



Research Article

Received: October 22, 2024

Accepted: November 5, 2024

Published: November 14, 2024

ISSN 2304-6295

Effect of matrix fiber multifractal characteristics on the strength of glass-basalt composite pipes

Vafaeva, Khristina Maksudovna^{1*} 
Nuguzhinov, Zhmagul Smagulovich² 

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russian Federation;

² Kazakhstan Multidisciplinary Institute of Reconstruction and Development Republican State

Enterprise on the Right of Economic Use, Karaganda, Kazakhstan;

vafaeva.khm@gmail.com (V.Kh.M.); kazmirr@mail.ru (N.Zh.S.)

Correspondence:* email vafaeva.khm@gmail.com

Keywords:

Multifractal characteristics; Microstructure; Matrix fibers; Hybrid glass-basalt-plastic; Composite; Forecast; Strength

Abstract:

The object of research is the microstructure of glass-basalt-plastic composite pipes and the relationship between their multifractal characteristics and tensile strength. The study focuses on exploring how structural parameters influence the mechanical properties of these composite materials. **Method.** Physical experiments were conducted to measure and analyze the tensile strength of glass-basalt-plastic composite pipes. The methodology included strength testing and multifractal analysis to assess the structural heterogeneity of the materials. Sensitivity coefficients were calculated to quantify the influence of Renyi spectrum fractal dimensions of the pipe matrix fibers on tensile strength. The fractal dimensions of the fiber matrix (e.g., D_{200}, D_0, D_1, D_2) were evaluated, and their ranges were ranked based on their correlation with strength indicators. **Results.** The microstructure of the composite pipes exhibits significant heterogeneity, complicating the development of predictive models for their quality based on structural parameters. Multifractal analysis revealed the distribution of fiber and epoxy matrix regions within the pipes. Sensitivity coefficients established relationships between tensile strength and fractal dimensions, with key ranges identified: 0.48...3.15 for D_{-200} , 0.033...0.367 for D_0 , 0.100...2.033 for D_1 , 0.044...0.768 for D_2 , and 0.016...0.264 for D_{200} . Mathematical modeling provided predictive formulas for tensile strength with a correlation coefficient $R^2 = 0.75$ for key fractal parameters. These models offer an express method for evaluating the tensile strength of glass-basalt-plastic composite pipes, enhancing quality control processes.

1 Introduction

Развитие научно-технического прогресса связано в большей степени с цифровыми технологиями и методами обработки результатов экспериментов [1]. Внедрение нановолокон углерода в стеклобазальтопластиковые композитные трубы [2] позволило использовать их для производства труб с улучшенными эксплуатационными характеристиками, а также для эксплуатации при низких температурах [3], [4].

Многокомпонентный состав стеклобазальтопластиковых композитных труб приводит к их структурной неоднородности [5]. При количественном анализе неоднородных участков структуры исследователи сталкиваются с трудностями, обусловленными сложностью их строения [6]. В связи с этим задача моделирования физико-механических свойств этих труб на основе анализа их структуры является важной и актуальной проблемой в материаловедении [7]. Однако существующие эмпирические модели, описывающие зависимость структуры от свойств, не всегда

Vafaeva, Kh.; Nuguzhinov, Zh.

Effect of matrix fiber multifractal characteristics on the strength of glass-basalt composite pipes;

2024; Construction of Unique Buildings and Structures; **113** Article No 11315. doi: 10.4123/CUBS.113.15



позволяют достигать высокой точности прогнозирования [8], что связано с ограничениями этих моделей [9]. Одной из причин невысокой точности предсказаний является сложная геометрическая конфигурация элементов структуры строительных материалов [10], что обусловлено особенностями их структурообразования [11] и ограничениями существующих методов идентификации структуры [12].

Как показывают многочисленные исследования, использование фрактального формализма эффективно позволяет описывать сложные структуры материалов на различных масштабных уровнях [13-16]. Сюда можно отнести ранжирование критериев качества [14], регуляризацию материаловедческих задач [15], оценку свойств конструкционных материалов [16].

Например, на основе фрактального анализа макроструктуры бетона марки 400 [17] и керамзитобетона [18] были получены адекватные модели прогнозирования их прочностных характеристик. Фрактальная геометрия также позволяет проводить ранжирование свойств материалов в зависимости от размеров рабочей области их параметров [19], [20] и регуляризовать некорректные задачи в материаловедении [21]. Кроме того, она помогает устанавливать взаимосвязь между структурой и свойствами материалов, предназначенных для различных целей [22].

В частности, фрактальная геометрия успешно описывает неоднородные структуры [23], а также исследует влияние щелочных сульфатов на усадку, гидратацию, пористую структуру и микроструктуру низкотемпературного портландцемента [24], что открывает широкие перспективы для ее применения. Таким образом, в данной работе для моделирования структуры и свойств стеклобазальтопластиковых композитных труб применяется мультифрактальный подход.

