



Research Article





Received: October 23, 2024

Accepted: November 6, 2024

Published: November 15, 2024

ISSN 2304-6295

Multi-criteria evaluation of glass-basalt composites based on fractal geometry

Vafaeva, Khristina Maksudovna^{1*}  
Nuguzhinov, Zhmagul Smagulovich²  

¹ Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russian Federation;

² Kazakhstan Multidisciplinary Institute of Reconstruction and Development Republican State Enterprise on the Right of Economic Use, Karaganda, Kazakhstan;

vafaeva.khm@gmail.com (V.Kh.M.); kazmirr@mail.ru (N.Zh.S.)

Correspondence:* email vafaeva.khm@gmail.com

Keywords:

Physical and mechanical properties, Glass basalt-plastic pipes, Roving, Structure, Method of planning experiments, Expert information, Fractal, Forecasting

Abstract:

The object of research is the properties of glass-basalto-plastic composite pipes and their relationship with composition and structure. The purpose of this work is to analyze the influence of the composition and structure of glass-basalto-plastic composite pipes on their physical-mechanical properties. **Method.** Physical experiments are conducted to measure and analyze the physico-mechanical properties of the glass-basalto-plastic composite pipes. These experiments include tests for the tensile strength in the circumferential direction, compressive strength, and axial modulus of elasticity in tension. The methodology involves the use of a combined expert system and active experimentation to derive a mathematical model. The proposed approach is validated at a specified level of service characteristics of the glass-basalto-plastic pipes. The impact of the selected composition parameters on the objective function is evaluated by analyzing the coefficients of equations in normalized units. Histograms describing the degree of influence of each parameter on the objective function (the physical-mechanical properties) are obtained. **Results.** The study reveals that the greatest influence on the strength indicators and modulus of elasticity is exerted by: 1) the percentage content of rovings X1, as the main material of the pipes (composite matrix), characterized by high properties, which contributes 87.5 units compared to other parameters X; 2) the diameter of fibers X2, which also has a significant influence on the properties under consideration. The degree of influence of the composition and structure elements on tensile strength is 41.250 units. The total contribution of the binder components amounts to 13.750 units. The structural influence comprises 15.0 units, with 7.5 units each from the fractal dimension of the matrix fiber and the fractal dimension of the binder. The results can be used for the rapid analysis of the physico-mechanical properties of glass-basalt-plastic pipes within the operational parameter range.

1 Introduction

Проведение масштабных экспериментальных исследований в материаловедении часто сдерживается высокими затратами, что особенно актуально при необходимости получения обширной выборки данных для построения точной математической модели [1]. В таких случаях возникает задача минимизации экспериментальных работ без потери достоверности результатов.

Одним из перспективных подходов является комбинирование традиционного планирования эксперимента с экспертной оценкой. Экспертная оценка позволяет восполнить недостаток экспериментальных данных, используя знания и опыт специалистов в области. В частности,



результаты компьютерного моделирования могут служить ценным источником информации для прогнозирования свойств материалов [2], [3], [4].

Суть предлагаемого подхода заключается в создании математической модели, способной предсказывать свойства стеклобазальтопластиковых труб при различных условиях. Модель строится на основе ограниченного набора экспериментальных данных и экспертных оценок, что позволит существенно сократить затраты на физические эксперименты и повысить точность прогнозирования.

Задача исследования заключается в оценке параметров распределения случайной величины, характеризующей свойства материала, по ограниченной выборке данных с учетом неопределенности [5], [6]. Такой подход позволяет учесть как объективные данные эксперимента, так и субъективное мнение экспертов.

Наиболее эффективные методы поиска оптимальных решений часто возникают на пересечении детерминированных, статистических, имитационных и экспертных подходов [7]. Это обусловлено возможностью комплексного учета различных факторов и более точного прогнозирования результатов. В связи с этим, определение взаимно однозначного соответствия между механическими свойствами материалов и их структурами основывается на методах планирования экспериментов. В таком подходе строки, соответствующие прямому эксперименту, чередуются с строками, содержащими экспертные оценки значений функции цели [8]. Такой подход позволит значительно сэкономить материальные и временные ресурсы, направленные на идентификацию объекта исследования и его характеристик [9].

В рамках данной работы осуществляется оценка физико-механических свойств стеклобазальтопластиковых труб с использованием комбинированного подхода, включающего методы планирования экспериментов и экспертную информацию. Стеклобазальтопластиковые трубы представляют собой продукцию, характеризующуюся улучшенными физико-механическими свойствами [10], [11] и являются перспективным материалом в различных отраслях, поскольку обладают сочетанием таких характеристик, как высокая прочность, коррозионная стойкость, малый удельный вес и диэлектрические свойства [12], [13].

