



Research Article





Received: October 25, 2024

Accepted: November 8, 2024

Published: November 17, 2024

ISSN 2304-6295

# Multifractal modeling for quality control and mechanical property assessment of fiberglass pipes

Vafaeva, Khristina Maksudovna<sup>1\*</sup>    
Nuguzhinov, Zhmagul Smagulovich<sup>2</sup>  

<sup>1</sup> Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russian Federation;

<sup>2</sup> Kazakhstan Multidisciplinary Institute of Reconstruction and Development Republican State Enterprise on the Right of Economic Use, Karaganda, Kazakhstan;

[vafaeva.khm@gmail.com](mailto:vafaeva.khm@gmail.com) (V.Kh.M.); [kazmirr@mail.ru](mailto:kazmirr@mail.ru) (N.Zh.S.)

Correspondence:\* email [vafaeva.khm@gmail.com](mailto:vafaeva.khm@gmail.com)

## Keywords:

Multifractal; Model; Forecast; Fiberglass pipes; Mechanical properties; Fractal dimension; Structure

## Abstract:

**The object of research** is the microstructure of fiberglass composite pipes and the relationship between the spectrum of their multifractal dimensions and mechanical properties. This study aims to establish a predictive framework for mechanical properties based on microstructural analysis using multifractal methodologies. **Method.** Physical experiments were conducted to measure the mechanical properties of fiberglass composite pipes, including tensile strength (ultimate axial tensile strength), ductility (relative elongation), and elasticity (modulus of elasticity). The material composition by mass consisted of 64–68% roving and 32–35% epoxy binder. A multifractal analysis was performed on the microstructure, specifically evaluating the Renyi multifractal spectrum dimensions with a scale resolution of 50  $\mu\text{m}$ . Relationships between fractal, informational, correlation dimensions, and mechanical properties were quantitatively assessed using statistical modeling. **Results.** The research demonstrated a significant correlation between microstructural parameters and mechanical properties. Increases in the fractal dimension ( $D_0$ ) of the fiber matrix from 1.836 to 1.911 corresponded to a 15% rise in tensile strength. A decrease in the informational dimension ( $D_1$ ) from 1.907 to 1.833 resulted in a 30% increase in relative elongation, while an increase in the correlation dimension ( $D_2$ ) from 1.829 to 1.905 led to a 14% improvement in the elastic modulus. Structural heterogeneity was assessed using the canonical singularity spectrum, with higher spectrum values indicating improved homogeneity. The Renyi spectrum dimensions ranged from 1.160 to 3.860, confirming structural heterogeneity quantitatively. Mathematical models were developed to predict mechanical properties, forming a knowledge base for refinement with additional experimental data. These results enable the development of an operational control method for fiberglass pipe properties, applicable during both operational life assessment and quality control at the manufacturing stage. Implementation involves a custom software solution and an optical microscope or digital camera, allowing automatic mechanical property predictions from fractal dimension analysis, significantly reducing resource demands.

## 1 Introduction

Актуальность исследования обусловлена необходимостью повышения надежности и долговечности композитных труб [1], что открывает новые возможности для создания легких, долговечных и энергоэффективных конструкций [2]. Композитные трубы обладают рядом характеристик, включая высокую прочность, трещиностойкость и коррозионную стойкость, что делает их конкурентоспособной альтернативой стальным аналогам [3].

Такие трубы сохраняют стабильность в процессе эксплуатации, в том числе при воздействии высоких температур [4]. Однако производительность композита может варьироваться в

Vafaeva, Kh. M.; Nuguzhinov, Zh. S.

Multifractal modeling for quality control and mechanical property assessment of fiberglass pipes; 2024; Construction of Unique Buildings and Structures; **113** Article No 11317. doi: 10.4123/CUBS.113.17

зависимости от количества слоев и дисперсии волокон [5], а также типа армирующих материалов, например, базальтового волокна [6]. Поэтому усиление физико-механических свойств композитных труб остается одной из ключевых задач [7].

Одним из решений этой проблемы является разработка математических моделей [8], которые позволяют прогнозировать качество труб на основе их состава [9], структуры [10] и условий эксплуатации [11]. Для установления взаимосвязи между структурой материала и его свойствами предлагается использовать теорию фракталов [12, 13]. Применение этого подхода откроет возможности не только для эффективного прогнозирования и корректировки свойств/характеристик труб в процессе производства, но и для оптимизации их состава, что, в свою очередь, существенно повысит эксплуатационные характеристики и продлит срок службы композитных труб.

Потребность в разработке методик управления свойствами композитных труб [14] становится все более актуальной в связи с растущими требованиями к функциональности и экономической эффективности современных конструкций [15]. Теория фракталов, основанная на концепции дробной размерности, предоставляет мощный инструмент для описания и анализа сложных, неоднородных систем, таких как композиционные материалы [16].

Применение фрактального анализа в различных областях науки и техники демонстрирует его эффективность в решении широкого круга задач. Так, фрактальные методы успешно применяются для оценки сложных систем [17], ранжировании критериев качества периодических технологий [18], прогнозирования свойств материалов для атомной энергетики [19] и различных материалов для строительных конструкций [20], бетонов различного состава [21], стали [22], а также для исследования проницаемости горных пород [23], механических свойств сланцев [24], ударной прочности композитов [25], влияния поверхности углеродных нанотрубок на свойства полимерных нанокомпозитов [26], диэлектрических свойств полимерных композитов [27], исследовании и применении в материалах гражданского строительства [28], оценке поведения усадки при высыхании грунтовых композитов [29] и даже для оптимизации теплообмена в фотоэлектрических системах [30] и т.д.