2 Materials and Methods

Исследовалась микроструктура стеклобазальтопластиковых композитных труб (Рис. 1). Проведены гидравлические испытания таких труб (Рис. 2). В центральной части изделий сточен исходный наружный диаметр со 164 мм до 161 мм (из стенки 7 мм сточили 1.5 мм силового слоя, осталось всего 5.5 мм), ширина проточки около 30 мм. Это внешний силовой слой с кольцевой намоткой, которая отвечает за прочность в окружном направлении, в т.ч. от сминающего давления. Стенки толщиной 5.5 мм, ослабленной в кольцевом направлении, оказалось недостаточно.

В итоге по результатам испытаний 3 из 8 образцов сломались при давлении снаружи около 41 бар, а им требуется 150 бар.

Решение для достижения этого показателя — увеличение диаметра и усиление кольцевой намотки с разной толщиной стенки (от 12 до 15 мм).

В изготовлении труб были использованы:

- стеклоровинг (волокно) 1200 текс (стекло марки E),
- эпоксидная смола KER 828 из Южной Кореи;
- отвердитель ИЗОМТГФА,
- ускоритель Алкофен.

Примерное соотношение материалов по весу: 70% ровинг, 30% связующее, доля Алкофена мизерная.

В связующем соотношение смолы к ИЗОМТГФА по весу — 100/80.

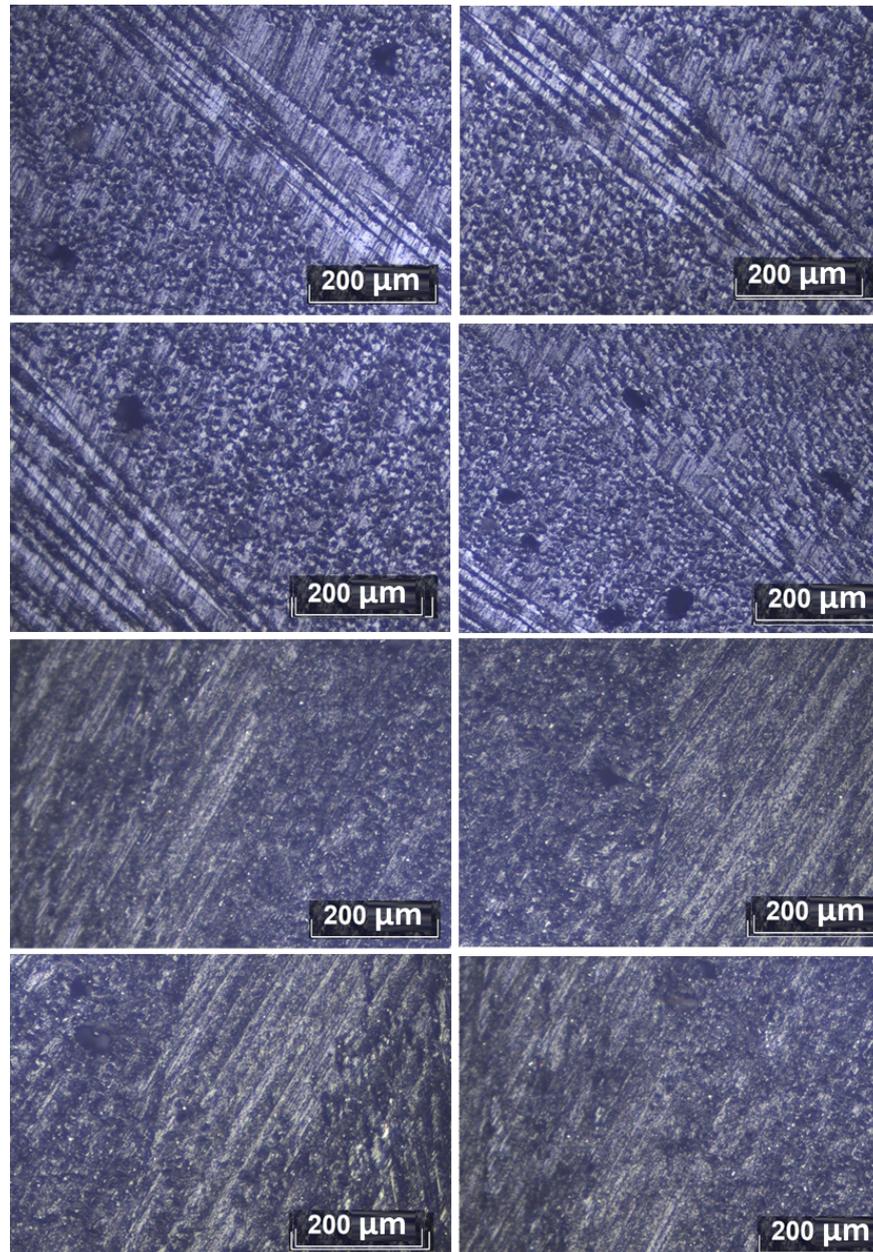


Рис. 1- Микроструктура образцов стеклобазальтопластиковых композитных труб (Образцы 1-8)