2 Materials and Methods

В предлагаемом способе формирования модели прогноза точность экспертной информации повышается за счет автоматического определения согласованности экспертных оценок с последующим «отсевом» некомпетентных экспертов, как например в [3]. Для реализации такого подхода предлагается методика синтеза базы знаний, которая является экспертной системой (ЭС). Методика синтеза базы знаний базируется на экспертной информации. Согласно этой методике параметры, характеризующие объект идентификации, разбиты на три подмножества: управляемые - X ; неуправляемые - Y ; показатели качества - Z . Синтез ЭС производится в диалоговом режиме и сводится к осуществлению пяти основных этапов:

1. *Параметризация*. На этом этапе назначается группа экспертов, которые независимо друг от друга выбирают из библиотеки параметров, характеризующих объект, те, которые, по их мнению, наилучшим образом способствуют его адекватному описанию.

2. *Квантификация параметров, выбранных на первом этапе*. На этом этапе этой же группе экспертов предлагается выбранные на первом этапе параметры разбить на управляемые и неуправляемые, а качественным показателям присвоить численные значения и назвать допустимые интервалы, в которых они могут находиться:

$$X = (x_1, \dots, x_n); x_i \in [x_i^{\min}, x_i^{\max}] i = 1, \dots, n. \quad (1)$$

$$Y = (y_1, \dots, y_k); y_j \in [y_j^{\min}, y_j^{\max}] j = 1, \dots, k.$$

3. *Синтез ЭС*. На этом этапе экспертам представляются последовательно строки матрицы ситуаций с возможными для каждой сложившейся ситуации исходами (I столбцами показателей качества объекта: Z_1, \dots, Z_l).

$$\hat{Y}Z = \left\| \begin{array}{c} \hat{y}_{01}, \dots, \hat{y}_{k1} Z_1, \dots, Z_l \\ \dots \\ \hat{y}_{0N}, \dots, \hat{y}_{kN} Z_1, \dots, Z_l \end{array} \right\|, N = 2^k \quad (2)$$

Каждому эксперту предлагается, оценив ситуацию, представленную i -й строкой матрицы (2), указать тот показатель качества $Z_s, s \in \overline{1, l}$, который он наделяет наибольшим приоритетом. Обработка результатов экспертизы позволяет получить зависимости типа:

$$Z_s = f_s(\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_k), s = \overline{1, l}. \quad (3)$$

На этом этапе, таким же способом формализуется выбор управляющих воздействий (например тех или иных воздействий, которые по мнению экспертов наилучшим образом соответствуют сложившейся ситуации):

$$\forall x \in \overline{1, m_s} \quad x_r \in F_r(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_k, f_s(\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_k)) \quad (4)$$

4. *Анализ полученной в пункте 3 ситуационной модели.* На этом этапе экспертам предлагается провести производственные игры, задавая синтезированной ЭС различные ситуации, проверяя адекватность продуцируемых ею решений и корректируя их, внося поправки в модель (4).

5. *Функционирование ЭС в режиме совета.* Созданная ЭС, является базой знаний, представляемой уравнениями (3) и (4), что позволяет перманентно отслеживать ее соответствие реальности. Такое отслеживание заключается в том, что в зависимости от правильности продуцируемых ею рекомендаций осуществляется ее автоматическая коррекция.

В силу полноты представления индивидуальных характеристик объекта, эта модель может быть использована в качестве информационной базы не только для получения оперативной информации, но и при проектировании, а также при проведении научно-исследовательских работ. При этом, для каждого объекта идентификации создается своя, качественно отличающаяся от других имитационная модель, что должно способствовать получению некоторого множества моделей, являющихся основой для создания общей базы знаний (БЗ) существующих и вновь создаваемых объектов идентификации.

Для апробации методики объектом исследования были выбраны стеклобазальтопластиковые трубы. Стеклобазальтопластиковые материалы обладают исключительной прочностью на сжатие и растяжение, что делает их идеальным выбором для арктических условий, характеризующихся значительными механическими нагрузками [14]. Обладая прочностью на сжатие 100 МПа и прочностью на разрыв 8 МПа, материалы из стеклобазальтопластика [15] превосходят бетон и сталь по этим показателям. Бетон демонстрирует прочность в диапазоне 50-75 МПа, в то время как сталь демонстрирует прочность от 250 до 500 МПа. Однако и бетон, и сталь подвержены коррозии и износу в суровых арктических условиях. Стеклобазальтопластиковые материалы имеют показатели по твердости в 8 баллов по шкале Мооса, что указывает на высокий уровень твердости [16]. Бетон и сталь со значениями твердости в диапазоне 3-4 и 5-8 соответственно демонстрируют меньшую стойкость к истиранию по сравнению с материалами из стеклобазальтопластика [17].

Плотность является решающим фактором, влияющим на вес и общие характеристики строительных материалов. Стеклобазальтопластики плотностью 2,5 г/см³ обеспечивают баланс между относительно более плотной сталью (7.8 г/см³) и более легким бетоном (2.3-2.5 г/см³).

