



Research Article

Received: October 28, 2024

Accepted: November 11, 2024

Published: November 20, 2024

ISSN 2304-6295

## Sensitivity of composite pipe properties to fractal dimensions

Vafaeva, Khristina Maksudovna<sup>1\*</sup>    
 Nuguzhinov, Zhmagul Smagulovich<sup>2</sup>  

<sup>1</sup> Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russian Federation;

<sup>2</sup> Kazakhstan Multidisciplinary Institute of Reconstruction and Development Republican State Enterprise on the Right of Economic Use, Karaganda, Kazakhstan;

[vafaeva.khm@gmail.com](mailto:vafaeva.khm@gmail.com) (V.Kh.M.); [kazmirr@mail.ru](mailto:kazmirr@mail.ru) (N.Zh.S.)

Correspondence:\* email [vafaeva.khm@gmail.com](mailto:vafaeva.khm@gmail.com)

### Keywords:

Sensitivity coefficient; Composite pipes; Properties; Microstructure; Forecast; Fractal dimension

### Abstract:

**The object of research** is the structure of composite pipes and the evaluation of the sensitivity of their fractal dimensions to quality criteria. **Method.** Mechanical tests were conducted to determine the properties of glass-basalt fiber-reinforced plastic pipes. The experiments included axial tensile and compressive strength tests, as well as elasticity tests. The material composition by mass was 66–70% fiber matrix and 30–34% epoxy binder. Samples were tested in the circumferential direction. The tensile strength in the circumferential direction was measured as  $\sigma_p = 380 - 480 \text{ MPa}$ , the compressive strength as  $\sigma_c = 300 - 370 \text{ MPa}$ , and the axial tensile modulus of elasticity as  $E = 16 - 19 \text{ GPa}$ . A multifractal spectrum analysis was performed using a scale resolution ranging from 30 to 300  $\mu\text{m}$ . The calculated sensitivity coefficients for the fractal dimension  $D_0(0.011 \dots 0.030)$ ,  $D_{-200}(0.012 \dots 0.029)$ , and  $D_{200}(0.011 \dots 0.048)$  were found to exceed by 2–3 times the sensitivity coefficients of other dimensions, such as  $K_{D_1}(0.008 \dots 0.014)$  and  $K_{D_2}(0.001 \dots 0.012)$ , from the Renyi multifractal spectrum of generalized statistical dimensions. **Results.** The results demonstrate that the fractal dimensions  $D_0$ ,  $D_{-200}$ , and  $D_{200}$  are the most sensitive indicators for predicting the mechanical properties of composite pipes. These dimensions are recommended for further use in assessing the fiber structure when forecasting mechanical properties. Dimensions with lower sensitivity coefficients, such as  $K_{D_1}$  and  $K_{D_2}$ , are deemed less significant and are excluded from further quality assessments. This approach provides a robust framework for optimizing composite pipe quality by focusing on the most sensitive structural characteristics, improving both predictive accuracy and resource efficiency.

## 1 Introduction

Композитные трубы широко применяются в строительстве, энергетике и других отраслях [1] благодаря своим эксплуатационным характеристикам [2], [3]. Стеклопластиковые и стеклобазальтопластиковые трубы работают в условиях различных температурных режимов [4] и технологических процессов [5].

Сложность технологии производства композитных труб обусловлена многообразием факторов, влияющих на качество конечного продукта [6]. Поскольку технология производства труб сложная и многопараметрическая [7], на ее критерии качества влияют множество характеристик структуры, например, для их повышения применяются различного рода математические подходы, включая регрессионный анализ и экспертные оценки для прогноза свойств [8], с учетом влияния элементов строения [9], различных режимов технологии [10], условий эксплуатации [11].

Vafaeva, Kh.; Nuguzhinov, Zh.

Sensitivity of composite pipe properties to fractal dimensions;

2024; Construction of Unique Buildings and Structures; 113 Article No 11318. doi: 10.4123/CUBS.113.18

Однако, из-за сложной структуры композитных материалов, установление однозначной связи между структурой и свойствами остается непростой задачей. Введение фрактального исчисления [12, 13] позволяет более точно описывать неоднородные структуры, что делает его перспективным инструментом для моделирования композитных материалов. Композитные трубы, которые характеризуются, зачастую неоднородным строением своих составляющих (волокон матрицы, связующего) также целесообразно рассматривать с позиции теории фракталов при разработке моделей прогнозирования их характеристик.