Fig. 1 - Microstructure of glass-basalt-plastic composite pipe samples (Samples 1-8)



Рис. 2 - Фотографии разрушений гибридных стеклобазальтопластиковых труб

Fig. 2 - Photos of destruction of hybrid glass-basalt-plastic pipes

Микростроение труб исследовалась с применением мультифрактального анализа. Рассчитан спектр фрактальных размерностей Реньи [18] волокон матрицы труб для 8 образцов и описан в [17]:

$$D(q) = \frac{1}{q-1} \cdot \lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{\ln \sum_{i=1}^N p_i^q}{\ln \delta}, \quad (1)$$

где $\ln \sum_{i=1}^N p_i^q$ – обобщенная статистическая сумма вероятностей p_i попадания исследуемого

элемента структуры в i -ю ячейку квадратной сетки покрытия с размером ячейки δ . D_0 – фрактальная размерность волокон матрицы; D_1 – информационная размерность волокон матрицы при $q = 1$; которая описывает информационную энтропию, характеризующую скорость роста количества информации и описывающую возрастающую информацию для определения местоположения точки объекта при δ ; D_2 – корреляционную размерность, при $q=2$, описывающая вероятность нахождения в квадратной ячейке сразу двух точек; $D_{-\infty}$ и $D_{+\infty}$ – размерности наиболее темных и светлых участков неоднородной структуры соответственно.

На Рис. 3 приведен пример расчета спектра фрактальных размерностей Реньи для Образца 7, представленного на Рис. 1. Показатель степени q задавался в диапазоне численных значений от – 200 до 200, поскольку в при анализе в более широких пределах (от – 1000 до 1000) значения фрактальных размерностей изменялись несущественно (4...6 %). Граничные размеры клеток задавались в пределах от 20 по 60 пикселей с шагом 5 пикселей (Рис. 4). При этом спектр 1 рассчитывался для значений клетки 60 пикселей; спектр 2 – клетка 55 пикселей; спектр 3 – клетка 50 пикселей; спектр 4 – клетка 45 пикселей; спектр 5 – клетка 40 пикселей; спектр 6 – клетка 35 пикселей; спектр 7 – клетка 50 пикселей; спектр 8 – клетка 25 пикселей. Для дальнейших расчетов фрактальных размерностей в эксперименте выбирался спектр 6 с размером клетки 50 пикселей, что соответствует линейным размерам элементов структуры (волокон матрицы и элементам эпоксидной составляющей).



Рис. 3 - График распределения цвета в 256 градациях серого для фотоснимка Образца 7
Fig. 3 - Color distribution graph in 256 shades of gray for photograph Sample 7

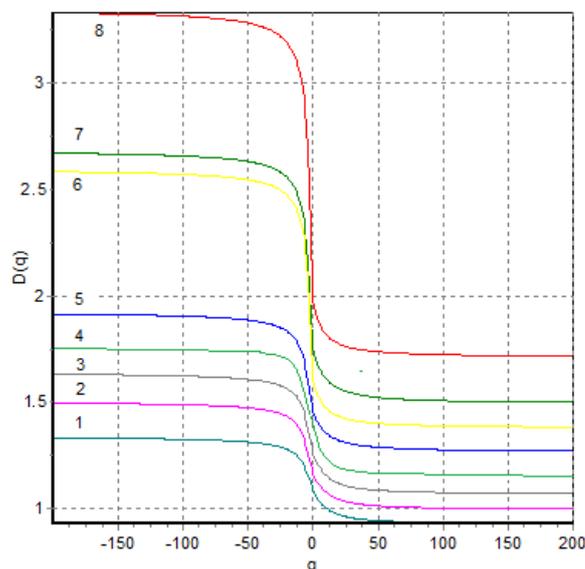


Рис. 4 - Спектр фрактальных размерностей Реньи для светлых волокон матрицы Образца 7
Fig. 4 - Spectrum of Renyi fractal dimensions for light fibers of the matrix of Sample 7

Распределение цвета в 256 градациях серого проводилось для каждого из 8 фотоснимков микростроения труб. После этой процедуры задавался диапазон цвета в градациях серого для исследуемой структурной составляющей (Рис. 4).



3 Results and Discussion

Задачи фрактального моделирования используют, в основном, для формирования моделей микрообъектов (например, внутреннего микростроения материалов на различных масштабных уровнях вплоть до атомных). Однако при этом могут встречаться задачи фрактального формализма, обращенные на идентификацию макрообъектов (технологических процессов, явлений Природы, строения Вселенной и т.п.).