Проведены гидравлические испытания труб (Рис. 1). В центральной части изделий сточен исходный наружный диаметр со 164 мм до 161 мм, ширина проточки около 30 мм. Это внешний силовой слой с кольцевой намоткой, которая отвечает за прочность в окружном направлении, в т.ч. от сминающего давления. Стенки толщиной 5.5 мм, ослабленной в кольцевом направлении, оказалось недостаточно.



а



б

Рис. 1 - Внешний вид труб после разрушения
Fig. 1 - Appearance of pipes after destruction

В итоге по результатам испытаний 3 из 8 образцов сломались при давлении снаружи около 41 бар, а им требуется 150 бар. Решение для достижения этого показателя — увеличение диаметра и усиление кольцевой намотки с разной толщиной стенки (от 12 до 15 мм).

В изготовлении труб были использованы:

- стеклоровинг (волокно) 1200 текс (стекло марки Е),
- эпоксидная смола KER 828 из Южной Кореи;
- отвердитель ИЗОМТГФА,
- ускоритель Алкофен.

Примерное соотношение материалов по весу: 70% ровинг, 30% связующее. В связующем соотношении смолы к ИЗОМТГФА по весу — 100/80.

В Таблице 1 дана выборка из основных элементов состава, определяющих физико-механические свойства труб, с назначенными исследователями пределами в рабочей области параметров.

Таблица 1. Рабочая область параметров труб
Table 1. Operating Range of Pipe Parameters

Предел прочности на растяжение МПа	Прочность на сжатие	Осевой модуль упругости на растяжение	Ровинг (волокно), %	Диаметр базальтового волокна, мкм	Связующее, %	Фрактальная размерность волокна	Фрактальная размерность связующего
σ_p , МПа	σ_c , МПа	E, ГПа	R, %	d, мм	S, %	D_R	D_S
330-480	260-370	14.0-19.2	68-75	5.0-11.0	22.0-29.0	1.552-1.865	1.690-1.982

Для реализации матрицы планирования выбирались:

НУ - нижний уровень значений аргументов;

ВУ - верхний уровень значений аргументов;

ОУ - средний уровень $(НУ+ВУ/2)$;

ИВ - интервал варьирования $(ВУ-ОУ)$;

X0 - коэффициент уравнения;

X1 - Ровинг (волокно), %

X2 - Диаметр базальтового волокна, мкм

X3 - Связующее, %

X4 - Фрактальная размерность волокна

X5 - Фрактальная размерность связующего

$Y_{\text{экс}}$ - экспериментальные данные

$Y_{\text{рас}}$ - расчётные данные, полученные по математической модели.

Последний 2 столбца в Таблице 1 – это фрактальная размерность D структурных составляющих исследуемого материала, которая должна быть получена в результате проведенного эксперимента. Корреляция этой характеристики, с полученными механическими свойствами стали, определяется по результатам активного эксперимента.

3 Results and Discussion

Как уже отмечалось выше, предполагается, что одним из параметров, определяющих качественные характеристики материала, является фрактальная размерность его структурных составляющих [18]. Язык фрактальной геометрии успешно применяется при моделировании структуры и свойств различных материалов [19], в частности для прогноза твердости бетона [20], оценке прочности металла [20], оценке структурного состояния конструкционных материалов [21].

Для проверки этой гипотезы был разработан алгоритм, реализованный программно. Алгоритм базируется на том, что фрактальная размерность объекта идентификации базируется на определении сходимости значений размерности, вычисленной клеточным (5) и точечным (6) методами.

Клеточная размерность вычислялась по формуле Хаусдорфа [22]:

$$D = -\lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(N(\delta))}{\ln(\delta)} \right) \quad (5)$$

где $\ln(N(\delta))$ - число клеток, покрывших объект; $\ln(\delta)$ - размер клетки.

В точечном методе число клеток N размера L , содержащих m точек, равно $(M/m) \cdot P(m, L)$. Поэтому оценка числа клеток $N(L)$, покрывающих все изображение равна:

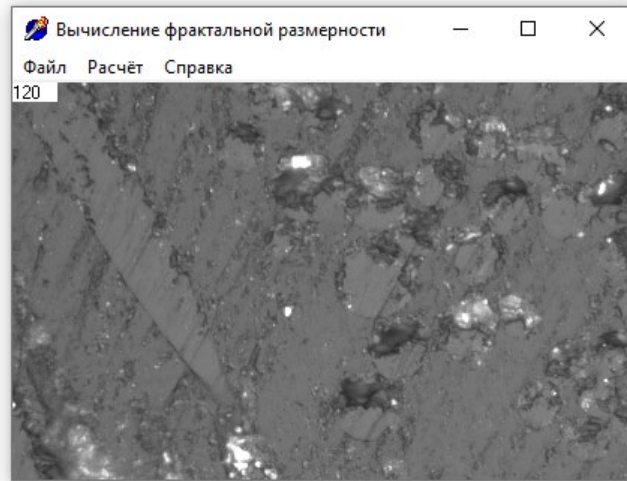
$$N(L) = \sum_{m=1}^K (M/m) \cdot P(m, L) = M \cdot \sum_{m=1}^K (1/m) \cdot P(m, L),$$