Потребность в разработке методики управления свойствами композитных труб [14] с использованием теории фракталов становится все более актуальной в связи с возможностью расширения их функциональных возможностей и повышения экономической эффективности применения [15]. Теория фракталов, основанная на концепции промежуточной асимптотики и самоподобия объектов на различных масштабных уровнях [16], нашла широкое применение в различных областях науки и техники, включая физику, математику, биологию, материаловедение и др. [17].

Фрактальный анализ используется для оценки сложных объектов [18], а также для изучения структуры и свойств материалов, применяемых в энергетике [19], строительстве [20] и других отраслях. Например, фракталы применяются для анализа структуры бетонов и бетоноподобных материалов [22, 23, 24, 25, 26], горных пород [27], композитных материалов с наночастицами [28], а также для изучения процессов усадки строительных материалов [29] и в фотоэлектронике [30].

Исходя из широкого спектра применения фрактального анализа, актуальной задачей является установление количественной связи между фрактальными характеристиками структуры композитных материалов и их свойствами. В данной работе рассматривается возможность установления чувствительности фрактальной структуры композитных труб к их механическим свойствам. Результаты этого исследования могут быть использованы для построения более точных моделей прогнозирования свойств композитных материалов и оптимизации их состава и структуры.

## 2 Materials and Methods

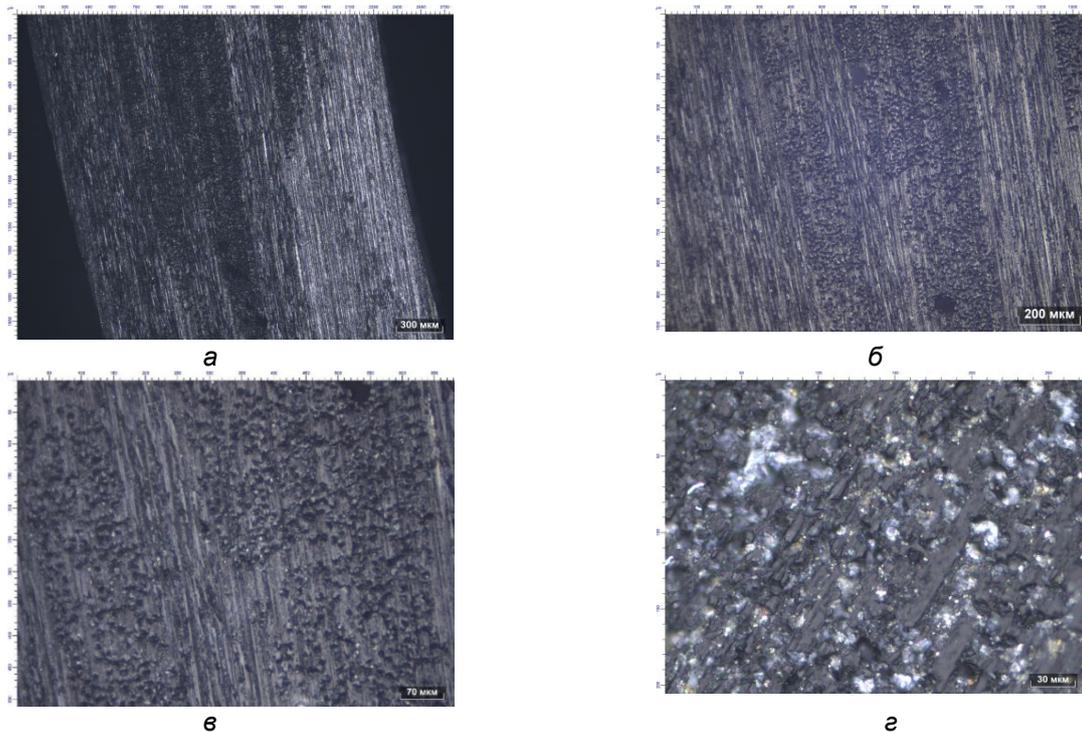
В изготовлении стеклобазальтопластиковых труб (Рис. 1) использовались следующие материалы:

- волокно 1200 текс, изготовленное из марки стекла Е (Китай);
- эпоксидная смола марки ЭД-20 (Россия);
- синтетический отвердитель, используемый для эпоксидных смол при «горячем отверждении» изо-МТГФА (Россия);
- ускоритель отверждения эпоксидных смол Алкофен (Китай). Соотношение смолы к изо-МТГФА по весу составило 100/80.



**Рис. 1 - Общий вид стеклобазальтопластиковых труб**  
**Fig. 1 - General view of glass-basalt-plastic pipes**

Исследовалась микроструктура стеклобазальтопластиковых труб при различном увеличении (Рис. 2).



**Рис. 2 - Микроструктура образцов труб из стеклобазальтопластика: а – фрактальная размерность волокон для образца 1 составляет 1.72; б - для образца 2 составляет 1.86; в - для образца 3 составляет 1.88; г - для образца 4 составляет 1.94.**

**Fig. 2 - Microstructure of glass basalt-reinforced plastic pipe samples: а – the fractal dimension of fibers for sample 1 is 1.72; б – for sample 2 is 1.86; в – for sample 3 is 1.88; д – for sample 4 is 1.94.**

Образцы испытывались согласно ГОСТ Р 54924–2012 в окружном направлении. Определялись предел прочности на растяжение в окружном направлении  $\sigma_r=380-480$  МПа, прочность на сжатие  $\sigma_c=300-370$  МПа и осевой модуль упругости на растяжение  $E=16-19$  ГПа.

### 3 Results and Discussion

Для определения принадлежности микроструктуры стеклобазальтопластиковых труб к фракталам (Рис. 2), фрактальная размерность  $D$  была вычислена по формуле Хаусдорфа-Безиковича (1) [31]:

$$D = -\lim_{\delta \rightarrow 0} \left( \frac{\ln(N(\delta))}{\ln(\delta)} \right) \quad (1)$$

где  $\ln(N(\delta))$  - число клеток, покрывших объект;  $\ln(\delta)$  - размер клетки.

Анализ фотоснимков структур труб из стеклобазальтопластика, представленных на Рис. 2, подтверждает гипотезу о наличии фрактальной размерности у всех образцов. Фрактальная размерность волокон варьировалась от 1.72 до 1.94. Поскольку евклидова размерность плоскости равна 2, полученные дробные размерности свидетельствуют о фрактальной природе этих структур. Следовательно, структуры такого типа относятся к классу фракталов, и к ним применимы элементы фрактального моделирования.

Для количественного анализа неоднородных участков структуры труб использовался мультифрактальный подход. Если исследуемый объект неоднородный по своей природе (мультифрактал), то он характеризуется спектром статистических размерностей, определяющихся за формулой Реньи [32]. Мультифракталы [33], как сложные объекты, которыми является большинство реальных структур микромира, выражаются не в первичных геометрических формах, а в определенных алгоритмах:



$$D(q) = \frac{1}{q-1} \cdot \lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{\ln \sum_{i=1}^N p_i^q}{\ln \delta} \quad (2)$$

где  $\delta$  - линейный размер ячейки квадратной сетки, который покрывают объект,  $p_i$  - вероятность попадания точки (пикселя для ЭВМ) на объекте в  $i$ -ю ячейку сетки, имеющей размер  $\delta$ ,  $\sum_{i=1}^N p_i^q$  - статистическая сумма, где показатель степени  $q$ , изменяется в диапазоне от  $-\infty$  до  $+\infty$ .

Мультифрактальные размерности, вычисленные согласно (2) описывают следующие характеристик неоднородного объекта:

$D_0$  - однородный фрактал при показателе степени  $q=0$ , описываемый фрактальной размерностью Хаусдорфа–Безиковича (1).