При оценке структуры микрообъектов, согласно предложенным элементам организации фрактального моделирования, использовался следующий алгоритм:

– для повышения точности идентификации, например, микроструктуры материала, с целью частичной компенсации неполноты формальной аксиоматики, обусловленной недостатком информации от традиционных вербальных, полуколичественных и количественных методик оценки элементов этой структуры, предлагается применять теорию фракталов;

– для оценки критериев качества, исключающей натурные испытания, в моделях описывающих связь между структурой и изучаемыми свойствами, можно применять фрактальное моделирование, анализ которого включает:

а) определение границ самоподобия структуры или отдельных фаз;

б) вычисление и анализ фрактальной размерности элементов структуры;

в) определение спектра статистических размерностей мультифрактала;

г) установление чувствительности свойств материала к спектру размерностей;

д) построение математической модели фрактального типа по полученным экспериментальным данным;

е) оценка точности прогноза исследуемых свойств на основании влияния спектра размерностей.

При фрактальном анализе всегда предполагается, что изучаемому фрактальному объекту, независимо от масштаба его представления, присуще свойство самоподобия, которое заключается в том, что в любом масштабе его структуре присущи одни и те же геометрические особенности. Конечно, для реального природного фрактала, которым, безусловно, является структура многих металлов, существует некоторый масштаб длины l , такой, что при увеличениях несколько меньших или больших от этого масштаба свойство самоподобия пропадает. Поэтому свойство самоподобия природных фракталов рассматриваются на масштабах (2).

$$l_{\min} \leq l \leq l_{\max} \quad (2)$$

На каждом масштабном уровне в результате исследования выявлены новые особенности структуры материала, характеризующие то, или иное его качество.

Таким образом, для выбора масштаба представления, например зеренной структуры стали, для определения ее фрактальной размерности, необходимо определить интервал (2), в котором соблюдается ее самоподобие и на этом интервале выбрать тот единственный масштаб, на котором вычисление фрактальной размерности даст наиболее точный результат.

Для оценки масштаба представления эмпирически задается некоторый шаг Δl изменения масштаба от l_{\min} до l_{\max} . Затем в интервале (3) вычисляются оценки фрактальных размерностей в точках масштабов:

$$l_{\min} + (l_{\min} + \Delta l) + (l_{\min} + 2 \cdot \Delta l) + \dots + (l_{\min} + n \cdot \Delta l), \quad (3)$$

$$\text{где } n = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{\Delta l}.$$

За оптимальный масштаб представления структуры принимается тот, при котором, как минимум в двух рядом стоящих точках из ряда (3), фрактальные размерности минимально различаются между собой. Последнее объясняется тем, что при этом наилучшим образом соблюдается свойство самоподобия структуры. Ниже приведен пример выбора масштаба увеличения гибридных стеклобазальтопластиковых труб в интервале от 30 до 300 мкм (Рис. 5).

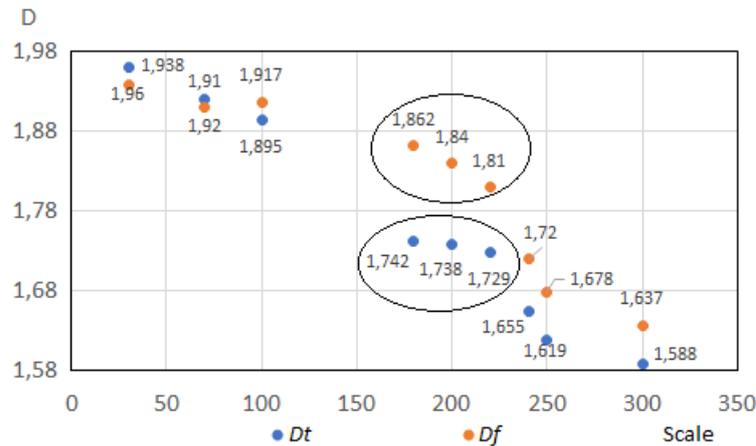


Рис. 5 - Масштаб представления структуры гибридных стеклобазальтопластиковых труб
Fig. 5 - Scale representation of the structure of hybrid glass-basalt-plastic pipes

Даже визуально видно, что самоподобие в указанном интервале масштабов сохраняется. За оптимальный масштаб представления структуры был выбран масштаб 200 мкм, поскольку в двух рядом стоящих масштабах (180 мкм, 220 мкм), фрактальные размерности минимально различались между собой: для фрактальной размерности D_f составили 1.862, 1.810 соответственно (Рис. 5). Для фрактальной размерности эпоксидной составляющей D_t для масштаба представления 180 мкм значение равно 1.742, для масштаба 220 мкм - 1.729.

Самоподобие структуры труб можно проверить не только визуально, но и аналитически. Для этого достаточно выбрать одну или несколько характерных геометрических фигур на фотоснимке структуры и проверить их геометрическое подобие. Например, на Рис. 6 выбран участок структуры А.