Исходя из успешного опыта применения фрактального анализа в различных областях, представляется перспективным использовать мультифрактальный подход для оценки механических свойств стеклопластиковых труб. Мультифрактальный анализ позволяет более детально характеризовать неоднородность структуры материала и ее влияние на его свойства.

## 2 Materials and Methods

Исследуемые образцы: стеклопластиковые трубы с внутренним диаметром ~70 мм (Рис. 1).



**Рис. 1 - Общий вид сегмента трубы**  
**Fig. 1 - General view of a pipe segment**

Оценка механических характеристик проводилась согласно требованиям ГОСТ Р 54924-2017 метод А. Из стеклопластиковой трубы изготавливались образцы для механических испытаний в виде прямоугольной формы с габаритными размерами  $\sim 280 \times 10$  мм ( $l \times b_g$ ) (Рис. 2). Образцы вырезались с применением ленточной пилы.

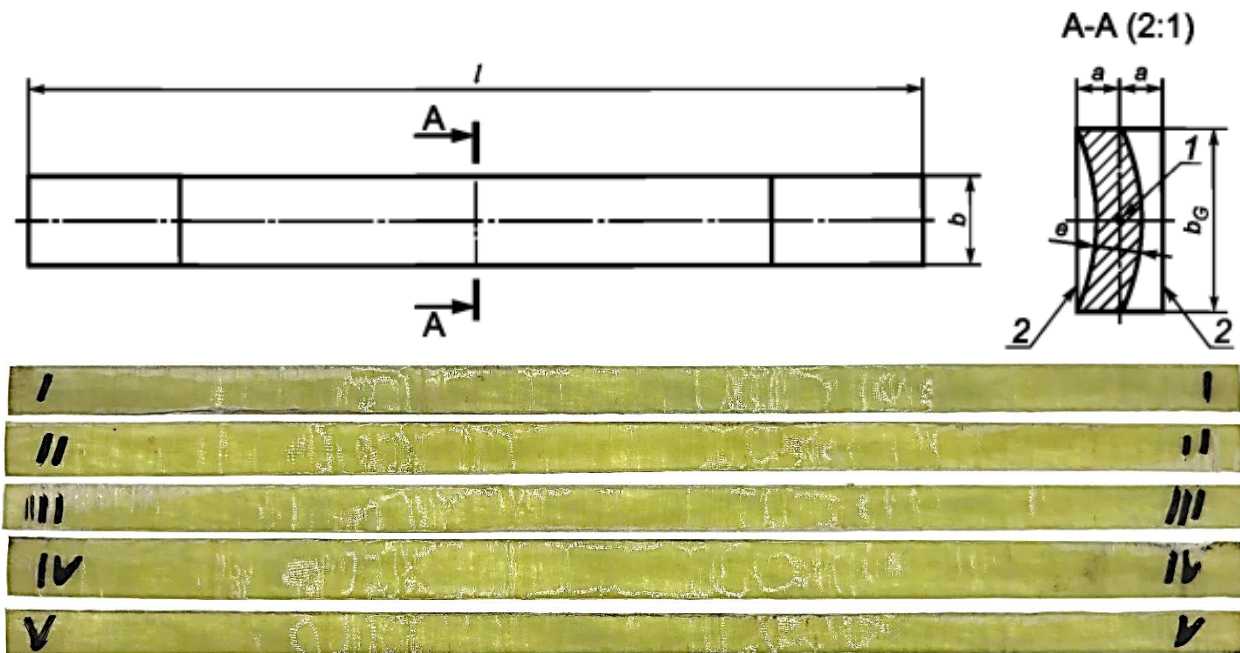


Рис. 2 - Внешний вид образцов для испытаний  
Fig. 2 - Appearance of test samples

Исследования включали оценку внешнего вида изделия, проведение механических испытаний на растяжение с последующим изучением зоны разрушения образцов. Механические испытания проводились на разрывной машине Zwick//Roell Z050 при скорости движения траверсы 2 мм/мин.

Результаты механических испытаний на прочность, упругость и пластичность приведены в Таблице 1.

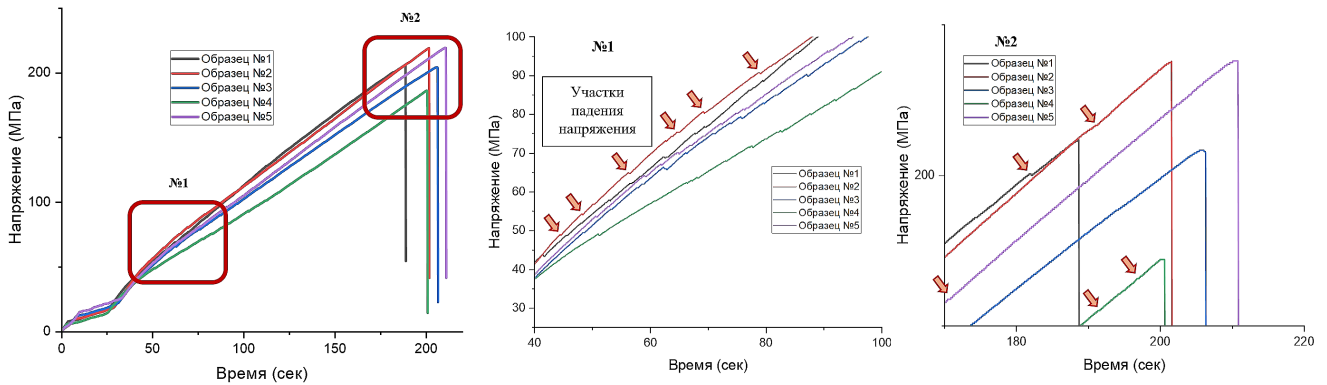
Таблица 1. Механические свойства стеклопластиковых труб  
Table 1. Mechanical properties of fiberglass pipes

Образец, №	Осевая прочность, МПа	Модуль упругости, ГПа	Относительное удлинение, %
1	205	10.0	3.0
2	218	10.5	2.0
3	204	9.7	3.0
4	186	9.0	3.5
5	219	11.0	2.0

Микроструктура исследовалась с применением растровой электронной микроскопии.