где K – возможное число точек в клетке. Следовательно, усредненное значение (6).

$$\tilde{N}(L) = \sum_{m=1}^K (1/m) \cdot P(m, L) \sim L^{-D} \quad (6)$$

Изображение, представляющее собою микрошлиф исследуемого материала (Рис. 2 а), изображение последовательно покрывается сеткой из ячеек, размер которых кратен размеру пикселя и осуществляется подсчет клеток, полностью покрытых черным цветом, белым цветом и частично заполненных. Программа работает с изображениями в 256 градациях серого цвета. На первом этапе определяются максимумы белого и черного - наиболее часто встречающиеся градации цвета точек, близкие к черной и белой границе структурных составляющих (Рис. 2 б). Далее производится преобразование изображения в двухцветное (черно-белое), а градации серого, лежащие ниже границы, равной половине суммы белого и черного максимумов преобразуются в черный и белый цвета. После этого производится расчет клеточной и точечной размерностей.

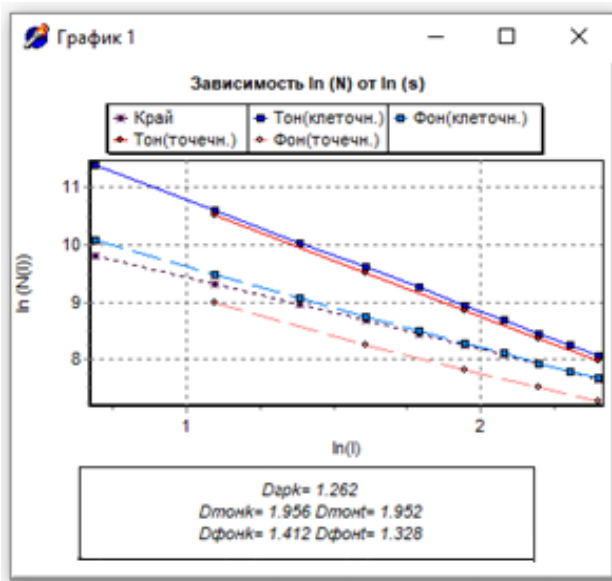
Фрактальная размерность изображения вычисляется как тангенс угла наклона прямой к аппроксимирующей точке. На графике, по горизонтальной оси откладывается логарифм длины клетки, а по вертикальной – логарифм количества заполненных клеток (Рис. 2 с). Начальное изображение микрошлифа покрывается сеткой, длина клетки которой и ее приращения на последующих шагах задаются исследователем. Затем на 5-ом шаге итераций была определена сходимость значений фрактальной размерности, вычисленной для базальтовых волокон матрицы $Df=1.949$ и эпоксидной составляющей $Df=1.464$ (Рис. 2 д).



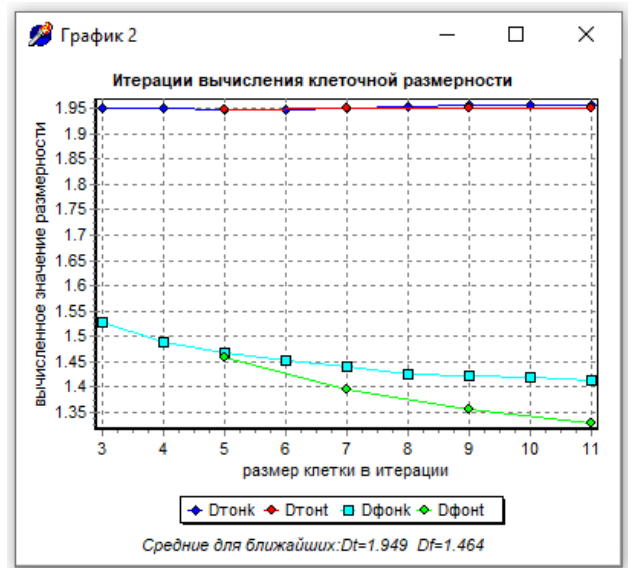
a



b



c



d

Рис. 2 - Программная реализация вычисления фрактальной размерности микроструктуры труб: a - микроструктура труб; b - выбор цветовой гаммы объекта идентификации; c - билогарифмическая зависимость $N(l)$; d - поиск сходимости значений фрактальной размерности базальтовых волокон матрицы, вычисленных клеточным $D_{тонк}$ и точечным методами $D_{тонт}$ и фрактальной размерности эпоксидной составляющей $D_{фонк}$ и $D_{фонт}$

Fig. 2 - Software implementation of calculating the fractal dimension of the microstructure of pipes: a - microstructure of pipes; b - choice of color scheme of the identification object; c - bilogarithmic dependence $N(l)$; d - search for convergence of the values of the fractal dimension of basalt fibers of the matrix, calculated by the cellular $D_{тонк}$ and point methods $D_{тонт}$ and the fractal dimension of the epoxy component $D_{фонк}$ and $D_{фонт}$

Матрица планирования приведена в Таблице 2.