$D_1$  - информационная (энтропийная) размерность при показателе  $q=1$ , характеризующая информационную энтропию (скорость роста количества информации и описывающая месторасположение точки исследуемого объекта при уменьшении размера квадратной ячейки  $\delta$ ).

$D_2$  - корреляционная размерность при показателе  $q=2$ , характеризующая вероятность нахождения 2 точек объекта в одной ячейке.

$D_\infty$  - статистическая размерность, характеризующая наиболее разреженное (светлое) пространство.

$D_{-\infty}$  - размерность, описывающая наиболее концентрированное (темное) пространство.

Таким образом, для определения принадлежности конкретной структуры к мультифракталу достаточно вычислить спектр её размерностей с использованием формулы (2).

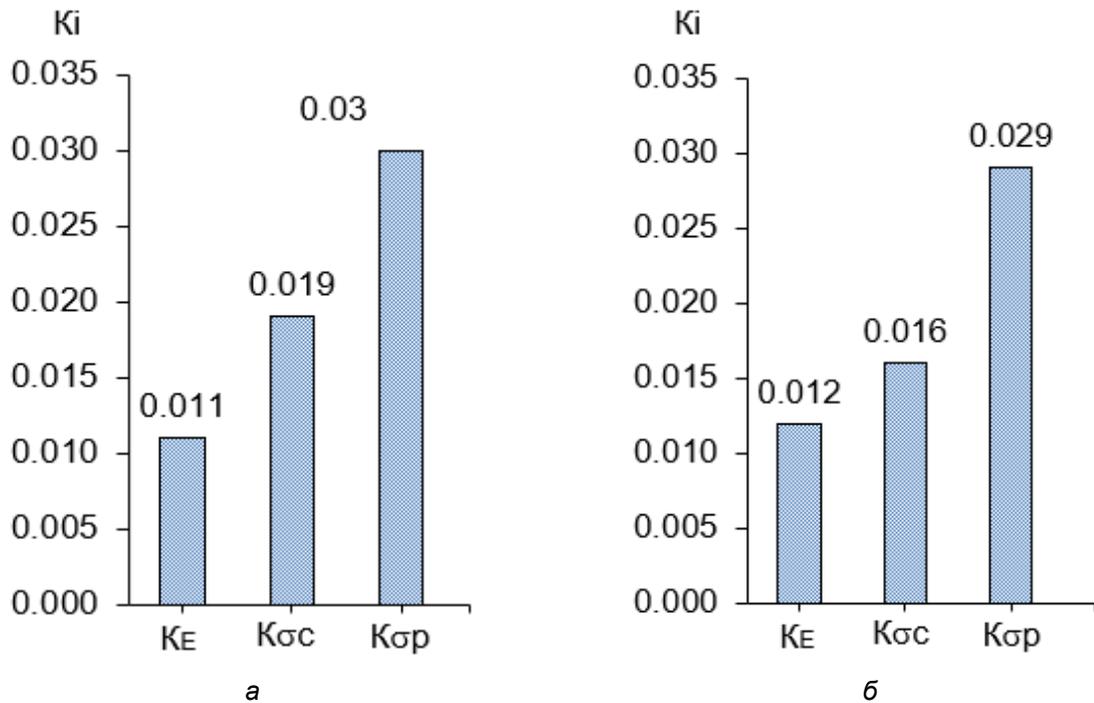
Для установления соответствия между показателями мультифрактальных размерностей и механическими свойствами вычислялся коэффициент чувствительности по формуле (3) [34]:

$$K = \frac{|Y_i - Y_{i+1}|}{|X_i - X_{i+1}|}, \quad (3)$$

где  $X_i$  и  $X_{i+1}$  – два числа, представляющих собою заданное свойство композитных труб в произвольно выбранных реперных точках  $i, i+1$ ;  $Y_i$  и  $Y_{i+1}$  – два числа, представляющих собою фрактальные размерности элементов структуры исследуемого материала в этих точках.

Чувствительность максимальна в тех точках структуры труб, где отмечается максимальное изменение механических свойств. К примеру, в работе [35] отмечается, что чувствительность спектра мультифрактальных размерностей элементов феррито-перлитной структуры малоуглеродистой стали достаточно высокая, и этот факт можно использовать при идентификации, например, ее механических свойств, в частности при определении показателей твердости косвенным путем.