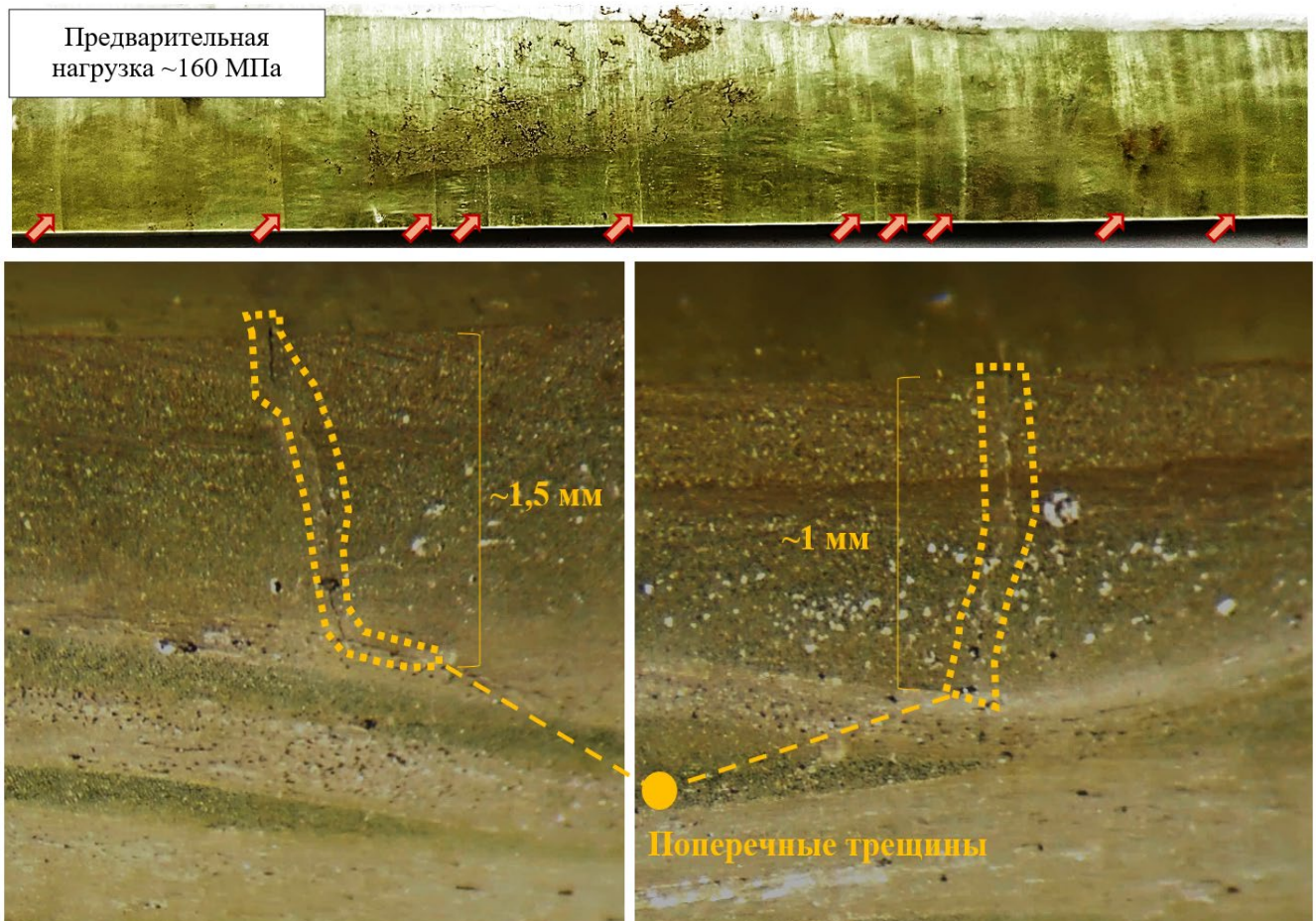
### 3 Results and Discussion

В процессе испытаний образцов труб на растяжение, при напряжении в  $\sim 40$  МПа и до момента разрушения, были слышимы регулярные щелчки, сопровождающиеся незначительным снижением напряжения и соответствующем образованием «зубьев» на графике «напряжение-время» (Рисунок 3, №1). С приближением к осевой прочности материала труб частота щелчков снижалась (Рисунок 3, №2).