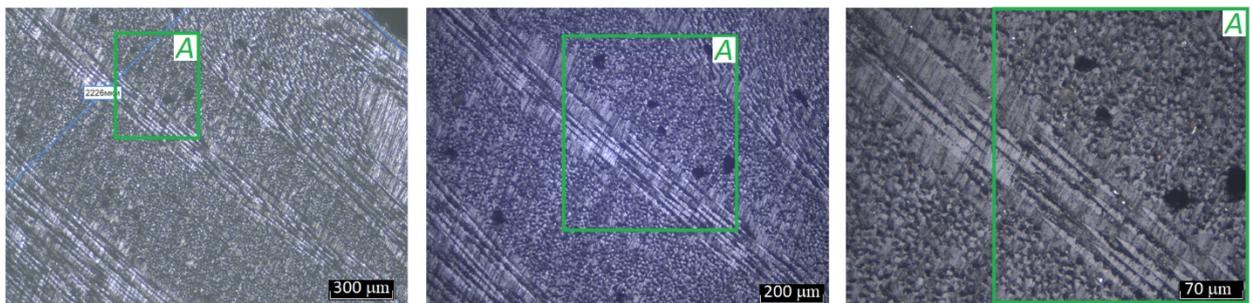


Рис. 6 - Оценка областей самоподобия структуры гибридных стеклобазальтопластиковых труб
Fig. 6 - Evaluation of self-similarity regions of the structure of hybrid glass-basalt-plastic pipes

Соотношение размеров границ этого участка и элементов структуры, заключенных в нем, на всех масштабах увеличения сохраняется, что подтверждает факт самоподобия структуры, а значит и ее фрактальность.

В процессе мультифрактального анализа макроструктуры раствора проведена оценка спектра статистических размерностей Реньи. При обработке полученных данных сформирована Таблица 1, отражающая основные результаты эксперимента.

Таблица 1. Спектр размерностей структуры и характеристики прочности на изгиб
Table 1. Spectrum of Structural Dimensions and Bending Strength Characteristics

Sample №	D_{-200}	D_0	D_1	D_2	D_{200}	σ_p , МПа
1	3.200	1.922	1.900	1.879	1.705	4.60
2	2.885	1.905	1.880	1.860	1.690	4.50
3	2.830	1.880	1.855	1.840	1.660	4.35
4	2.525	1.854	1.830	1.810	1.620	4.20
5	2.334	1.823	1.799	1.770	1.600	3.95

Sample №	D ₋₂₀₀	D ₀	D ₁	D ₂	D ₂₀₀	σ _p , МПа
6	2.400	1.830	1.805	1.780	1.610	3.70
7	2.670	1.740	1.720	1.680	1.500	3.50
8	2.580	1.605	1.581	1.558	1.385	3.45

Для влияния спектра фрактальных размерностей Реньи на показатели прочности при растяжении определялся коэффициент чувствительности K_i по формуле (4) [18]:

$$K = \frac{|Y_i - Y_{i+1}|}{|X_i - X_{i+1}|}, \quad (4)$$

где X_i и X_{i+1} – значения фрактальных размерностей светлых волокон матрицы в рассматриваемых соседних областях i и $i+1$; Y_i и Y_{i+1} – значения прочности на растяжение σ_p в этих областях. На рис. 7 приведены результаты ранжирования фрактальных размерностей по степени их влияния на прочность при растяжении.

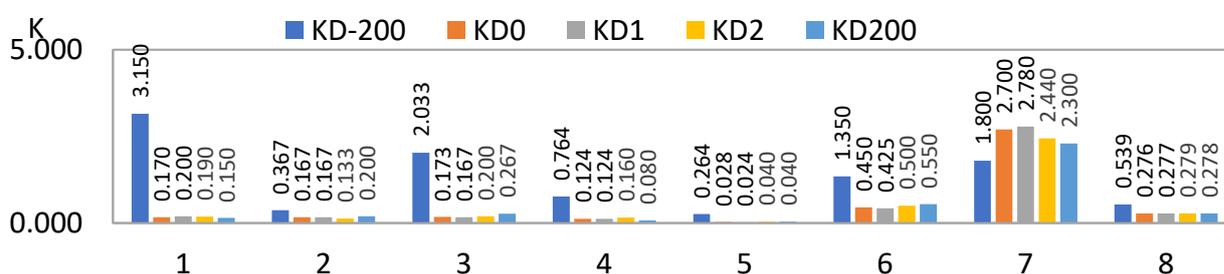
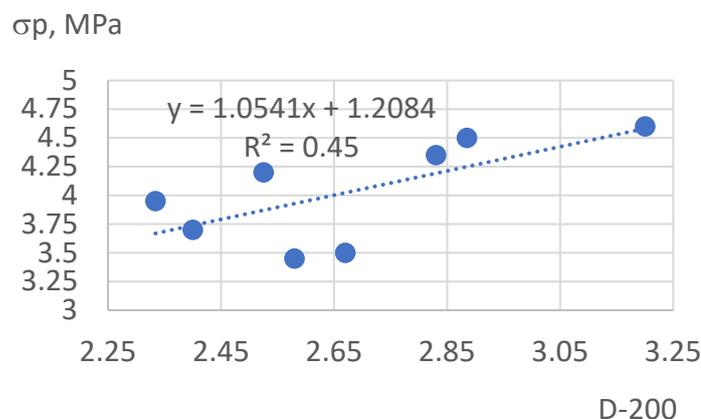