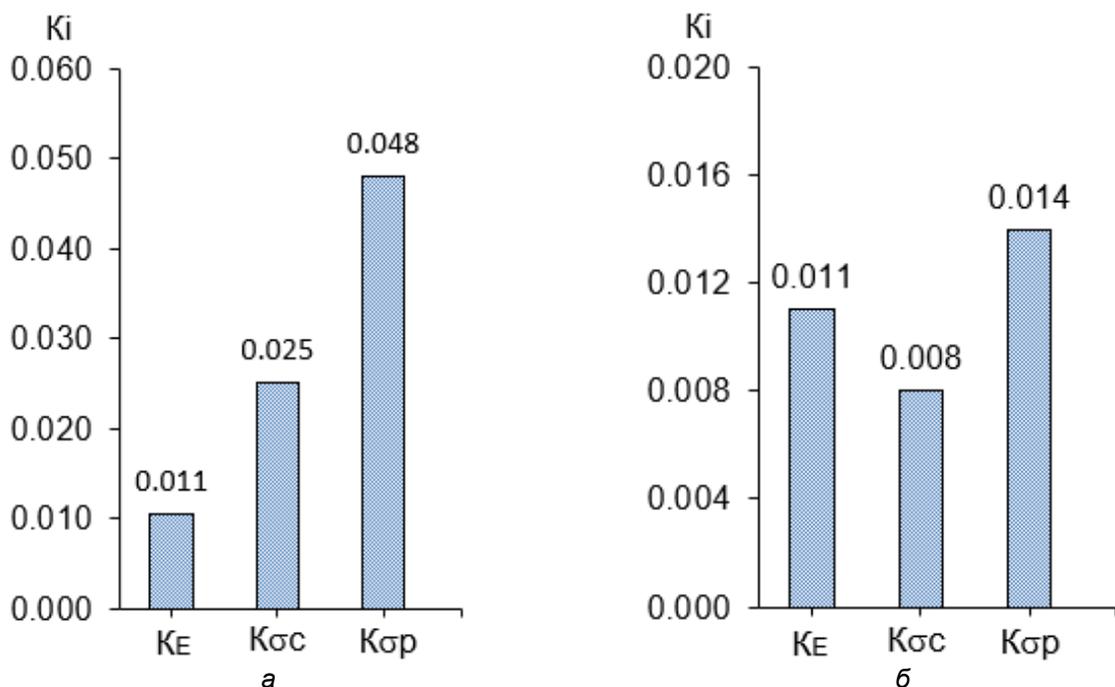
На гистограммах Рис. 3 и Рис. 4 приведены результаты расчета коэффициентов чувствительности механических свойств волокон труб из стеклобазальтопластика  $K_i$  к размерностям из спектра Реньи  $D_0, D_1, D_2, D_{200}, D_{-200}$ , вычисленных по формуле (2).