Таблица 2. Дробная реплика матрицы планирования экспериментов для оценки физико-механических свойств стеклобазальтопластиковых труб
Table 2. Fractional Factorial Design for Glass-Basalt Pipes

ОУ		71.5	8.0	25.5	1.709	1.836	Предел прочности на растяжение в окружном направлении σ_r , МПа		Прочность на сжатие σ_c , МПа		Осевой модуль упругости на растяжение E, ГПа	
		3.5	3.0	3.5	0.157	0.146						
ИВ												
НУ												
ВУ												
№	X_0	X_1 (R)	X_2 (d)	X_3 (S)	X_4 (D_R)	X_5 (D_S)	$Y_{1экс}$	$Y_{1рас}$	$Y_{2экс}$	$Y_{2рас}$	$Y_{3экс}$	$Y_{3рас}$
1	+	+	+	+	+	+	480	486	370	363	19.2	19.8
2	+	+	+	+	+	+	470	471	360	362	19.2	19.3
3	+	+	+	-	+	-	465	472	350	353	19.1	19.3
4	+	+	+	-	+	-	460	457	345	351	19.0	18.8
5	+	+	-	+	-	-	440	444	300	331	18.5	18.4
6	+	+	-	+	-	-	435	429	340	330	18.0	19.9
7	+	+	-	-	-	+	430	431	335	321	18.1	17.9
8	+	+	-	-	-	+	425	416	330	319	17.5	17.3
9	+	-	+	+	-	-	400	398	320	311	16.7	16.6
10	+	-	+	+	-	-	390	383	315	310	16.5	16.1
11	+	-	+	-	-	+	380	384	300	301	16.0	16.1
12	+	-	+	-	-	+	375	369	290	299	15.8	15.6
13	+	-	-	+	+	-	355	357	280	279	15.1	15.2
14	+	-	-	+	+	-	340	342	280	278	14.7	14.7
15	+	-	-	-	+	+	335	343	270	269	14.2	14.7
16	+	-	-	-	+	+	330	328	260	268	14.0	14.1

	Экспериментальные данные
	Экспертные оценки, с учетом литературных данных

Гистограммы на Рис. 3-5 отображают степень влияния каждого параметра на функцию цели (физико-механические свойства). Наибольшее влияние на показатели прочности и модуль упругости оказывает:

1. Процентное содержание ровинга X_1 , как основного материала труб (матрица композита), характеризующегося высокими свойствами, поэтому его вклад в эти свойства основной и соответствует 87.5 долей по сравнению с остальными параметрами X.

2. диаметр волокон X_2 также имеет высокую степень влияния на рассматриваемые свойства. Степень влияния элементов состава и структуры труб на прочность при растяжении (41.250).

3. Суммарный вклад компонент связующего составляет 13.750.

4. X_4 и X_5 . Структура вносит 15.0 долей по отношению к составу (по 7.5 фрактальная размерность волокна матрицы + 7.5 фрактальная размерность связующего).

На основе анализа коэффициентов уравнений в нормируемых единицах (7-9) произведена оценка влияния выбранных параметров состава труб $X_1...X_5$ на функцию цели,

где X_1 - Ровинг (волокно), %

X_2 - Диаметр базальтового волокна, мкм

X_3 - Связующее, %

X_4 - Фрактальная размерность волокна,

X_5 - Фрактальная размерность связующего.

Гистограмма на Рис. 3 отображает степень влияния каждого параметра на модуль упругости. Откуда следует, что наибольший вклад в данный параметр вносит также процентное содержание ровинга 3.200. Т.е. чем больше процентного содержания ровинга, тем выше модуль упругости.