Рис. 7 - Ранжирование фрактальных размерностей по степени их влияния на прочность при растяжении

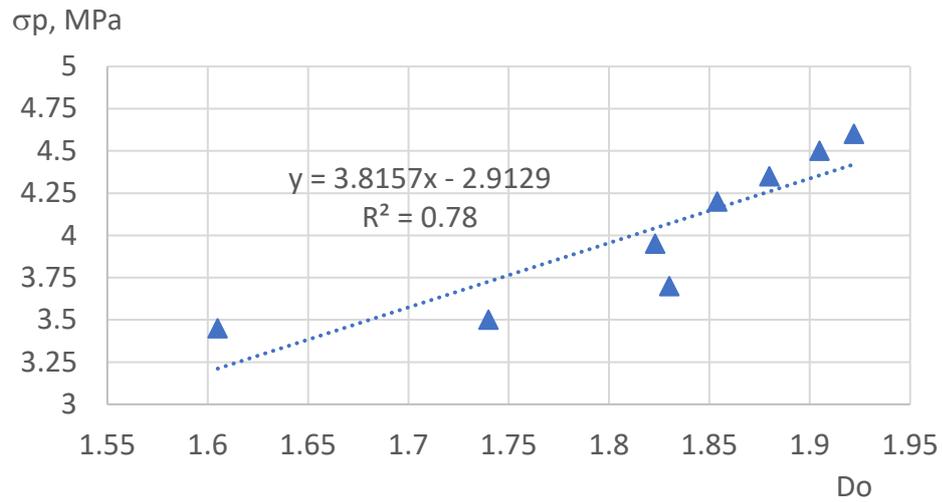
Fig. 7 - Ranking of fractal dimensions by their influence on tensile strength

Высокие показатели чувствительности прочности зафиксированы к фрактальным размерностям D_{-200} для всех 8 исследуемых образцов. Для остальных образцов показатели чувствительности прочности к размерностям составили: 0.033...0.367 для D_0 ; 0.100...2.033 для D_1 ; 0.044...0.768 для D_2 ; 0.016...0.264 для D_{200} .

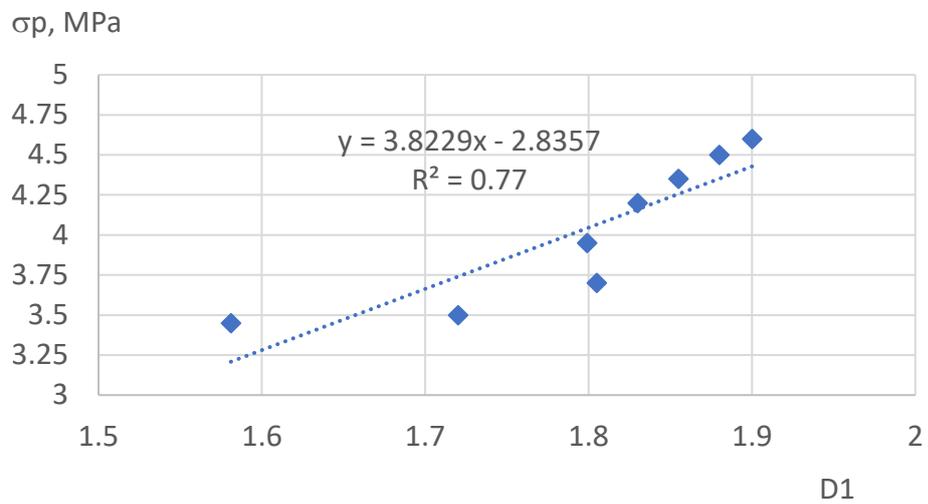
На Рис. 8 приведены соотношения между показателями прочности на растяжение стеклобазальтопластиковых композитных труб и фрактальными размерностями волокон матрицы, вычисленными из спектра Реньи $D(q)$. Аппроксимация всех результатов эксперимента линейными зависимостями свидетельствует о существовании связи между фрактальной структурой и их прочностью. Во всех рассматриваемых случаях зависимости аппроксимируются линейными моделями.