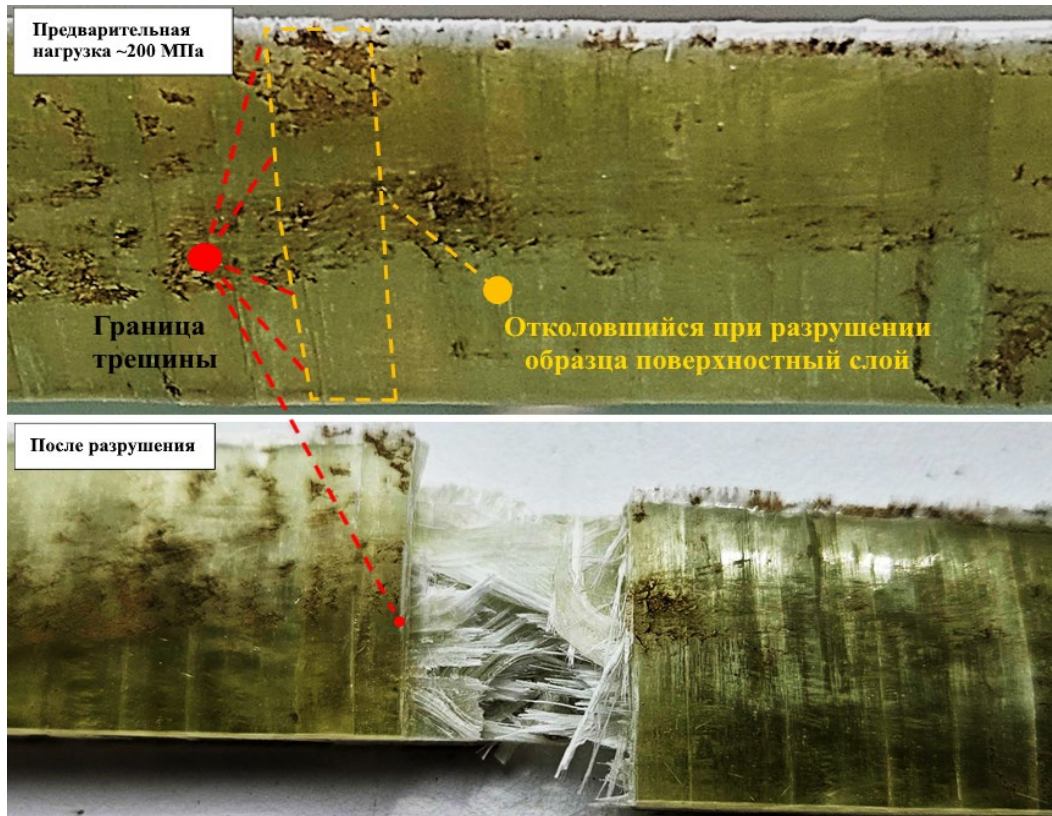


**Рис. 3 - Скачкообразные падения напряжения в процессе растяжения**  
**Fig. 3 - Jumpy stress drops during stretching**

Формирование «зуба» связано с образованием поперечной трещины на поверхности, которая распространялась, вероятно, до следующего слоя (Рисунок 4). Являясь концентратором напряжений, по достижению критического напряжения, трещина начала расти в продольном направлении, приводя сначала к расслоению, а затем разрушению внутренних армирующих слоёв (Рисунок 5).



**Рис. 4 - Поперечные трещины в рабочей зоне**  
**Fig. 4 - Transverse cracks in the working area**



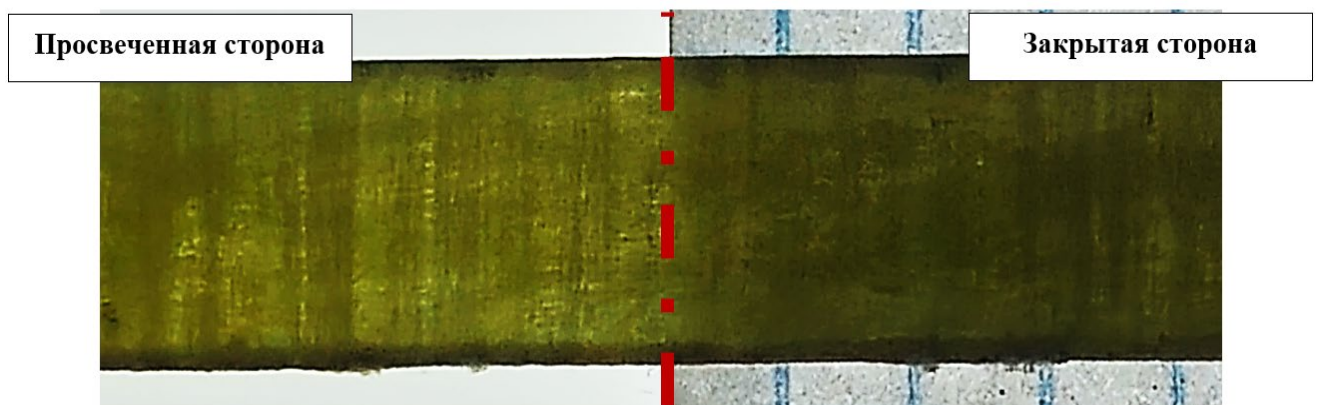
**Рис. 5 - Зона разрушения образца**  
**Fig. 5 - Sample destruction zone**

В изделии присутствовали остаточные напряжения, приводившие к видимому загибанию отрезанных образцов во внешнюю сторону (Рисунок 6).