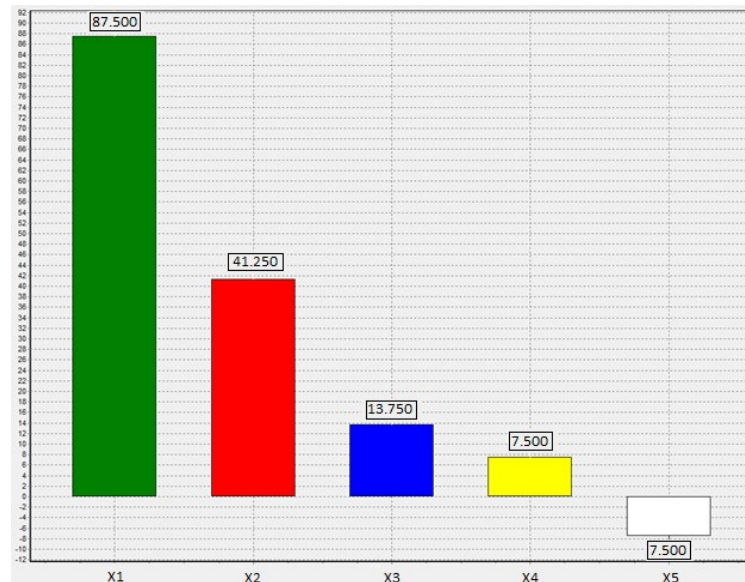


Рис. 3 – «Вес» элементов состава и фрактальной размерности структуры при оценке их влияния на прочность при растяжении

Fig. 3 – «Weight» of composition elements and fractal dimension of structure when assessing their influence on tensile strength

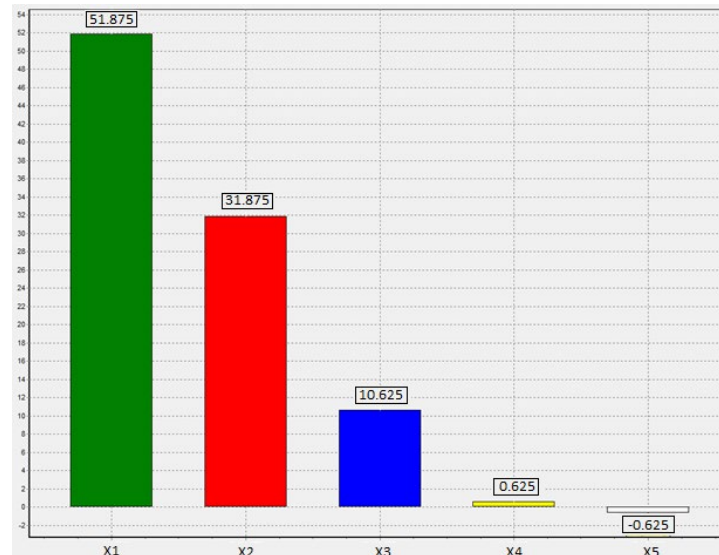


Рис. 4 - «Вес» элементов состава и фрактальной размерности структуры при оценке их влияния на прочность при сжатии

Fig. 4 - «Weight» of composition elements and fractal dimension of structure when assessing their influence on compressive strength

Гистограмма на рис. 4 отображает степень влияния каждого параметра на функцию цели - прочность при сжатии. Из этой гистограммы следует, что наибольший вклад в прочность вносят процентное содержание ровинга 51.875. Т.е. чем больше процентного содержания ровинга, тем выше прочность при сжатии.

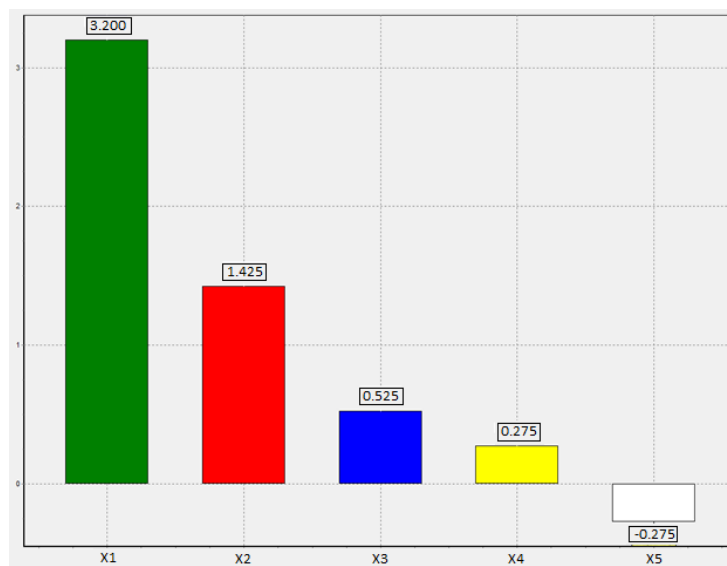


Рис. 5 – «Вес» элементов состава и фрактальной размерности структуры при оценке их модуля упругости (модуля Юнга)

Fig. 5 – «Weight» of the elements of the composition and fractal dimension of the structure when assessing their elastic modulus (Young's modulus)

Гистограмма на Рис. 5 отображает степень влияния каждого параметра на модуль упругости. Откуда следует, что наибольший вклад в данный параметр вносит также процентное содержание ровинга 3.200. Т.е. чем больше процентного содержания ровинга, тем выше модуль упругости. Математические модели с учетом фрактальной размерности структуры в нормированной форме (7-9):

1). Предел прочности на растяжение:

$$Y_1 = (-585.745) \cdot X_0 + 12.500 \cdot X_1 + 6.875 \cdot X_2 + 1.964 \cdot X_3 + 23.962 \cdot X_4 + (-25.685) \cdot X_5 \quad (7)$$

Модель адекватна согласно критерию Фишера: $F_{\text{набл}} = 1.013$, $F_{\text{крит}} = 2.400$.