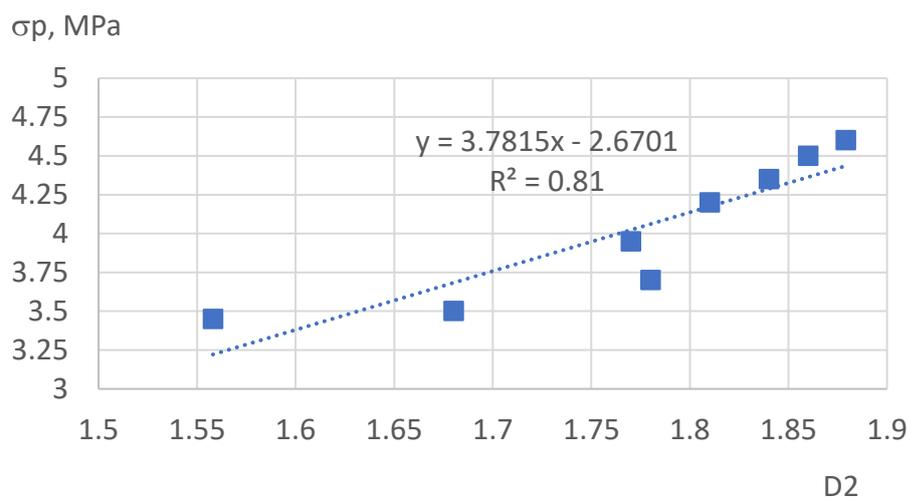
а



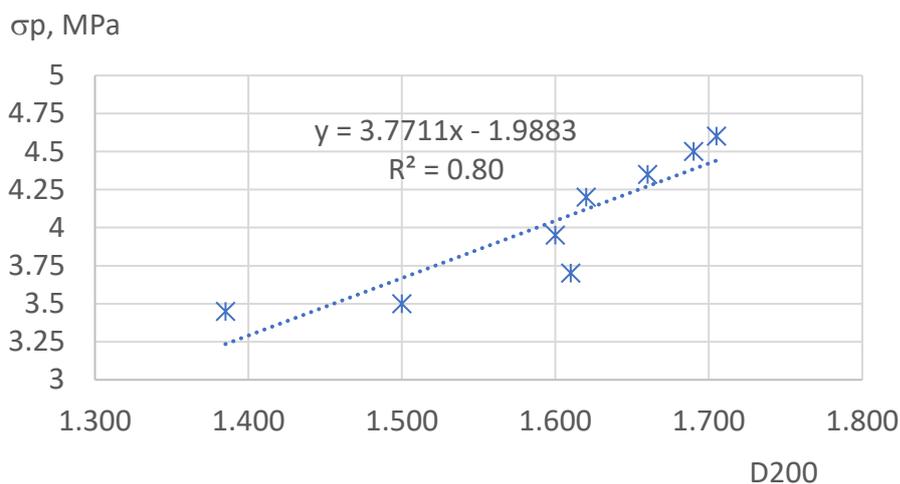
6



B



Г



Д

Рис. 8 - Соотношения между показателями прочности на растяжение и фрактальными размерностями волокон матрицы: а - D_{-200} , б - D_0 в - D_1 , г - D_2 и д - D_{200}

Fig. 8 - Relationships between tensile strength indices and fractal dimensions of matrix fibers а - D_{-200} , б - D_0 в - D_1 , г - D_2 и д - D_{200}

Использование фрактального подхода позволило установить новые связи между структурой стеклобазальтопластиковых композитных труб и его прочностью.

4 Conclusions

1. Разработан метод прогнозирования показателей прочности на растяжение стеклобазальтопластиковых композитных труб на основе анализа их микроструктуры.
2. Проведенное вычисление коэффициентов чувствительности между фрактальными размерностями волокон матрицы труб (D_{-200} , D_0 , D_1 , D_2 , D_{200}) из мультифрактального спектра Реньи и числовыми значениями прочности на растяжение позволило оценить степень их влияния на прочностные характеристики труб.
3. Было выявлено, что прочность на растяжение сильно зависит от фрактальной размерности D_{-200} для всех 8 исследуемых образцов.
4. Полученные уравнения регрессии могут быть использованы в качестве экспресс-методики для оценки прочности на растяжение стеклобазальтопластиковых композитных труб и позволят прогнозировать показатели прочности и актуализируя результаты в зависимости от данных последующих экспериментов.
5. Данный подход может служить альтернативным методом для оценки прочности труб в случаях, когда проведение механических испытаний невозможно.

5 Fundings

This research was supported by a grant from the Russian Science Foundation No. 24-19-00691, <https://rscf.ru/project/24-19-00691/>.

References

- 1 Vafaeva, K. M., and Zegait, R. (2023) Carbon nanotubes: revolutionizing construction materials for a sustainable future: A review. *Research on Engineering Structures and Materials*, Elsevier Ltd, **10(2)**, 559–621. <http://dx.doi.org/10.17515/resm2023.42ma0818rv>
- 2 Vafaeva, K. M., Duklan, N., Mohan, C., Kumar, Y., & Ledalla, S. (2024) Comparative Analysis of Glass-Basalt-Plastic Materials for Construction in Arctic Conditions. *BIO Web of Conferences*, EDP Sciences, 86, 01112. <https://doi.org/10.1051/bioconf/20248601112>