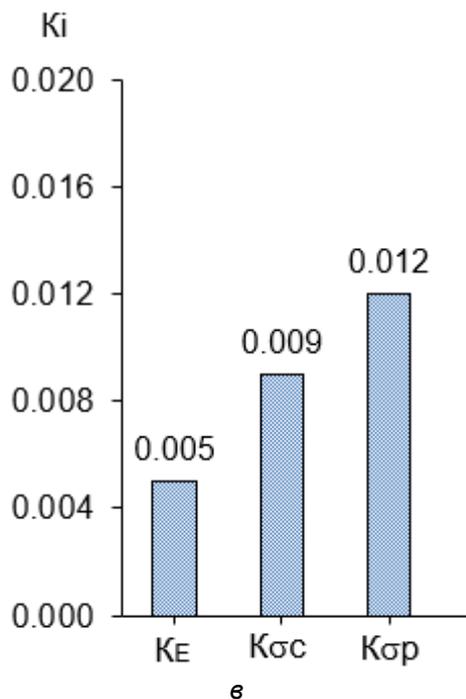


**Рис. 3 - Чувствительность механических свойств к фрактальной размерности  $D_0$  (а); размерности  $D_{-200}$  (б)**

**Fig. 3 - Sensitivity of mechanical properties to fractal dimension  $D_0$  (a); dimension  $D_{-200}$  (b)**

Коэффициенты чувствительности размерности  $D_0$  (0.011...0.030) (Рис. 3а), размерности  $D_{-200}$  (0.012...0.029) (Рис. 3б) и размерности  $D_{200}$  (0.011...0.048) (Рис. 4а) превосходят в 2-3 раза коэффициенты чувствительности остальных размерностей  $K_{D_1}$  (0.008...0.014) (Рис. 4б) и  $K_{D_2}$  (0.001...0.012) (Рис. 4в) из мультифрактального спектра обобщенных статистических размерностей Реньи. Исходя из этих результатов, для дальнейшего использования размерностных оценок волокна при дальнейшем прогнозе механических свойств композитных труб определены его наиболее чувствительные размерности  $D_0, D_{200}, D_{-200}$ , а размерности  $D_1, D_2$ , в виду их незначительных показателей чувствительности, в дальнейших расчетах качества учитывать нецелесообразно.





**Рис. 4 - Чувствительность механических свойств к размерностям  $D_{200}$  (а), размерности  $D_1$  (б) и размерности  $D_2$  (в)**  
**Fig. 4 - Sensitivity of mechanical properties to the dimensions  $D_{200}$  (a), dimension  $D_1$  (b) and dimension  $D_2$  (c)**

Численные значения коэффициентов чувствительности свидетельствуют о существовании неисследованных связей между структурой композитных труб, выраженной через размерностные оценки, и их механическими свойствами, что предоставляет возможность поиска взаимно однозначного соответствия между ними.

## 4 Conclusions

На основании проведенного эксперимента по оценке чувствительности механических свойств композитных стеклобазальтопластиковых труб к мультифрактальным размерностям стеклоровинга, можно сделать следующие выводы:

1. Для прогнозирования механических свойств композитных труб наиболее целесообразно использовать мультифрактальные размерности  $D_0, D_{200}, D_{-200}$ . Эти параметры наиболее тесно связаны с характеристиками прочности и модуля упругости материала.

2. Мультифрактальные размерности  $D_1, D_2$  демонстрируют низкую чувствительность к механическим свойствам исследуемых композитов. Это свидетельствует о том, что эти параметры в меньшей степени влияют на прочность и деформационные характеристики материала.

3. Низкая чувствительность некоторых мультифрактальных размерностей может быть связана с геометрическими особенностями волокон стеклоровинга, такими как их размер, дисперсность и степень извилистости.

4. Для выявления более глубоких связей между структурой волокон и свойствами композитов необходимо провести дополнительные исследования, направленные на поиск оптимального масштабного уровня представления волокон матрицы. Это позволит выявить новые закономерности и уточнить существующие модели.

## 5 Fundings

This research was supported by a grant from the Russian Science Foundation No. 24-19-00691, <https://rscf.ru/project/24-19-00691/>.

## References

Vafaeva, Kh.; Nuguzhinov, Zh.  
 Sensitivity of composite pipe properties to fractal dimensions;  
 2024; Construction of Unique Buildings and Structures; **113** Article No 11318. doi: 10.4123/CUBS.113.18