Модель адекватна согласно критерию Кохрена: $F_{\text{набл}} = 0.334$; $F_{\text{крит}} = 0.547$.

$$R^2 = 0.99$$

2). Предел прочности на сжатие:

$$Y_2 = (-295.241) \cdot X_0 + 7.411 \cdot X_1 + 5.313 \cdot X_2 + 1.518 \cdot X_3 + 1.997 \cdot X_4 + (-2.140) \cdot X_5 \quad (8)$$

Модель адекватна согласно критерию Фишера: $F_{\text{набл}} = 1.114$, $F_{\text{крит}} = 2.400$.

Модель адекватна согласно критерию Кохрена: $F_{\text{набл}} = 0.349$; $F_{\text{крит}} = 0.547$.

$$R^2 = 0.92$$

3). Модуль упругости:

$$Y_3 = (-19.295) \cdot X_0 + 0.457 \cdot X_1 + 0.237 \cdot X_2 + 0.075 \cdot X_3 + 0.879 \cdot X_4 + (-0.942) \cdot X_5 \quad (9)$$

Модель адекватна согласно критерию Фишера: $F_{\text{набл}} = 1.002$, $F_{\text{крит}} = 2.400$.

Модель адекватна согласно критерию Кохрена: $F_{\text{набл}} = 0.336$; $F_{\text{крит}} = 0.547$.

$$R^2 = 0.98$$

Математические модели без учета фрактальной размерности структуры в нормированной форме (10-12):

1). Предел прочности на растяжение:

$$Y_1 = 198.745 \cdot X_0 + 6.349 \cdot X_1 - 4.933 \cdot X_2 - 8.468 \cdot X_3 \quad (10)$$

$$R^2 = 0.96$$

2). Предел прочности на сжатие:

$$Y_2 = (-79.133) \cdot X_0 + 6.615 \cdot X_1 - 3.789 \cdot X_2 - 79.133 \cdot X_3 \quad (11)$$

$$R^2 = 0.84$$

3). Модуль упругости:

$$Y_3 = 22.862 \cdot X_0 + 0.101 \cdot X_1 - 0.159 \cdot X_2 - 0.479 \cdot X_3 \quad (12)$$

$$R^2 = 0.88$$



Полученные результаты воздействия состава и фрактальной структуры на прочность при растяжении подтверждаются механизмом их физико-химического взаимодействия в составе труб.

4 Conclusions

1. Применение фрактальной размерности в моделировании физико-механических свойств стеклобазальтопластиковых труб позволило повысить точность прогнозирования по сравнению с традиционными моделями. Это подтверждается более высокими значениями коэффициентов парной корреляции. Таким образом, фрактальная размерность является значимым фактором, влияющим на прочность материала.

2. Предложенный подход позволил разработать вероятностную модель, которая позволяет прогнозировать прочность труб на основе заданных характеристик.

3. Модель может использоваться для подбора оптимального состава труб с учетом требований заказчика к пределу прочности на растяжение.

4. Разработанная модель позволяет ранжировать элементы состава и фрактальную размерность элементов структуры по степени их влияния на прочность материала. Это дает возможность целенаправленно регулировать состав труб для достижения желаемых свойств.

5. Модель может быть использована для оперативного прогнозирования прочности труб в процессе производства, что позволяет осуществлять контроль качества и своевременно вносить корректировки в технологический процесс.

5 Fundings

This research was supported by a grant from the Russian Science Foundation No. 24-19-00691, <https://rscf.ru/project/24-19-00691/>.