- 3 Vafaeva, K. M., Chhetri, A., Sudan, P., Mishra, M., Babu, B. S., & Mongal, B. N. (2024). Polymer Matrix Nanocomposites for Sustainable Packaging: A Green Approach. *E3S Web of Conferences*, EDP Sciences, 537, 08001. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202453708001>
- 4 Reddivari, B. R., Vadapalli, S., Sanduru, B., Buddi, T., Vafaeva, K. M. and Joshi, A. (2024) Fabrication and mechanical properties of hybrid fibre-reinforced polymer hybrid composite with graphene nanoplatelets and multiwalled carbon nanotubes. *Cogent Engineering*, **11(1)**, 2343586. DOI:10.1080/23311916.2024.2343586
- 5 Alaimo, G., Valenza, A., Enea, D and Fiore, V. (2016) The durability of basalt fibres reinforced polymer (BFRP) panels for cladding. *Materials and Structures* **49(6)**, 2053–2064.
- 6 Chikhradze, N.M., Japaridze, L.A. and Abashidze, G.S. (2012) Properties of basalt plastics and of composites reinforced by hybrid fibers in operating conditions. In: *Composites and their applications*, edited by Ning Hu, 243-268.
- 7 Dhand, V., Mittal, G., Rhee, K. Y., Park, S.-J. and Hui, D. (2015) A short review on basalt fiber reinforced polymer composites. *Composites Part B: Engineering*, **73(5)**, 166-180.
- 8 Khalili, S.M.R., Najafi, M. and Farsani, R.E. (2017) Effect of thermal cycling on the tensile behavior of polymer composites reinforced by basalt and carbon fibers. *Mechanics of Composite Materials*, **52(6)**, 807-816.
- 9 Zeng Q, Luo M, Pang X, Li L and Li K (2013) Surface fractal dimension: an indicator to characterize the microstructure of cement-based porous materials *Applied Surface Science* **282** 302-307
- 10 Volchuk V M and Kotov M A (2021) Fractal express methods evaluation of a breaking stress of concrete *J. Phys.: Conf. Ser.* **1926** 012023
- 11 Kroviakov S, Volchuk V and Zavoloka M (2020) Fractal Model of the Influence of Expanded Clay Concrete Macrostructure on its Strength *KEM* **864** 43-52
- 12 Kroviakov S, Volchuk V, Zavoloka M and Kryzhanovskiy V (2019) Search for Ranking Approaches of Expanded Clay Concrete Quality Criteria *MSF* **968** 20-25
- 13 Volchuk V M (2017) On the Application of Fractal Formalism for Ranging Criteria of Quality of Multiparametric Technologies *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.* **39 (7)** 949-957
- 14 Bolshakov V I, Volchuk V M and Dubrov Yu I (2018) Regularization of one conditionally ill-posed problem of extractive metallurgy *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.* **40 (9)** 1165–117
- 15 Khamidulina D D and Nekrasova S A (2018) Fractals in construction material science *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* **451** 012026
- 16 Volchuk V M, Uzlov O V, Puchikov O V and Ivantsov S V (2021) Fractals Theory Application for Evaluation of Influence of Non Metallic inclusions on Mechanical Properties of S355J2 Steel *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* **1021** 012053
- 17 Fu Jun and Yu Yue (2019) Experimental Study on Pore Characteristics and Fractal Dimension Calculation of Pore Structure of Aerated Concrete Block. *Adv. Civ. Eng.* **2019** 1-11
- 18 Bozhokin S V and Parshin D A (2001) *Fractals and multifractals (Izhevsk: Regular and chaotic dynamics)*
- 19 Gao Y, Jiang J, De Schutter G, Ye G and Sun W (2014) Fractal and multifractal analysis on pore structure in cement paste. *Constr. Build. Mater.* **69** 253-261
- 20 Bolshakov V I and Volchuk V M (2011) Materials Science Aspects of Using of Wavelet-Multifractal Approach to an Evaluation of Structure and Properties of Low-Carbon Low-Alloyed Steels *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.* **33 (3)** 347-360
- 21 Rényi A (1970) *Probability Theory (Amsterdam, Netherlands: North-Holland)*
- 22 Lü Q, Qiu Q, Zheng J, Wang J and Zeng Q (2019) Fractal dimension of concrete incorporating silica fume and its correlations to pore structure, strength and permeability *Constr. Build. Mater.* **228** 116986
- 23 Li Y, Zhang H, Huang M, Yin H, Jiang K, Xiao K and Tang S (2021) Influence of Different Alkali Sulfates on the Shrinkage, Hydration, Pore Structure, Fractal Dimension and Microstructure of Low-Heat Portland Cement, Medium-Heat Portland Cement and Ordinary Portland Cement. *Fractal and Fractional* **5(3)** 79
- 24 Xiao P, Zhang S, Gong Y, Liu Y, Li Z, Li D. (2023) Fractal structure change of pitch-based carbon fiber during high-temperature heat treatment. *Chemical Physics Letters.* **811**, 140239.