- 1 Fang, P., Xu, Y., Gao, Y., Ali, L. and Bai, Y. (2022). Mechanical responses of a fiberglass flexible pipe subject to tension & internal pressure. *Thin-Walled Structures*, **181**, 110107. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.110107>
- 2 Cao, Y., Li, Z., Gan, L., Wang, N. and Bai, Y. (2024). Mechanical properties study of fiberglass reinforced flexible pipeline in marine applications. *Ships and Offshore Structures*, 1-17. <https://doi.org/10.1080/17445302.2024.2397286>
- 3 Cai, X., Li, H., Zhang, D., Qi, G. and Qi, D. (2019). Discussion on the Key Properties of Fiberglass Tubing Used in Oilfield. *Journal of Power and Energy Engineering*, 7(11), 64-70. <https://doi.org/10.4236/jpee.2019.711008>
- 4 Vafaeva, K. M., Chhetri, A., Sudan, P., Mishra, M., Babu, B. S., & Mongal, B. N. (2024). Polymer Matrix Nanocomposites for Sustainable Packaging: A Green Approach. *E3S Web of Conferences*, EDP Sciences, 537, 08001. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202453708001>
- 5 Vafaeva, K. M., and Zegait, R. (2023) Carbon nanotubes: revolutionizing construction materials for a sustainable future: A review. *Research on Engineering Structures and Materials*, Elsevier Ltd, **10(2)**, 559–621. <http://dx.doi.org/10.17515/resm2023.42ma0818rv>
- 6 Vafaeva, K. M., Duklan, N., Mohan, C., Kumar, Y., & Ledalla, S. (2024) Comparative Analysis of Glass-Basalt-Plastic Materials for Construction in Arctic Conditions. *BIO Web of Conferences*, EDP Sciences, 86, 01112. <https://doi.org/10.1051/bioconf/20248601112>
- 7 Vafaeva, K. M., Dhyani, M., Acharya, P., Parik, K., & Ledalla, S. (2024) Glass-basalt-plastic materials for construction in temperate and Arctic climatic regions. *BIO Web of Conferences*, EDP Sciences, 86, 01111. <https://doi.org/10.1051/bioconf/20248601111>
- 8 Reddivari, B. R., Vadapalli, S., Sanduru, B., Buddi, T., Vafaeva, K. M. and Joshi, A. (2024) Fabrication and mechanical properties of hybrid fibre-reinforced polymer hybrid composite with graphene nanoplatelets and multiwalled carbon nanotubes. *Cogent Engineering*, **11(1)**, 2343586. DOI:10.1080/23311916.2024.2343586
- 9 Xiao P, Zhang S, Gong Y, Liu Y, Li Z, Li D. (2023) Fractal structure change of pitch-based carbon fiber during high-temperature heat treatment. *Chemical Physics Letters*. **811**, 140239.
- 10 Sewara M. Shekhan, Soran J. Mohammed, Hussein M. Hamad. (2022) Influence of Varied Layer Counts and Fiber Dispersion on Composite Laminate Performance. *International Journal of Mechanical Engineering* **7(2)**, 1950-1956.
- 11 Dhand, V., Mittal, G., Rhee, K. Y., Park, S.-J. and Hui, D., (2015) A short review on basalt fiber reinforced polymer composites. *Composites Part B: Engineering*, **73(5)**, 166-180.
- 12 Mahamud M., López Ó, Pis J J and Pajares J A (2003) Textural characterization of coals using fractal analysis *Fuel Process. Technol.*, **81**, 127–142
- 13 Duan Q, An J, Mao H, Liang D, Li H, Wang S and Huang C (2021) Review about the Application of Fractal Theory in the Research of Packaging Materials, *Materials*, **14**, 860.
- 14 Zeng Q, Luo M, Pang X, Li L and Li K 2013 Surface fractal dimension: an indicator to characterize the microstructure of cement-based porous materials. *Applied Surface Science*, **282**, 302-307.
- 15 Volchuk V M and Kotov M A (2021) Fractal express methods evaluation of a breaking stress of concrete. *J. Phys.: Conf. Ser.* **1926**, 012023.
- 16 Kroviakov S, Volchuk V and Zavoloka M (2020) Fractal Model of the Influence of Expanded Clay Concrete Macrostructure on its Strength, *KEM*, **864**, 43-52.
- 17 Balankin, A. 2003. Fractal Behavior of Complex System. México, Científica.
- 18 Volchuk, V., Ivantsov, S., Tiutieriev, I. and Fortyhin, A. (2020) Search for the Evaluation of 'strength-plasticity' Relation in Constructional Steel. *KEM*, **864**, 211-216.
- 19 Vakhrusheva, V.S., Volchuk, V.M., Hruzin, N.V., Tiutieriev, I.A. (2021) Fractal model of estimating quality of cold worked fuel cladding tubes. *Problems of Atomic Science and Technology*, **135(5)**, 57-63.
- 20 Fang, Q., Li, B., Yin, J., Yuan, X. (2017) Microstructural and Microanalytical Study on Concrete Exposed to the Sulfate Environment. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, **269(1)**, 012070.
- 21 Khamidulina D. D. and Nekrasova S. A. (2018) Fractals in construction material science. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, **451**, 012026.
- 22 Liu, Y. and Deng, H. (2023). Study on permeability performance of cemented tailings backfill based on fractal characteristics of pore structure. *Constr. Build. Mater.*, **365**, 130035. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.130035>