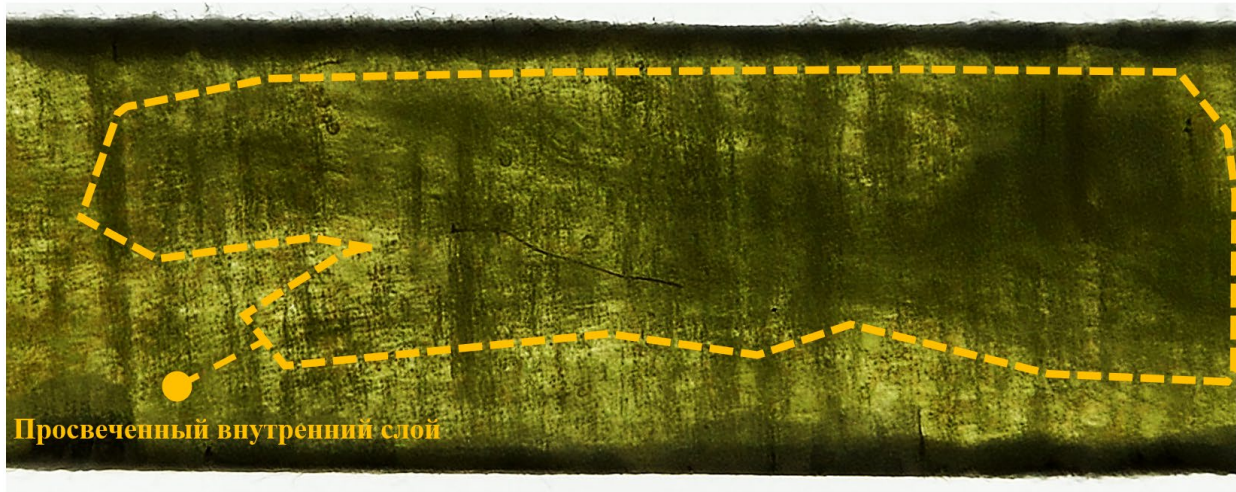


**Рис. 6 - Изгиб готового образца для испытаний**  
**Fig. 6 - Bending of the finished test specimen**

Матрица обладает частичной светопропускаемостью (Рисунок 2.14). При просвечивании образцов различались видимые области внутренних слоёв, которые в том числе могли являться областями с меньшей межслойной адгезией (Рисунок 2.15).



**Рис. 7 - Оценка светопрозрачности изделия просвечиванием образца**  
**Fig. 7 - Evaluation of the light transmittance of a product by shining a sample through the light**



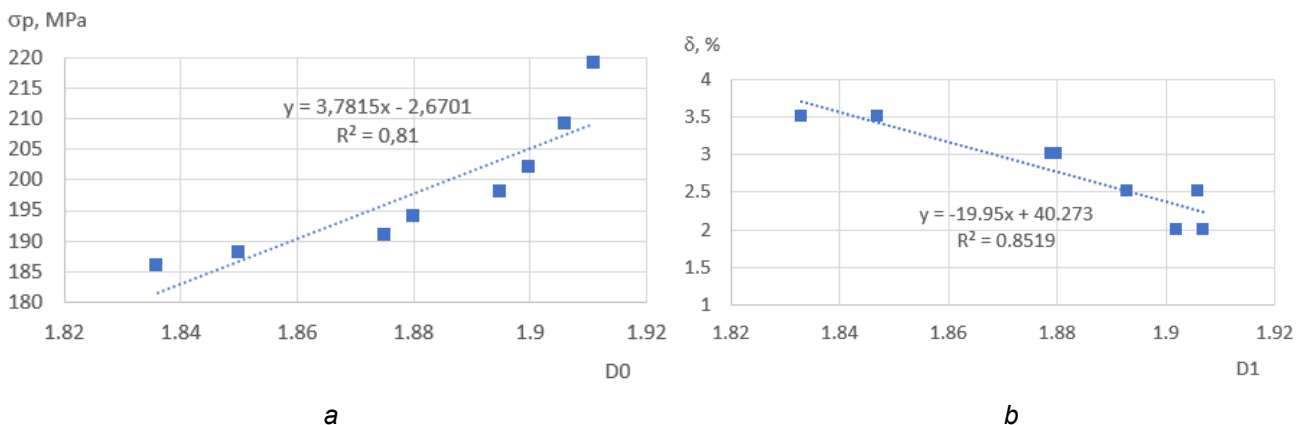
**Рис. 8 - Границы засвеченного внутреннего слоя в образце**  
**Fig. 8 - Boundaries of the illuminated inner layer in the sample**

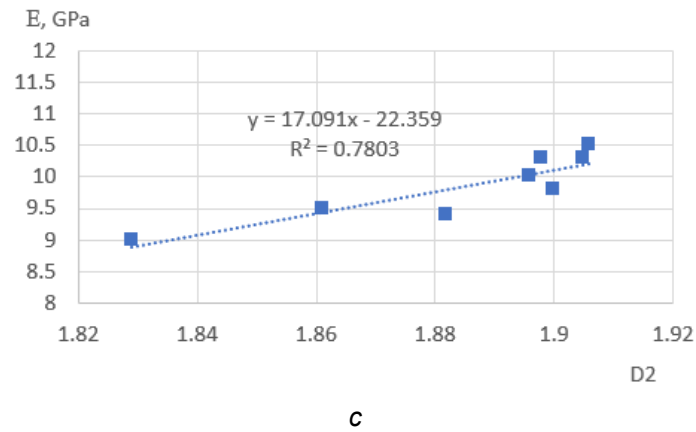
Спектр мультифрактальных размерностей микроструктуры рассчитывался на основании анализа спектра размерностей Реньи (1) [31] и показан на Рисунке 9.

$$D(q) = \frac{1}{q-1} \cdot \lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{\ln \sum_{i=1}^N p_i^q}{\ln \delta}, \quad (1)$$

где  $\delta$  - линейный размер ячейки квадратной сетки, которой следует покрывать неоднородный объект только для вычисления его размерности,  $p_i$  - вероятность попадания точки, которая находится на исследуемом объекте, в  $i$ -ю ячейку сетки с размером  $\delta$ ,  $\sum_{i=1}^N p_i^q$  - обобщенная статистическая сумма, которая характеризуется показателем степени  $q$ , который принимает любые значения в диапазоне от  $-\infty$  до  $+\infty$ , в данном случае показатель  $q$  изменялся в диапазоне значений от -200 до 200.

