting ducts in a row with corrosion-resistant FRP. *Reinforced Plastics*, 55(4). [https://doi.org/10.1016/S0034-3617\(11\)70110-2](https://doi.org/10.1016/S0034-3617(11)70110-2)
- Mishnev, M., Korolev, A., Zadorin, A., & Astashkin, V. (2024). Cyclic Thermomechanical Loading of Epoxy Polymer: Modeling with Consideration of Stress Accumulation and Experimental Verification. *Polymers*, 16(7), 910. <https://doi.org/10.3390/polym16070910>
- National Standard GOST 9550-81 Plastics. Methods for determination of elasticity modulus at strength, compression and bending.* (1981).
- National Standard GOST 19907–83 Dielectric fabrics made of glass. Twister complex threads. Specifications.* (n.d.).
- Seyedkazemi, M., Wenqi, H., Jing, G., Ahmadi, P., & Khajehdezfuly, A. (2024). Auxetic structures with viscoelastic behavior: A review of mechanisms, simulation, and future perspectives. *Structures*, 70, 107610. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2024.107610>
- Shokrieh, M. M., & Kamali Shahri, S. M. (2021). Modeling residual stresses in composite materials. In *Residual Stresses in Composite Materials* (pp. 193–213). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-818817-0.00006-8>
- Storn, R., & Price, K. (1997). Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization*, 11(4). <https://doi.org/10.1023/A:1008202821328>
- Turusov, R. A., & Stratonova, M. M. (1971). Temperature stresses in nonuniformly heated polymer rods. *Polymer Mechanics*, 3(5), 624–625. <https://doi.org/10.1007/BF00859257>
- van den Berg, N., Xin, H., & Veljkovic, M. (2021). Effects of residual stresses on fatigue crack propagation of an orthotropic steel bridge deck. *Materials and Design*, 198. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2020.109294>
- Yuan, Z., Wang, Y., Yang, G., Tang, A., Yang, Z., Li, S., Li, Y., & Song, D. (2018). Evolution of curing residual stresses in composite using multi-scale method. *Composites Part B: Engineering*, 155. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.08.012>
- Zhang, D. H., & Wang, J. H. (2013). The FRP chimney design and construction technology for coal-fired power plant FGD system. *Frontiers of Energy and Environmental Engineering - Proceedings of the 2012 International Conference on Frontiers of Energy and Environmental Engineering, ICFEE 2012*. <https://doi.org/10.1201/b13718-122>
- Zhang, M., Zhang, S., Xie, H., & Li, S. (2021). Micromechanical Analysis and Experimental Studies of Thermal Residual Stress Forming Mechanism in FRP Composites. *Applied Composite Materials*, 28(6). <https://doi.org/10.1007/s10443-021-09943-6>