References

- Jin, S., Li, X., Wang, P., Li, X., and Zhang, D. (2024). Research and application of the flatness target curve discrete dynamic programming based on two-dimensional decision making. *Expert Systems with Applications*, **256**, 124947. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2024.124947>
- Ke, Q., Xiong, Y., Lu, M., Huang, K., Guo, Y., Min, J., Jin, C., Gu, Z., Cui, G., Weng, X. and Yi, B. (2025). Modelling and prediction of toluene adsorption saturation basing on characteristic values of activated carbons. *Journal of Environmental Sciences*, **152**, pp.302-312. <https://doi.org/10.1016/j.jes.2024.04.039>
- Rao, S., Fan, L., and Wang, J. (2025). Expert label for explainable fault diagnosis and for unknown fault generalization. *Chemical Engineering Science*, **301**, 120699. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2024.120699>
- Hamid, H. A., Wah, Y. B., Rani, K. A., and Xie, X. J. (2024). The Effect Of Divisive Analysis Clustering Technique on Goodness-Of-Fit Test for Multinomial Logistic Regression. *Journal of Advanced Research in Applied Sciences and Engineering Technology*, **48(2)**, 39-48.
- Rykov, V.V., Balakrishnan, N. and Nikulin M.S. Mathematical and statistical models and methods in reliability statistics for industry and technology, Springer; Dordrecht, **3**, 317–334.
- Larson, James R. (2010). In search of synergy in small group performance. Psychology Press, New York. <https://doi.org/10.4324/9780203848784>
- Dhand, V., Mittal, G., Rhee, K. Y., Park, S.-J. and Hui, D. (2015). A short review on basalt fiber reinforced polymer composites. *Composites Part B: Engineering*, **73(5)**, 166-180.
- Mahamud M., López Ó, Pis J J and Pajares J A (2003). Textural characterization of coals using fractal analysis Fuel Process. *Technol.*, **81**, 127–142
- Forsyth, D. R. (2006). Decision making. In Forsyth, D. R., Group Dynamics Belmont, CA, Wadsworth, Cengage Learning, 317-349.
- Vafaeva, K. M., and Zegait, R. (2023) Carbon nanotubes: revolutionizing construction materials for a sustainable future: A review. *Research on Engineering Structures and Materials*, Elsevier Ltd, **10(2)**, 559–621. <http://dx.doi.org/10.17515/resm2023.42ma0818rv>
- Vafaeva, K. M., Duklan, N., Mohan, C., Kumar, Y., and Ledalla, S. (2024) Comparative Analysis of Glass-Basalt-Plastic Materials for Construction in Arctic Conditions. *BIO Web of Conferences*, EDP Sciences, **86**, 01112. <https://doi.org/10.1051/bioconf/20248601112>

Vafaeva, Kh.; Nuguzhinov, Zh.

Multi-criteria evaluation of glass-basalt composites based on fractal geometry;

2024; Construction of Unique Buildings and Structures; **113** Article No 11316. doi: 10.4123/CUBS.113.16



- 12 Vafaeva, K. M., Chhetri, A., Sudan, P., Mishra, M., Babu, B. S., and Mongal, B. N. (2024). Polymer Matrix Nanocomposites for Sustainable Packaging: A Green Approach. *E3S Web of Conferences*, EDP Sciences, 537, 08001. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202453708001>
- 13 Vafaeva, K. M., Dhyan, M., Acharya, P., Parik, K., and Ledalla, S. (2024) Glass-basalt-plastic materials for construction in temperate and Arctic climatic regions. *BIO Web of Conferences*, EDP Sciences, 86, 01111. <https://doi.org/10.1051/bioconf/20248601111>
- 14 Özbek, Ö., Oğuz, Z. A., Bozkurt, Ö. Y., & Erkiğ, A. (2024). Crashworthiness characteristics of hydrothermally aged intraply glass/basalt composite pipes. *Marine Structures*, **97**, 103656. <https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2024.103656>
- 15 Tavadi, A. R., Naik, Y., Kumaresan, K., Jamadar, N. I., & Rajaravi, C. (2021). Basalt fiber and its composite manufacturing and applications. *International Journal of Engineering, Science and Technology*, **13(4)**, 50-56. <http://dx.doi.org/10.4314/ijest.v13i4.6>
- 16 Khalili, S.M.R., Najafi, M. and Farsani, R.E. (2017) Effect of thermal cycling on the tensile behavior of polymer composites reinforced by basalt and carbon fibers. *Mechanics of Composite Materials*, **52(6)**, 807-816.
- 17 de Lima, L. F., Zorzi, J. E., & Cruz, R. C. (2022) Basaltic glass-ceramic: A short review. *Boletín de la Sociedad Española de Cerámica y Vidrio*, **61(1)**, 2-12. <https://doi.org/10.1016/j.bsecv.2020.07.005>
- 18 Bogahawaththa, M., Mohotti, D., Hazell, P. J., Wang, H., Wijesooriya, K., and Lee, C. K. (2024). Low-velocity impact response and energy absorption of Menger sponge-inspired fractal structures fabricated by selective laser melting. *Engineering Structures*, **321**, 118955. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.118955>
- 19 Kroviakov S, Volchuk V and Zavoloka M (2020) Fractal Model of the Influence of Expanded Clay Concrete Macrostructure on its Strength, *KEM*, **864**, 43-52. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.864.43>
- 20 Volchuk, V., Ivantsov, S., Tiutieriev, I. and Fortyhin, A. (2020) Search for the Evaluation of 'strength-plasticity' Relation in Constructional Steel. *KEM*, **864**, 211-216. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.864.211>
- 21 Liao, S. Y., Sui, J. Y., Chen, Q., and Zhang, H. F. (2024). Large angle stable metamaterial for visible and infrared band absorption and thermal emitter inspired by fractal. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, **159**, 108107. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2024.108107>
- 22 Feng, J. (2025). Metric theory for continued β -fractions. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, **542(1)**, 128850. <https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2024.128850>