Соотношения между мультифрактальными размерностями микроструктуры и механическими свойствами приведены на Рис. 9. Повышение фрактальной размерности  $D_0$  и корреляционной размерности  $D_2$  волокон (ровинга) приводит к возрастанию показателей предела прочности на осевое растяжение  $\sigma_p$  на 15% и модуля упругости  $E$  на 14%, что обусловлено повышением компактности заполнения пространства волокнами матрицы стеклопластиковых труб. При снижении показателей информационной размерности  $D_1$  значения пластичности (относительного удлинения  $\delta$ ) возросли  $\sim 30\%$ .





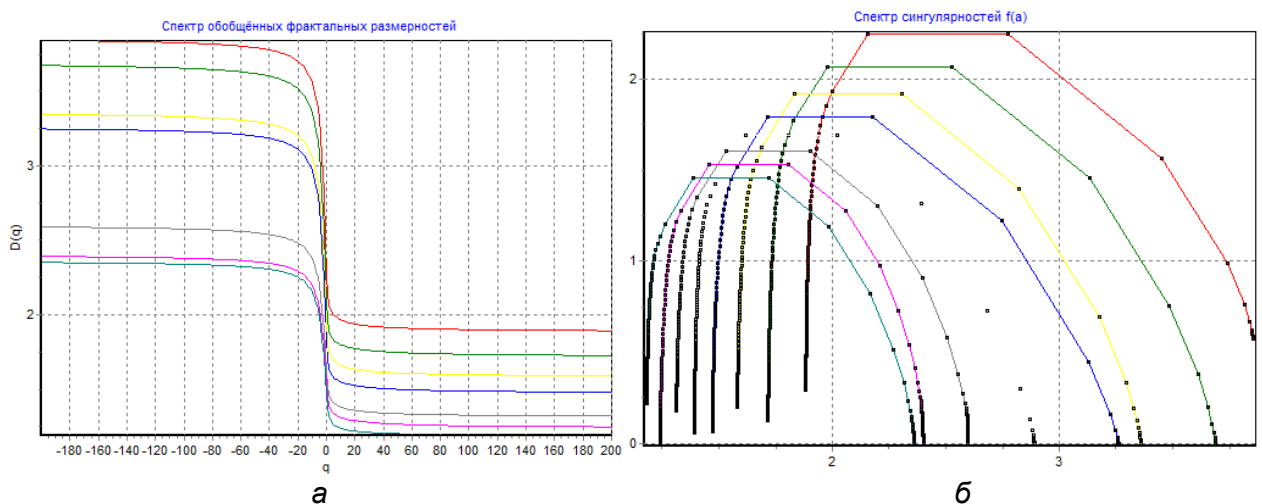
**Рис. 9 - Зависимости между прочностью на растяжение (а), относительным сужением (б), модулем упругости(с) и мультифрактальными размерностями стеклопластика**  
**Fig. 9 - Relationships between tensile strength (a), relative contraction (b), elastic modulus (c) and multifractal dimensions of fiberglass**

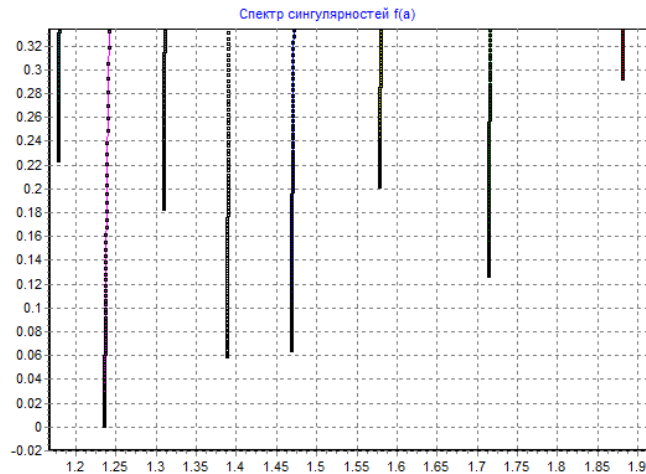
Спектр получали путем преобразований Лежандра функции для каждой структурной составляющей каждого отдельно взятого фотоснимка микроструктуры (2). По результатам анализа канонического спектра рассчитаны показатели неоднородности функции  $f(\alpha)$  при  $q = 200$ . Если структура полностью однородна, то спектр  $f(\alpha)$  вырождается в точку.

$$\begin{cases} \alpha = \frac{d\tau}{dq}, \\ f(\alpha) = q\alpha - \tau(q) \end{cases} \quad (2)$$

Возрастание неоднородности волокон стеклопластика в 3D пространстве свидетельствует о том, что поверхность менее гладкой. Неоднородность структуры стеклопластиковых труб означает неравномерное распределение точек по областям, на которые разбивается структура, то есть ее геометрически одинаковые элементы заполнены точками с различной вероятностью. При этом показатели прочности труб возрастают, и показатели модуля упругости тоже. Уменьшение показателей неоднородности свидетельствует о возрастании отклонений графиков функций от нуля. Если структура полностью однородна, то спектр  $f(\alpha)$  вырождается в точку.