- 23 Wang, Y., Liu, R., Ji, H., Li, S., Yu, L. and Feng, X. (2023). Correlating mechanical properties to fractal dimensions of shales under uniaxial compression tests. *Environmental Earth Sciences*, **82(1)**, 2. <https://doi.org/10.1007/s12665-022-10642-z>
- 24 Volchuk, V. M., Uzlov, O. V., Puchikov, O. V. and Ivantsov S. V. (2021) Fractals Theory Application for Evaluation of Influence of Non Metallic inclusions on Mechanical Properties of S355J2 Steel. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, **1021**, 012053.
- 25 Xia, W., Xu, J., & Nie, L. (2021) Research on the mechanical performance of carbon nanofiber reinforced concrete under impact load based on fractal theory. *Crystals*, **11(4)**, 387.
- 26 Ilgaz, A., and Bayırlı, M. (2023). Fractal Approach to Dielectric Properties of Single Walled Carbon Nanotubes Reinforced Polymer Composites. *Sakarya University Journal of Science*, **27(5)**, 1141-1149. <https://doi.org/10.16984/soaufenbilder.1250945>
- 27 Kozlov, G. V. and Dolbin, I. V. (2023). Effect of the Fractal Nature of the Surface of Carbon Nanotubes on the Properties of Polymer Nanocomposites. *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*, **17(1)**, 159-162. <https://doi.org/10.1134/S1027451023010147>
- 28 Wang, L. and Tang, S. (2023). Investigation and Application of Fractals in Civil Engineering Materials. *Fractal and Fractional*, **7(5)**, 369. <https://doi.org/10.3390/fractalfract7050369>
- 29 Zhao, X., Li, L., Yang, B. and Yang, C. (2023). Application of Fractal to Evaluate the Drying Shrinkage Behavior of Soil Composites from Recycled Waste Clay Brick. *Fractal and Fractional*, **7(1)**, 25. <https://doi.org/10.3390/fractalfract7010025>
- 30 Zhang, P., Ding, J., Guo, J. and Wang, F. (2024) Fractal Analysis of Cement-Based Composite Microstructure and Its Application in Evaluation of Macroscopic Performance of Cement-Based Composites: A Review. *Fractal and Fractional 2024, Vol. 8, Page 304*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, **8**, 304. <https://doi.org/10.3390/FRACTALFRACT8060304>.
- 31 Borovkov, A. I., Vafaeva, K. M. and Vatin, N. I. (2024). Microstructure and Physicomechanical Properties of Glass-Basalt Fiber Reinforced Polymer Pipes: 3D Fractal Modeling. *AlfaBuild*, **32(3)**, 3203-3203. <https://doi.org/10.57728/ALF.32.3>
- 32 Bozhokin, S.V., Parshin, D.A. Fractals and multifractals. Izhevsk: *Regular and chaotic dynamics*. 2001. 128 p.
- 33 Vafaeva, K. M. (2024). Multifractal Analysis for Young's Modulus Estimation in Composite Pipes. *Инженерный вестник Дона*, **11(119)**, 41. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.36810.58564>
- 34 Borovkov, A. I., Vafaeva, K. M. and Vatin, N. I. (2024). Compressive Strength of Hybrid Glass-Basalt Fiber Reinforced Polymer Composite Tube: Multifractal Microstructure Analysis. *AlfaBuild*, **32(3)**, 3204-3204. <https://doi.org/10.57728/ALF.32.4>
- 35 Bol'shakov, V. I. and Volchuk, V. M. (2011). Materials science aspects of using of wavelet-multifractal approach to an evaluation of structure and properties of low-carbon low-alloyed steels. *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **33(3)**, 347.