На рис. 10 б, в приведены графики распределения неоднородности стеклопластиковых труб.





с

**Рис. 10 – Спектр мультифрактальных размерностей  $D(q)$  волокон матрицы стеклопластиковых труб (а), канонический спектр  $f(a)$  (б) и увеличенный фрагмент спектра  $f(a)$  (в), где отклонение значений функций от нуля свидетельствует об неоднородности исследуемой структуры**  
**Fig. 10 – Spectrum of multifractal dimensions  $D(q)$  of fiberglass pipe matrix fibers (a), canonical spectrum  $f(a)$  (b) and enlarged fragment of spectrum  $f(a)$  (c), where deviation of function values from zero indicates heterogeneity of the structure under study**

Численные значения коэффициентов парной корреляции математических моделей прогноза свойств из Рис.9 изменяются в пределах от 0.78 до 0.85, что свидетельствует об удовлетворительной согласованности результатов и об их возможности применять данный подход для первичного анализа критериев качества труб как после заводской поставки, так и для оценки технического их состояния труб при первичном осмотре.

## 4 Conclusions

1. Разработан новый метод оценки свойств стеклопластиковых труб на основе мультифрактального анализа. Предложенный метод позволяет количественно оценить неоднородность структуры волокон и установить связь между структурными характеристиками и механическими свойствами материала.

2. Автоматизирован расчет спектра мультифрактальных размерностей Реньи. Разработанный алгоритм позволяет быстро и эффективно обрабатывать экспериментальные данные и получать информацию о структуре материала.

3. Установлена корреляция между мультифрактальными характеристиками и механическими свойствами стеклопластиковых труб. Полученные результаты демонстрируют высокую степень корреляции между спектральными характеристиками и такими показателями, как прочность, удлинение и модуль упругости (коэффициенты корреляции 0.78-0.85).

4. Созданы математические модели для прогнозирования механических свойств труб на основе мультифрактального анализа. Разработанные модели позволяют прогнозировать механические характеристики труб с достаточной точностью, что подтверждается экспериментальными данными.

5. Предложенный метод может быть использован для экспресс-оценки качества стеклопластиковых труб. Благодаря автоматизации расчетов, метод может быть эффективно применен для контроля качества продукции на производстве.

## 5 Fundings

This research was supported by a grant from the Russian Science Foundation No. 24-19-00691, <https://rscf.ru/project/24-19-00691/>.

## References

Vafaeva, Kh. M.; Nuguzhinov, Zh. S. Multifractal modeling for quality control and mechanical property assessment of fiberglass pipes; 2024; Construction of Unique Buildings and Structures; **113** Article No 11317. doi: 10.4123/CUBS.113.17





- 1 Okolie, O., Latto, J., Faisal, N., Jamieson, H., Mukherji, A. and Njuguna, J. (2023). Manufacturing defects in thermoplastic composite pipes and their effect on the in-situ performance of thermoplastic composite pipes in oil and gas applications. *Applied composite materials*, **30(1)**, 231-306. <https://doi.org/10.1007/s10443-022-10066-9>
- 2 Wang, L., Ma, W., Deng, L., Liu, S. and Yang, T. (2023). Mechanical model and mechanical property analysis of fibre-reinforced hybrid composite pipes. *Marine Structures*, **89**, 103396. <https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2023.103396>
- 3 Ghandourah, E., Khatir, S., Banoqitah, E. M., Alhawsawi, A. M., Benaissa, B. and Wahab, M. A. (2023). Enhanced ANN predictive model for composite pipes subjected to low-velocity impact loads. *Buildings*, **13(4)**, 973. <https://doi.org/10.3390/buildings13040973>
- 4 Vafaeva, K. M., Chhetri, A., Sudan, P., Mishra, M., Babu, B. S., & Mongal, B. N. (2024). Polymer Matrix Nanocomposites for Sustainable Packaging: A Green Approach. *E3S Web of Conferences*, EDP Sciences, 537, 08001. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202453708001>
- 5 Vafaeva, K. M., and Zegait, R. (2023) Carbon nanotubes: revolutionizing construction materials for a sustainable future: A review. *Research on Engineering Structures and Materials*, Elsevier Ltd, **10(2)**, 559–621. <http://dx.doi.org/10.17515/resm2023.42ma0818rv>
- 6 Vafaeva, K. M., Duklan, N., Mohan, C., Kumar, Y., & Ledalla, S. (2024) Comparative Analysis of Glass-Basalt-Plastic Materials for Construction in Arctic Conditions. *BIO Web of Conferences*, EDP Sciences, 86, 01112. <https://doi.org/10.1051/bioconf/20248601112>
- 7 Vafaeva, K. M., Dhyani, M., Acharya, P., Parik, K., & Ledalla, S. (2024) Glass-basalt-plastic materials for construction in temperate and Arctic climatic regions. *BIO Web of Conferences*, EDP Sciences, 86, 01111. <https://doi.org/10.1051/bioconf/20248601111>
- 8 Reddivari, B. R., Vadapalli, S., Sanduru, B., Buddi, T., Vafaeva, K. M. and Joshi, A. (2024) Fabrication and mechanical properties of hybrid fibre-reinforced polymer hybrid composite with graphene nanoplatelets and multiwalled carbon nanotubes. *Cogent Engineering*, **11(1)**, 2343586. DOI:10.1080/23311916.2024.2343586
- 9 Xiao P, Zhang S, Gong Y, Liu Y, Li Z, Li D. (2023) Fractal structure change of pitch-based carbon fiber during high-temperature heat treatment. *Chemical Physics Letters*. **811**, 140239.
- 10 Sewara M. Shekhan, Soran J. Mohammed, Hussein M. Hamad. (2022) Influence of Varied Layer Counts and Fiber Dispersion on Composite Laminate Performance. *International Journal of Mechanical Engineering* **7(2)**, 1950-1956.
- 11 Dhand, V., Mittal, G., Rhee, K. Y., Park, S.-J. and Hui, D., (2015) A short review on basalt fiber reinforced polymer composites. *Composites Part B: Engineering*, **73(5)**, 166-180.
- 12 Mahamud M., López Ó, Pis J J and Pajares J A (2003) Textural characterization of coals using fractal analysis *Fuel Process. Technol.*, **81**, 127–142
- 13 Duan Q, An J, Mao H, Liang D, Li H, Wang S and Huang C (2021) Review about the Application of Fractal Theory in the Research of Packaging Materials, *Materials*, **14**, 860.
- 14 Zeng Q, Luo M, Pang X, Li L and Li K 2013 Surface fractal dimension: an indicator to characterize the microstructure of cement-based porous materials. *Applied Surface Science*, **282**, 302-307.
- 15 Volchuk V M and Kotov M A (2021) Fractal express methods evaluation of a breaking stress of concrete. *J. Phys.: Conf. Ser.* **1926**, 012023.
- 16 Kroviakov S, Volchuk V and Zavoloka M (2020) Fractal Model of the Influence of Expanded Clay Concrete Macrostructure on its Strength, *KEM*, **864**, 43-52.
- 17 Balankin, A. 2003. Fractal Behavior of Complex System. México, Científica.
- 18 Volchuk, V., Ivantsov, S., Tiutieriev, I. and Fortyhin, A. (2020) Search for the Evaluation of 'strength-plasticity' Relation in Constructional Steel. *KEM*, **864**, 211-216.
- 19 Vakhrusheva, V.S., Volchuk, V.M., Hruzin, N.V., Tiutieriev, I.A. (2021) Fractal model of estimating quality of cold worked fuel cladding tubes. *Problems of Atomic Science and Technology*, **135(5)**, 57-63.
- 20 Khamidulina D. D. and Nekrasova S. A. (2018) Fractals in construction material science. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, **451**, 012026.
- 21 Fang, Q., Li, B., Yin, J., Yuan, X. (2017) Microstructural and Microanalytical Study on Concrete Exposed to the Sulfate Environment. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, **269(1)**, 012070.
- 22 Volchuk, V. M, Uzlov, O. V., Puchikov, O. V. and Ivantsov S. V. (2021) Fractals Theory Application for Evaluation of Influence of Non Metallic inclusions on Mechanical Properties of S355J2 Steel. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, **1021**, 012053.

Vafaeva, Kh. M.; Nuguzhinov, Zh. S.

Multifractal modeling for quality control and mechanical property assessment of fiberglass pipes;

2024; Construction of Unique Buildings and Structures; **113** Article No 11317. doi: 10.4123/CUBS.113.17



- 23 Liu, Y. and Deng, H. (2023). Study on permeability performance of cemented tailings backfill based on fractal characteristics of pore structure. *Constr. Build. Mater.*, **365**, 130035. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.130035>
- 24 Wang, Y., Liu, R., Ji, H., Li, S., Yu, L. and Feng, X. (2023). Correlating mechanical properties to fractal dimensions of shales under uniaxial compression tests. *Environmental Earth Sciences*, **82(1)**, 2. <https://doi.org/10.1007/s12665-022-10642-z>
- 25 Xia, W., Xu, J., & Nie, L. (2021) Research on the mechanical performance of carbon nanofiber reinforced concrete under impact load based on fractal theory. *Crystals*, **11(4)**, 387.
- 26 Kozlov, G. V. and Dolbin, I. V. (2023). Effect of the Fractal Nature of the Surface of Carbon Nanotubes on the Properties of Polymer Nanocomposites. *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*, **17(1)**, 159-162. <https://doi.org/10.1134/S1027451023010147>
- 27 Ilgaz, A., and Bayırlı, M. (2023). Fractal Approach to Dielectric Properties of Single Walled Carbon Nanotubes Reinforced Polymer Composites. *Sakarya University Journal of Science*, **27(5)**, 1141-1149. <https://doi.org/10.16984/saufenbilder.1250945>
- 28 Wang, L. and Tang, S. (2023). Investigation and Application of Fractals in Civil Engineering Materials. *Fractal and Fractional*, **7(5)**, 369. <https://doi.org/10.3390/fractalfract7050369>
- 29 Zhao, X., Li, L., Yang, B. and Yang, C. (2023). Application of Fractal to Evaluate the Drying Shrinkage Behavior of Soil Composites from Recycled Waste Clay Brick. *Fractal and Fractional*, **7(1)**, 25. <https://doi.org/10.3390/fractalfract7010025>
- 30 Zhang, P., Ding, J., Guo, J. and Wang, F. (2024) Fractal Analysis of Cement-Based Composite Microstructure and Its Application in Evaluation of Macroscopic Performance of Cement-Based Composites: A Review. *Fractal and Fractional 2024, Vol. 8, Page 304*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, **8**, 304. <https://doi.org/10.3390/FRACTALFRACT8060304>.
- 31 Bozhokin S.V., Parshin D.A. Fractals and multifractals. Izhevsk: *Regular and chaotic dynamics*. 2001. 128 p.